突变论：思想和应用

勒内·托姆著

当代学术思潮译丛

当今世界正在经历着深刻而巨大的变化。科学技术的发展日新月异，标志着人类认识和揭示自然奥秘的飞跃和深化。在科学技术飞跃发展的冲击下，在当代世界的哲学社会科学领域内崛起了一大批崭新的学科、思潮和观点，以期解决世界向

会主义，就必然要放眼世界，引进和借鉴当代世界的先进文化成果。

《当代学术思潮译丛》就是立足中国，立足当代，精选当今世界哲学、社会科学领域内[illegible]表性的有重大影[illegible]新思潮、新观点



突变论：
思想和应用

著　者/〔法〕勒内·托姆
译　者/周仲良
校　者/张国梁

● 上海译文出版社

René Thom

MATHEMATICAL MODELS OF MORPHOGENESIS

Ellis Horwood Limited, 1983

根据英国埃利斯·霍伍德出版社 1983 年版译出

突变论：思想和应用

〔法〕勒内·托姆 著

周仲良 译　张国梁 校

上海译文出版社出版、发行

上海延安中路 955 弄 14 号

全 国 新 华 书 店 经 销

上 海 新 华 印 刷 厂 印 刷

开本 850×1168　1/32　印张 13.25　插页 2　字数 275,000

1989 年 3 月第 1 版　1989 年 3 月第 1 次印刷

印数：00,001—10,000 册

ISBN 7-5327-0486-6/B·036

定价：5.10元

译者的话



(一)

本书作者勒内·托姆(René Thom,1923—)教授在法国比尔(Bures-sur-Yvette)高等研究院从事微分拓扑学研究。1951年获法国国家博士学位。1954年首创"协边理论",获1958年菲尔兹奖。他自六十年代起就潜心研究突变现象。1968年他的第一部介绍他在这方面研究的著作《结构稳定性与形态发生学》出版。这部著作尚未问世就激起人们浓厚的兴趣。齐曼将这一新的理论定名为"突变论",并将它纳入系统论的范畴。1972年,这本人们期待已久的奠基性著作出版。它宣告了一门崭新的数学分支的诞生。突变论引起的争论如此激烈,实为牛顿、莱布尼兹的微积分问世以来所罕见。突变论引起人们的普遍关注可见一斑。

(二)

三百年来,人们运用微积分、微分方程成功地建立了各种模型,例如牛顿的运动学与动力学模型、麦克斯韦的电磁场模型、爱因斯坦的狭义乃至广义相

对论的场方程等等。但这些分析数学只能描述那种连续的和光滑变化的现象。然而，自然界与人类社会充满着不连续的和突变的现象，诸如水沸冰融、弹性结构的塌陷、冲击波的形成、散射、火山地震、胚胎中胚囊的形成、心搏、神经冲动的传播、旧物种绝迹、新物种纷呈等等。又如舟覆机堕、古城兴衰、工厂倒闭、经济危机、改革维新、囚犯扰乱、政权更迭、战争爆发等等。突变论运用微分拓扑对奇点性质的研究成果，包括分类定理，试图对突变现象作一解释。这一理论来源于作者本人在拓扑学与分析学中关于结构稳定性的研究，以及作者与生物学家们关于形态发生学的探讨。

(三)

为了说明突变理论的模型，常用狗的攻击作为例子。狗同时又发怒又恐惧。若不用突变论模型，似乎两种刺激将相互抵消呈现平静的中间状态。但实际情况却是中间状态极少发生，而两种极端状态出现概率较高。我们用水平面上两根轴分别表示发怒和恐惧，这是成为突变原因的连续变化的因素，称为控制变量。竖直轴表示狗的行为的度量，如仓皇奔

逃、退缩、回避、漠然、惊叫或咆哮进攻，称为状态变量。对于控制平面上的每一点，即对于发怒和恐惧的每一种组合，至少存在一个最可能的行为，即得到一个行为点，这些行为点组成行为曲面。突变论模型表明行为曲面在中间发生折叠。在表示最少可能行为的中间叶，控制变量的微小变化均可能导致状态变量的急剧突变，表现为狗受到逼迫时的行为。这类突变论模型称为尖顶型突变。可解释一系列现象，如以威胁与代价为控制变量，政府的决策(攻击性或防御性)等等。托姆证明：只要控制变量不多于4个，在某种等价意义下，只有七种基本突变：除尖顶型外，还有折叠型、燕尾型、蝴蝶型、双曲脐点型、椭圆脐点型、抛物脐点型。

(四)

"山重水复疑无路，柳暗花明又一村。"正当传统的分析数学在解释不连续和突变现象面前束手无策时，突变论给了我们新颖的思考方法。经过托姆、齐曼、阿尔诺特等人的工作，突变论的应用遍及自然科学和社会科学。我国学者的工作也拓展了突变论的应用范围，如解释汉字字形辨识过程、中医扶正祛邪

学说。总起来说，突变论的应用分两类。一类是“硬”应用，如力学，物理学等；另一类则是“软”应用，如生物学与社会科学。学术界对前者无保留意见，而对后者至今仍有人啧有烦言。突变论发展至今，着力于数学基础的建立以及突变现象的解释，而控制乃至预见突变难度较大。生搬硬套也败坏了突变论的声誉。然而突变论表明数学既能处理连续和光滑的变化，又能处理不连续和突变的现象；既能有定量的应用，又能有定性的应用。研究“黑箱”有助于打开“黑箱”。我们期待着突变论的进一步发展和深化，期待着像突变论那样新的数学工具应运而生，从而揭开突变现象之谜，探寻自然界与人类社会的奥秘。

（五）

本书的法文本出版于1974年。原书名为《形态发生的数学模型》。现根据1983年W.布鲁克斯与D.兰德的英译本译出。它是作者继《结构稳定性与形态发生学》后，全面地阐述突变论的又一重要著作。它由作者在1967年至1981年间的有关论文整理而成。第一章记述了作者创立突变论的思想形成过程。第二章至第五章用简练的语言表述了突变论的理论

基础，不熟悉数学的读者可以跳过，对于阅读后面章节影响甚微。第六、七章总结了突变论的应用与局限，以及由此引起的争论，这方面的内容在其余各章亦有所见。第八、九章是物理学、生物学的观念与突变论的联系。第十章至第十五章包含了作者对语言学尤其是语义学模型的研究，作者的构想十分别致。第十六、十七章颇有认识论的意味。第十四章起还包含了符号学、信息论以及解释学的若干概念。本书虽然是本论文集，但是经过作者精心编排后已成为一本介绍突变论的思想与应用的完整论著，故将中译本书名改译为《突变论：思想和应用》。个别术语如chreod 较难汉译，权且译为“育径”，其严格定义可参阅作者的《结构稳定性与形态发生学》一书。所有不当或错误之处，欢迎读者指正。复旦大学的同事与上海译文出版社的编辑同志给予不少鼓励与帮助，谨致谢忱。

1988 年 3 月

英译本序

英语读者主要是通过齐曼(Zeeman)、波斯顿(Poston)和斯图尔特(Steward)、吉尔摩(Gillmore)等人的著作了解突变论的。这些著作，特别是后两本书，都从实用的角度介绍了突变论。读了本书各篇文章后，读者可望对一种明显不同的、既更为思辨又更富哲理性的观点产生深刻的印象，因而就不那么纠缠于一些实际的结果。这样，读者将有可能问一问，本书提出的一些结论能否通过实验来验证，甚至还可以问一问，这些结论是不是真理。我得承认，我没有直接研究过真理问题，不过，有一点我是相信的：对于一种理论或模型，除了真理问题外，人们还必须考虑它的兴趣问题。如果我们相信波普尔(Karl Popper)的看法，那就得认为精神分析学不是“可证伪的”，因而必须排斥在科学门外。然而，精神分析学给予人们的兴趣远远超过了真实性无可辩驳的许多科学理论。在本书中，我正是基于这一想法来提出这些模型的，它们既不是可验证的假设，也不是通过实验可控制的模型，而是激发读者的想象，启迪读者的思维，从而增进读者对世界和人类的认识。

在此译出的各篇文章发表于1967年至1981年之间。其

中许多文章完全可以根据现在的认识作修改。正是由于这一原因，每篇文章之前都附上了一段简短的说明，它们把这些文章与我这样设想的当代问题联系起来。

但愿读者在了解这些模型的时候，能够分享一些我本人在设想这些模型时的喜悦心情，这是我的目的，也是我的希望。

R. 托姆

目次

1 形态发生的动力学理论[①]

本文写于1966年，可认为是突变论的一篇渊源性文章。文中粗略介绍的思想在本书第二、第四两章中还要论述和解释。可以看到，在文中多次提到的"育径"(chreod)这个概念，至今仍很少为人们采用，因为对此字眼所下的定义确实太含混，不便于我们对其概念作正式描述。在多数情况下，可代之以"形态发生场"(morphogenetic field)这一更为确切的专业概念。众所周知，在生物学家和数学家之间进行对话是非常困难的，我本人和沃丁顿(C. H. Waddington)——那时，他对我的思想颇为赞赏，我也向他学到了不少东西——之间的书信往来就是一个明证。在生物学家中，很少有人认为对自己所用的概念应作严格的定义，在他们看来，数学家对精确性的追求乃是故弄玄虚。有必要指出，我们正面临着突变论的一个关键性问题：如何为一个动力学系统确定一个

① 本文首次发表于沃丁顿编选的《向理论生物学前进，第1卷》(*Towards a Theoretical Biology I*)，爱丁堡大学出版社，1968年。

"渐近稳定区"? 这一概念乃是建立模型之根本，但至今尚未在一般情况下获得一个令人满意的数学定义。关于这一点，请参阅第4章第6节。

1.1 术语：形态发生

根据一些语言纯正癖者的看法，法文"Morphogenése"一词只用于表示进化过程中新的有机体形态的出现。英文"Morphogenesis"一词则用得更广泛，因为其中有一个意思是指从胚胎到成年有机体的发育过程。不过，有些英国作者使用"Morphogenesis"(形态发生)一词，旨在与"Pattern formation"(模式形成)相区别。因此，"形态发生"只用于伴随着整体上有空间运动的过程(例如，两栖动物胚胎中的原肠胚形成和神经胚形成)。"模式形成"一词则专门用于静态的发育过程，如骨骼的形成、皮肤上毛发和羽毛的生长等。作这一区分也许是人为的，完全可以争议。本文中，"形态发生"这一用语，根据其字面的意思，将在最广的意义上采用，用它可以表示创造形态或消灭形态的任一过程。我们将不考虑所述形态之基质的(物质性或其他方面的)特性，也不研究引起这类变化的力的本质。

1.1.1 形态发生理论的起源和应用范围

本文提出的这一理论源出于两种理论的汇合。一方面是我本人对微分拓扑和对结构稳定性问题分析所作的研究。例

如，已知在几何上用函数 $F(x)$ 的图形来定义的一种"形态"，需要说明这一函数是否具有"结构稳定性"，亦即当函数 F 有一充分小的变化时，所得函数 $G=F+\delta F$ 是否与最初的 F 具有相同的拓扑形态。另一方面是胚胎学著作，特别是沃丁顿的著作，他所提出的"育径"和"后成论"(epigenetic landscape)的思想，似乎与我在函数和微分映射的结构稳定性理论中碰到的抽象模式正好相适应。我的意思是这一理论具有非常抽象而又一般的性质，它的应用范围远远超出了胚胎学，甚至还超出了生物学。

事实上，据我所知，这一理论已应用于几何光学、流体动力学和气体动力学("波前"和"激波"的稳定奇点)。从无疑更具臆测性、然而却非常有用的意义上来说，"形态发生场"的概念可能在生理学层次上等价于生理学家的功能场的概念。在人的神经活动这种特殊情况下，一个"词"可以被认为就是神经细胞活动的空间中的这样一个场，而对各词之间"稳定"性联系所作的研究则会扩及到语言(即"意义")的几何学理论。

1.1.2 与基质无关

我们的理论的核心在于，即使对形态的基质所具特性或作用力本质一无所知，仍有可能在某种程度上理解形态发生的过程。这一点似乎难以为人们所接受，特别是，对于习惯于在采煤工作面上工作，并且对与桀骜不驯的现实抗争不息的试验者来说，也就更是如此了。当然，这也并非是什么新想法，汤普森(D'Arcy Thompson)的经典著作《论发育与形态》

(*On Growth and Form*)就几乎用明确的语言对此进行了阐述。由于这位伟大的幻想家的思想远远超越了时代，因而在当时未能为人们所接受。这些思想往往是用一种过于朴素的几何学方式表述出来的，而且缺乏动态研究和数学证明的基础。而要做到这一点，那就得求助于新近获得的研究成果。为了说明形态发生学与我们关于基质的知识无关，我想介绍以下两个实例：

(1) 首先考虑青蛙的一个受精卵，让它在最理想的条件下发育。根据胚胎学理论，如不发生意外，即可非常准确地预言这一有机体将要经历的全部变化和发育过程中的所有形态。

(2) 其次考虑一堵在特定时间(t_0)因塌方而裸露的悬崖。假定我们已知悬崖的地质特性以及由于塌方引起的整个微型气候(风、雨、温度等)，那末对于悬崖在水土侵蚀作用下最后所取形态能否作一预计呢？

在例子(2)中，我们对基质和作用力了如指掌，但若有人能对悬崖经过风化侵蚀最终所取形状作出某种估计，那他无疑称得上是一位高明的地质形态学家。而在例子(1)中，作出正确预计的可能性很大，但我们除了对蛋白质合成的某些生化特性有所认识以外，对基质和形态学机制却一窍不通。由此可见，在形态学中，作出预计的可能性之大小与我们对基质的了解之多少，两者之间的关联甚微。

有人可能会提出反对意见，说我将生物学过程与非生物学过程这两件不可比较的事相提并论了。但在实际上，这一比较有助于突出一个受人忽视的重要事实：人们对非生命体中形态发生的现象知之甚少，就像人们对生命体中形态发生现

象知之甚少一样。生物学家对后者的注意已有几个世纪，而物理化学中的形态发生现象却在不同程度上受到学者们的轻视。举例来说，基质在两种物相之间的几何分布是一个典型的重要问题，人们对此都不甚了了。据我所知，至今尚无理论能够解释晶体树枝状增长的现象。物理化学家对这类问题不屑一顾，那是不难理解的。在此，我们希望的正是要对那些难以再现而又无法加以数学描述的不稳定现象作一论述。揭示形态学中任一形态的实质，这的确需要用到与环境因素有关的不连续性。如今，再也没有比“不连续性”更使数学家感到头痛的事了，因为任何实用的定量模型从根本上都依赖于解析函数(因而也是连续函数)。要是你想知道将石子扔入池中将会发生的情况，那就实地试一试，将其过程拍摄下来，这要比试图建立一种具体理论不知高明多少倍。即使是精通纳维尔-斯托克斯(Navier-Stokes)方程的专家，也难以说出更多的东西。要紧的是将这个缺口填平，但由于生物学形态发生的过程比较缓慢，而且可以严格控制，人们对它们也比较熟悉，因而很自然地有助于我们理解昙花一现式的无生命形态发生的现象。

1.1.3 确定性

原则上有两类力学模型，即经典的确定性模型和量子模型。量子模型从根本上说来是非确定性的，其确定性只能从统计学角度来描述。通常我们将亚原子范围内的现象列入量子模型的范畴(因而是非确定性的)，但宏观现象则属于经典模型的范畴，因而具有严格的确定性。我认为，看待事物的这种

学究式态度在根本上就是错误的。在此，我不打算讨论非确定性的量子理论。无数现象都会随着初始对称性的消失，在宏观上呈现出某种类型的不稳定性。例如，让一个均匀圆盘自某点开始，在空气中自由下落，其轨迹是一条螺线。又如在圆柱形浴缸中洗澡，浴缸中放满了水，然后通过中间的排水孔排水，液体将作旋转式流动，而其流动方式在事先并不清楚，也无法预计。在这类例子中，初始条件的微小改变都可能导致以后进程的很大变化。对于这一类情况，我们完全可以假定其现象都是确定性的，但恰当地说，这是一种形而上学的态度，无法通过实验加以验证。要是我们乐于与可用实验控制的因素打交道，那就会倾向于用"结构稳定性"这一可用实验验证的概念来替代上述这个不可验证的确定性假设。我们称一个过程 P 是结构稳定的，如果初始条件的微小变化导致过程 P' 与 P 同构（意即通过时空的一个微小变换，也就是几何学中的 ε 同胚，可使过程 P' 回复到过程 P）。这就自然地将我们引向沃丁顿关于"育径"的概念，引向更一般的"形态发生场"的概念。时空开集上形态发生场的存在性取决于能否建立起一个"普遍的模型"，据此即可复写给定的过程。由此可知，此过程就是结构稳定的。这样说来，形态发生场这个概念就无神秘性可言了，它只不过表明，一个过程在结构稳定的意义上与一个预先给定的模型相吻合。在每一种自然界过程中，先设法将过程结构稳定的区域隔离开来；过程的"育径"——确定性区域被过程不确定的或结构不稳定的区域分割成孤岛。然后再引入动力学模型，设法将每一育径分解成一个个基本的突变，并在动力学的隐式奇点的作用下，将这些初等育径的组织复原为一种稳定的整体形态，即"组织中心"(organising centre)。至

于各育径在彼此间的组织，那是一个更为复杂的问题，因为这种组织在原则上是不确定的。在不同育径的各种可能结构中，有些要比另外一些更稳定，这些结构正是我们最感兴趣的对象。这与破译用陌生语言写出的信息一样，是一个难题。下面就要介绍我们的动力学模型。

1.2 模型的描述

先介绍一下生物化学对细胞分化所作的一种解释①。考虑一个容器，其中装有 k 种化学物质：$s_1, s_2, \cdots, s_k$，浓度分别为 $c_1, c_2, \cdots, c_k$。由于物质间要发生化学反应，因而各浓度 c_i都在变化，其规律可用下列微分方程组表示：

$$(1) \quad \frac{\mathrm{d}c_i}{\mathrm{d}t}=X_i(c_1, c_2, \cdots, c_k)。$$

我们不打算借助于化学动力学(物质作用等)来准确地求出各个函数 X_i，只有一点使我们感兴趣，即方程组(1)在以$(c_1, \cdots, c_k)$为坐标的 k 维欧氏空间 R^k中定义了一个向量场 X，它的各个分量就是 X_i。这组混合物发生变化的情况，可用其代表性的点 $c_i(t)$沿着微分方程组(1)的轨线所作的位移来描述。作为一般规则，这一系统将逐步趋向于唯一的极限状态 c_i^0。不过，也有可能存在多个极限点的情况。根据具体情况，极限状态可以是一条闭轨线，也可以是一个更为复杂的图形，比

① 用"代谢稳定态"(也即用生化动力学吸引子)来说明细胞分化的思想，通常认为是德尔布吕克(Delbrück)和西拉德(Szilard)首先提出的。事实上，在局部的也是唯一正确的形态下，沃丁顿已经提到这一点，见《现代遗传学引论》(C.H. Waddington, *Introduction to Modern Genetics*, *1940*)。

方说，是一张曲面或维数很大的一个流形。这些极限点的连通集就被称为系统(1)的一个“吸引子”(attractor)。给定这样一个吸引子 A，场中趋向于 A 的轨线集合构成空间 R^k的一个区域，此区域称为吸引子 A 的洼(basin)。若系统(1)具有多个互不相交的吸引子，那末这些吸引子将处于相互竞争的状态。在某些简单的情况下，相应于不同吸引子的各个洼为一些正则地嵌入空间的“峰线”型“超曲面”所分隔，而在某些虽较复杂但结构仍然稳定(不怕小扰动)的情况下，两个吸引子 A_1和 A_2的相应洼可能会交织成拓扑学上非常复杂的图形。此时，最后的发展结果是选 A_1还是 A_2，在实际中就无法确定，即使能算出每个洼的局部密度，在统计学上也难以估计各种结果出现的概率。在这种情况下，就可以说在两个吸引子之间存在着一种“争斗”或“冲突”的形势了。

既然如此，我们不妨将上述过程“局部化”。设 x 表示过程所处区域 U 中的一个坐标系，那末浓度 c_i就是坐标(x, t)的一个函数，它在原则上应满足如下形式的一组偏微分方程：

$$\frac{\partial c}{\partial t} i(x,t)_j = X_i(c_j,x,t) + K\Delta c_i,$$

其中$K\Delta c_i$表示扩散的等量化效应。事实上，在以下叙述中，我们总假定这一项与X_i项相比是很小的，可看作为X_i的一个扰动。若向量场 X(至少在控制着局部解的吸引子邻域中)是结构稳定的，则从定性的角度来看，它对发育过程并没有影响。在 U 的所有点 x 都可这样地找到 R^k上的一个相应的向量场，这个向量场也可称为动力学系统。U 中所有 x 处的这种向量场的特性构成了 U 上所谓的一个“局部动力学场”。对于局部动力学系统已经到达“极限状态”的所有点 x，我们都

要定义一个局部动力学吸引子。这一吸引子是结构稳定的，它作用在由 x 的相邻点构成的一个开集上。这样，开集 U 被划分成相应于各个吸引子 A_j的一些区域 U_j，这些区域为激波表面所分割，构成所谓的过程突变点集合，这一集合的性质就是此过程形态学研究的内容。

不作更为准确的假设，在实际上就不可能指出隔开各个吸引子区域的激波位置。即使是在理论上最为简单的情况下，特别是在流体动力学中，这一问题也只得到部分的解决。但是，对分隔曲面，如果不仅对定量演变感兴趣，而且想了解定性（拓扑）结构，那末问题就要容易一些。引进有很大普遍性的“麦克斯韦约定”之假设，也即在某种意义上将分隔层两侧各个吸引子的“局部势”视作相等，那就有可能表明，分隔曲面只有为数不多的几个稳定奇点，且总是同样的几个，至少在局部动力场为梯度场（即$X=\mathrm{grad}\,V$）时是这样。对于这种情况，我已经列出了这种奇点的一张完整的表，它们就是时空R^4上的“基本突变”。事实上，当局部动力场$X=\mathrm{grad}\,V$本身处于“临界”状况的时候，这种奇点也就显而易见了。例如，若吸引子A受到破坏或分解成多个吸引子［庞加莱（H. Poincaré）将这一现象称为“分叉”］，情况就是这样。我们可在R^4上根据结构稳定性为势V的各个奇点画一个图形，同时给出这些突变曲面的代数模型。为讨论方便，现将基本突变罗列如下：

1.2.1 基本突变表

（1）折叠：一个吸引子破裂，并为势较小的另一吸引子俘获。

（2）尖顶：一个吸引子分叉成两个互不连通的吸引子，这在

流体动力学中产生了所谓黎曼-胡哥尼奥(Riemann-Hugoniot)突变(自由边激波的形成)。

(3) 燕尾：一个"波前"曲面切去了一条沟槽，这条沟槽的底是一激波的边缘。两栖动物在形成原肠胚时的胚孔就是胚胎学中可以提供的实例。

(4) 蝴蝶：自由边激波的分层(即"肿胀")可用来解释 V 中这类六次奇点。

(5) 双曲脐点：一个波发生破裂时，波峰就是这种奇点。

(6) 椭圆脐点或毛发：尖桩(基底为三角形的锥体)的顶尖即为这种奇点。

(7) 抛物脐点：介于椭圆脐点和双曲脐点之间，从射流中断时常见的蘑菇形中可看到这种奇点。

最后三种奇点都与一种("余秩数"为 2 的)复杂的势 V 的奇点有关。在流体动力学中，它们都会导致波动破裂。在生物学中，它们支配着俘获过程(单细胞的吞噬)和交配过程(配子的形成和发射)的器官发生机制。

上述各种情况的几何结构如下：根据 U 中点(x,t)处的局部动力场，可以求得给定代数函数 s 的一个奇点。然后即可应用微分学的下列性质：临界动力场 s 的所有形变都对应着奇点 s 处欧氏空间 W 中的一点，这一空间将奇点动力场 s 的各种可能的形变都当作参数处理，构成我所说的奇点 s 的"万有开折"(在局部同胚的意义下)；过程开始时，局部动力场处于 X_0中的临界状态 s，过程的最终发展情况可用生长波(W 中 U 的一个映射 F_t)来作定性的说明；其最终突变集则可用 $F_t(v)$与 W 中奇点 s 的一个万有突变的交集来定义。这样，我们就为沃丁顿在 20 多年前提出的"后成论"概念找到

了数学依据。

将上述模型推之于极端，我们可说，成年有机体只不过是支配着卵的生长发育的动力场所产生的“万有开折”的一部分。前面列出的各个“基本突变”都相应于余维数为 4 的动力场奇点，有关空间 W 的余维数则小于 4。相应于梯度动力场并在我们的时空中能够稳定地产生的全部奇点就限于这些，它们不但能在生命体中存在，而且也可在无生命事物中找到。

但是，光有这些奇点，显然还不足以说明一个生命体发育的所有现象；一个首要问题就与“育径”的稳定方式有关（我们事先假定各个育径是互相独立的）。有时，我们可用余维数大于 4 的奇点（或“组织中心”）的存在性来解释这一点，生长波 $F_t: V \to W$ 对此却未予考虑。但这种发育过程就可能已经要求动用体内平衡的机制，以求在 W 的一个完全确定的区域中保持“波”F_t。事实上，这确实反映了胚胎发育的情况：就像在后成的原生器官中一样，从中只能找到“基本突变”型的奇点。至于一些更加精细的器官，如眼睛、骨骼等，它们需要有某种度量的控制，只是到很晚才出现。

此外，与梯度动力场相关的奇点是很简单的。毫无疑问，即使在非生命体内，也可能出现重复性变化（轨线是封闭的或几乎是封闭的）。遗憾的是，对于与多维吸引子有关的“分叉”现象以及由此引起的突变的拓扑特性，在数学上却研究得很少（这无疑是一大难题）。但有一点可以肯定，即如用多面体集合来定义与梯度动力场有关的突变，则由于吸引子维数的缩减（如在出现共振现象时）而引起的突变，一般会产生拓扑特性非常复杂的树枝状突变集。所以，我们看到，非生命过程（结晶，晶体的生长）和生命过程（树木，血液循环，记忆过程中可

观察到的“分类方式”)有着共同的变化源，因而需要我们进行相同的研究。一般说来，在原先是均匀的介质中出现一种新的“相”时，就有可能带来突变，我们称之为“广义突变”。如果出现初始对称性破缺，从而使过程失去结构稳定性，那就会引起一种广义突变。这种过程并无确定的形式，但应注意，即使过程不是结构稳定的，其最后结果仍是非常确定的。

这就说明了生命也一定会用到胚胎学中的广义突变(试比较属于普通突变的两栖动物的原肠胚形成与属于广义突变的鸟类或哺乳动物的原肠胚形成)。为表明某生物已经死亡，可借助于这样的事实，即它体内的代谢变化已从重复式过渡到梯度式，也就是说，发生了一种典型的广义突变。

1.3 实验的控制

我们不再深入介绍上述模型，因为这涉及到相当多的专门知识，况且这对弄清楚实质性内容也并无多大帮助。我们将研究显然是大家都在谈论的问题：这些模型能进行实验控制吗？我对此问题的回答至少在目前还是否定的。

事实上，设 P 是所研究的自然过程，可能有两种情况：

(1) P 是结构稳定的，它完全包含在一个“育径”内。此时，P 可一劳永逸地用一个定性模型来描述，但除了能确认育径的稳定性以外，却难以看出别的结果。当然，我们可试一试研究育径内部的情况。先将它分割成一个个“基本突变”，然后再把这些基本突变的格局与一个“组织中心”的作用相联系(组织中心最终将位于育径支集的外部)，我们就可设法分析

确保其稳定性的动力学过程。不过，这种分析往往带有主观随意性，常可得出好几个模型，以致出于经济的考虑或为了追求数学的优美，我们不得不从中择一了。除此以外，突变论尚未成熟到能建立定量模型的地步，目前已搞清楚的唯一模型是用流体动力学中激波的形成来定义的基本突变。这一实例就已显示出问题是多么复杂了。

（2） P 不是结构稳定的，其中包含有多个育径（例如，有两个育径 C_1和 C_2，彼此间由一个不稳定或不确定区域分隔）。此时，在原则上总可把不确定性与无法作形式描述的广义突变的作用相联系。由此获得一个模型的唯一希望是对之作统计学分析。我们不仅要考虑单一的过程，而且要研究整整一连串过程，并在此基础上对形态特征作统计学分析，这也是定量生物学采用的方法。不过，要作出模型，广义突变论也无能为力。因此我个人认为，通常所理解的量子力学，只是哈密顿突变的统计分析结果。

我们尚无法用实验来控制模型，面对这一事实，经验主义的思想家们倾向于像培根那样，将其斥之为空想。就标准的科学思想来说，我不能不同意他们的意见；但从长远的角度来考虑问题，我认为有两点理由可促使学者们认识到此模型还有其可取之处：

（1） 第一点理由是，每一种实验都只适用于某一特定的专门范围：我们认为这些范围是事先给定的，各种现象和经验都按一些大的学科来分类：物理学，化学，生物学，等等。要是不这样将我们的知识领域分解为明显地互不重叠的“育径”，那末将经验作上述划分，其根据何在？显然，如认为只有定量模型才是科学的和有用的，从而将其与定性模型相对立，那就

毫无道理了。因为每个定量模型都理所当然地假定能对现实作定性的划分，也即一开始就要将一个“系统”孤立起来，认为它是稳定的，且能通过实验使之再现。统计学模型本身就要求能定义出由稳定的可再现过程构成的“集合”。不管学者们会说些什么，他们都会不自觉地用到我们的知觉器官提供给我们的这种分解方法，就好像朱尔丹(Monsieur Jourdain)在不知不觉中写出了散文一样。在这些条件下回顾这一分解问题，并在一般而又抽象的理论框架内作统一的分析，而不是将其作为一种无法改变的活生生事实盲目地接受，这难道不是很有意思的事吗？

(2) 第二点理由是，科学的最终目标并不是单纯累积一些杂乱无章的经验数据，而是要将这种数据整理成多少有点条理的结构，借此即可对科学进行分类和解释。为此，我们对事物生成的方法在事先应有所设想，也就是需要模型。在科学中构造模型，至今在大体上仍是碰运气“猜猜看”的问题，但将来总会有一天，建造模型这一过程本身将成为科学，至少能成为人们的技艺。我力图描述一种动力学模型，它与从经验中得出的形态相符合。这一努力乃是为创立“一般模型论”跨出的第一步(这种理论迟早要问世)。

出于哲学思考的习惯，我还要加一句：我们的模型为思考人类思维过程和认识机制提供了新的回旋余地。事实上，根据这一看法，我们的精神生活只不过是各个动力场吸引子之间的一系列突变，这种动力场是由我们的神经细胞的稳定活动构成的。因此，我们思想的内在运动与作用于外部世界的运动，两者在根本上并没有什么不同。可以说，外力的模型化结构可通过耦合的办法在我们的思想深处建立起来，这也正是

认识的过程。

在思维的同一范围内，下面将说明，我们的模型使我们重新思考一个古老的问题，那就是生物学的最终目的问题。

1.3.1 生物学的最终目的

目前，一般认为，不存在“物质的有生命状态”，生命是不能无限细分的。大家知道，细胞是有生命物质的最小单位，我们则要构造出生命的整体结构，这类结构由一些初等子系统组成，它们同时存在于一种稳定而又紧凑的空间生物化学构型中。这一构型应有结构稳定的特性，并且对于支配着初等子系统发育的不同子育径来说，应能起到一个“组织中心”的作用。这样，按照以德里施(Driesch)为首的活力论者的观点，就可合法地说，生物体内所有微观现象都可在其“计划”或整体“规划”中得到解释。但也可同样正确地说，所有这类系统的发育都只受到局部确定性作用的影响，且这种作用在原则上都可还原为物理化学力。由此可见，“活力”论者的观点和“还原”论者的观点并非水火不相容。在这两种观点中间，与字面意义正好相反，倒是还原论者的观点有“形而上学”之嫌，因为它要求还原到物理化学，而这是无法用实验实现的。

我相信生物学中目的论者的断言是正确的。的确，正如伏尔泰在他那个时代所声言的那样，我们长出眼睛是为了看东西，长出双腿是为了走路。从这类命题中可以悟出哪些道理呢？我认为，只有通过对胚胎发育过程作动力学分析，我们才能把握住这几个句子的准确含义。作为一种探索，我在此就要不揣冒昧地作一次这样的分析。

伴随着任何细胞的特化，总存在局部代谢的稳定体制，也就是说，在有关点处的切向，作用着生化力吸引子 A，相应组织的功能就可用这个吸引子 A 的几何结构或拓扑结构来表示。这就是我们模型的基本思想，我们将用实例把这一点说得清楚些。但在此之前，要定义一个概念：生物的整体控制形。比方说，一个动物可通过它的整体稳定性识别出来；给以一种冲击或刺激 s，它将回报以反射 r，这种反射的作用在原则上是要消除刺激 s 引起的扰动。这类刺激来自环境空间，它们将形成一个多维的几何连续统 W。这一欧氏空间 W 的原点 O 代表了这个动物其余部分的非激励状态。即使有无穷多个连续不断的刺激，相应的改正性反射 r_i（在原则上）却只能有有限多个。这就表明，当此动物受到刺激 s 时，表示其状态的点就被映照到 W 中的一点 s，然后回复到 O，不过，它是沿着改正性反射 $r(s)$ 所特有的一条确定的曲线回复到原点的。于是，激励空间 W 被划分成与各反射 r_i 有关的一个个"吸引洼"，这一构型就被称为上述动物的"整体控制形"。

现考虑上述动物的一个卵。在受精以前，代谢活动较弱，可用维数较小的吸引子 v_0 来刻划。受精激发起多次反应，自由度大量增加，吸引子 v_0 的维数增大，演变成维数很大的一个"流形" V，这就是"无声突变"的现象。尽管没有即时性形态发生的效应，但在胚胎学中仍用"感受性增益"(gain in competence)这一术语来描述这一现象。我们的基本假设如下：在新生原肠胚的外胚层上，这一吸引子 V 本身并不是固定不变的，而是在较大维数状态 s 和较小维数状态 r 间作无数次波动。换句话说，特别地借助于映射 $s \to r(s)$，状态 s 及其映射后所得的较低级状态 r 这两者所在的函数空间的拓

扑，应能为该生物的整体控制形提供一个模型。这样说来，这一整体控制形就一定非常复杂，不可能稳定：某些细胞在特化时，将失去状态 s 而只保留状态 r。首先是内胚层只保留相对于消化道反射的状态 r；其次是中胚层只保留相对于运动和生化控制的反射状态 r。另有一些细胞却正好相反，为了只保留状态 s 而失去状态 r，神经细胞就是这样。事实上，由于神经细胞已经失去调节自己代谢功能的能力，因而能保留自身发生的一切事情的痕迹，这是未来记忆器官很可宝贵的特性。（实际上，大家知道，调节作用还是存在的，只不过它是借助于神经脉冲的释放，并通过突变和难以分辨的方式进行的。）其他细胞（表皮细胞）则逐渐衰老，趋向于介于 s 和 r 之间中途的一个吸引子，同时失去感受态。中胚层吸引子 M 包含有欧氏位移群 D，经过下一代退化，某些细胞完全丢失了群 D 而成为造骨细胞。在另外一些情况下，退化程度不那么完全，吸引子包含群 D 的一个单参数子群，这些细胞将成为肌肉生成细胞。这种退化过程转换成具有度量性质的一个育径，其几何学特性刻划了骨骼及其所附肌肉形成的情况。感觉器官形成的情况也非常相似。场 S 分解成视觉场 S_v、听觉场 S_a、触觉场 S_t等的直接积，其中每一个场都在神经组织的某一理想区域上施加一种确定的形式。比方说，在视觉场 S_v的情况下，位移群D等值地作用在 S_v中，由此引起的退化导致了眼球的形成，它就是一种度量上受到控制的“育径”。这一育径内存在间充质，由此即可清楚地看出群 D 的作用，其结果是形成脉络膜和巩膜，其上牵附着三对肌肉，“象征”着作用在 S 上的 D 的区域已经分解成三个单参数子群。D 的这一作用还可在平稳的神经细胞活动场中找到，它是通过补偿的方式出现的。一

旦完成脑部器官形成的过程，场 S_0 就会在这种脑神经细胞活动场的基础上重建。

由此可以得出一个一般性结论：在器官形成的过程中，由于部分器官的形成，正则场（$s \to r(s)$）将发生一系列分解和突变；但到最后，它将作为神经活动的整体形态而重建。举例来说，消化道反射 F 涉及到：

(1) 一种刺激：见到食饵 p；

(2) 一种神经运动场（r）：捕获食饵，送入嘴，吃掉；

(3) 一种内脏场：指挥消化道的运动和腺体的分泌活动。我认为，在一个幼小原肠胚的外胚层代谢中，这样一种场很可能已经通过有利的几何变换 $s \leftarrow r(s)$ 的形式存在着，而在内胚层中，这种场则以更为重要的方式限制在局部，但在其他组织中仍然零星地存在着。在形成嘴巴和牙齿的时候，由于内胚层与外胚层接触，与"神经嵴"释放出来的间生质接触，这类信息就会诱发出来。在与内胚层接触时，场 F 通过感受组织中的共振而重建，在内胚层中就会长出嘴巴和牙齿。因此，形成器官的"育径"好比是生理学"激波"的起跑线或"自由边"，由此即可确定场 F 的活动起始点。这一概念在某种程度上解释了施佩曼(Spemann)的经典实验中蝌蚪-蝾螈杂交体形成的机理：蝾螈被移植的外胚层形成为宿主的嘴，后者则带有自己的遗传源。在不同种系动物的"控制形"之间，甚至在种系发生学上相距甚远的动物"控制形"之间，无疑存在着一种大致同构的关系，因为控制形所施加的限制，也即动物体内平衡的条件，对所有动物大体上都是相同的并由同样的功能予以补偿。只是由于器官形成过程中所发生的突变在其细微末节上的差别，这些场才会按其种系的不同而产生种种可变的不同结构。

利用汇合成“育径”的神经活动的形式，器官形成过程中突变所分解的函数场将会重建，这在活力论者的心目中似乎是一个神秘的过程。然而，我已经提出了一种抽象的动力学模式，至少在理论上可用于解释这一点。例如，在大脑和性腺之间存在着一种特定的功能同素关系：大脑（或通常的神经系统）在稳定的神经活动形式下重建原始功能场；而在性腺中，每个配子都重建物种整体变化的“组织中心”，也就是具体的“控制形”。（事实上，在配子形成完毕而代谢发生障碍时，整体形态以某种方式在大分子结构中“结晶化”，在此基础上，生化过程就在受精后重建整个形态。）

用这种方式论述一种动物的整体变化，对其假设性是大可不必赘言的。我唯一的意图在于提供一种可以接受的理论框架，以便用之于解释一个不易弄清楚的复杂难题。

1.3.2 结论

我们在上面简要地回顾了生物学中的“活力论”思想和“机械论”思想，为作深入的分析，必须进一步修改我们关于非生命世界的一些概念。在生物学中，特别是在分子生物学中，在一定程度上总会无所顾忌地采用人类生活中一些常用字眼，如信息、密码、消息、程序等等。要是在纯粹的物理化学中使用这类字眼，那就显得有点矫揉造作和语无伦次了。在我们的模型中，一切形态的发生都归之于冲突，归之于两个或更多个吸引子之间的斗争。因此，这似乎回到苏格拉底前的主要思想家阿那克西曼德（Anaximander）和赫拉克利特（Heraclitus）等人的思想（距今 2500 年！）。有人责备这些思想家牵

行"原始混沌主义"，因为他们在解释物质世界的现象时，借用了一些与人类和社会有关的用语，如"冲突"、"非正义"等等。我们认为这类批评是站不住脚的，因为这些思想家已经深深预感到，支配自然现象进化的动力学过程，与支配人类和社会进化的动力学过程，从根本上说来并没有两样。因此，在物理学中使用拟人化语汇是完全合法的。至于"冲突"一词，它表达了动力学系统中一种完全确定的几何概念，从定性的角度用它来简捷地描述任一给定的动力学过程，这是不应反对的。同样，我们可将"信息"、"消息"、"计划"等语"几何化"(在模型中我们将试图这样做)，禁止使用这些字眼是行不通的。现代生物学将自然选择的原则当作永恒的绝对真理，当作解开一切生物学之谜的钥匙，那样做的唯一缺陷是将个体(或种系)当作不可变异的功能性实体来看待，但在现实世界里，个体或种系的稳定性却依赖于各种"场"之间的竞争，依赖于更为初级的各种"原型"(archetype)之间的竞争。由此出发，通过斗争，出现了结构稳定的几何形体，使代谢得到控制和平衡，从而保证生殖功能的稳定。正是通过对这些深藏在其中的结构所作的分析，我们才对个体形态的发生和物种进化的机制有了更为清楚的了解。"斗争"不但发生于个体和物种之间，而且发生于有机体发育的每一时刻。让我们重温赫拉克利特的一句名言：应知冲突无处不在，正义就是斗争，万物的发展皆可归于斗争和必然。

1.4 沃丁顿与托姆之间的通信

1. 沃丁顿致托姆(1967 年 1 月 25 日于爱丁堡)

……在您的手稿中，有一点我想提出来与您商榷——粗看起来这是关于我个人的事，但实际上却并非无关紧要。您在第 7 页上提到“细胞分化的生化解释(归功于德尔布吕克和西拉德)”。我知道，这种解释(“两种稳定状态必取其一”)通常被认为是他们两人提出的，我想，德尔布吕克在先(1949 年)，西拉德稍后。但在实际上，我早在 1939 年就阐明了要点，不过，(a)我是在《现代遗传学引论》(*Introduction of Modern Genetics*)一书的几个句子中提及的。而人们却未料到此书包含有新的思想；(b)我得到的结果是正确的，并且谈到了在时间延续的育径之间进行选择(尽管我当时尚未用“育径”一语)，而德尔布吕克和西拉德在谈论发育时提出在平稳状态之间作选择，这是一个较为简单而且从根本上说是不很完整的概念。因此，我希望您在该页手稿的括号中加上敝人的名字，改为“归功于沃丁顿、德尔布吕克、西拉德”。您在手稿第 18 页上再次提到了这个问题，事情要难办一些。您写道：“根据德尔布吕克和西拉德的思想，所有细胞的特化现象都伴随有代谢的稳定，也就是说，存在着局部生化变化的吸引子 A。”如今，一般的生物学家都将“稳定态”理解为“不变态”或平稳态，但您的模型当然不要求施加这一限制条件。我不知道您能否将这一句改写一下，说明“代谢的稳定态”可以某种确定的方式随时间变化。

2. 托姆致沃丁顿(1967 年 1 月 27 日于比勒斯)

……现在我来谈谈提及德尔布吕克和西拉德两人的问题。我承认，我的确不知道哪里可以找到有关文献，所以我只是简单地袭用了这一话题上各家的说法。他们是不是真的像您所说的那样认为，细胞分化归因于在两种抽象定义的平稳状态之间作特定选择，而且是万古不变的？如果他们在生物学方面孤陋寡闻，那当然是很有可能的，然而他们都是物理学家，对局部状态与整体状态间的区别还是了如指掌的。但是，您是否在他们之前就已得出同样的结论，这毕竟是一个纯学术问题。因此，我打算在我手稿第 7 页第 7 行中将括号内容（“因德尔布吕克和西拉德”）删去，然后添加这样一条脚注：“用‘代谢稳定态’，也即用生化动力学吸引子，来说明细胞分化的思想，通常认为是德尔布吕克和西拉德首先提出的。事实上，在局部的也是唯一正确的形态下，沃丁顿已经提到过这一点（见《现代遗传学引论》1940 年）。”

在手稿第 17 页上，干脆不提德尔布吕克和西拉德的名字，再在“代谢”一语前加上“局部”一词。

您来信中关于(b)的一段话使我注意到似乎早就是相当重要的一个问题。您是“育径”这个词的创造者，因而您有权赋予它一定的意义。现在我也用到了这一名称，但我认为我给予的意义比您的用法更具一般性。我的印象是，在您眼里，“育径”就是“发育的路径”，其意思是说，育径与局部生化动力学吸引子有关。如有多个吸引子相互角逐，那末再考虑育径就没有意思了。确切地说，在一个“开关点”（用我的话来说就是分支点），育径将荡然无存。此外，形成有机体的大部分器官，都需要不同类型的组织（如上皮和间叶细胞等）相互作用，这对于

用受到不同吸引子的控制。因此，诸如肾那样的器官形成的过程就无法用单个育径来刻划。

我本人倾向于将育径用作“形态发生场支撑集”的一个同义词，对于竞争中的吸引子个数，对于这个支撑集内由吸引子控制的区域形态，则无需施加任何的限制。如蒙告知您是否赞成育径一词的这种用法，当感幸甚。如不赞成，我就只能割爱而代之以“形态发生场”一词了。

3. 沃丁顿致托姆(1967 年 2 月 4 日于爱丁堡)

谢谢您 1 月 27 日大函。关于如何提及德尔布吕克-西拉德的问题，您的意见也许极是。不过，我得承认，对于您关于“局部状态”和“整体状态”所作的区分，本人不甚清楚。而我要加以区分的，一方面是在一段时间里始终保持不变的状态(通量平衡)，另一方面是虽在任何时候都处于稳定但随着时间推移可以逐步变化的状态。您建议在手稿第 18 页上将句子改为“……局部代谢的稳定状态”，我感到似应说成“……局部代谢稳定但仍演变的状态”。当然，我的法语根底浅薄，可能是画蛇添足。

现附上德尔布吕克的文章复印本，此文即有您提到他大名的出处。至于西拉德的有关材料，我却不知哪里可以找到。随信还寄上拙作《引论》中几页的复印本，从第 181 页下方的文字中可以看到，我清楚自己在试图谈论拓扑，但缺乏必要的专业训练(参阅 169—196 页)。

谈到“育径”一词的含义，我认为您扩展它的用法是完全合理的。事实上，本来我自己也会作出类似的拓广，只是我一直在设法先将其基本思想向生物学家们普及，因为他们连其

最简单的应用也感到难以领会。我已经写过文章，论述两栖动物原肠胚外胚层开始分化为表皮、神经或中胚层等育径的情况。显然，在每个"大育径"内部，还有若干子育径。例如，在中胚层育径中，接着就会分化出肌肉、间生质、腺、上皮等等。在一些育径的组织区和另外一些育径的组织区之间，存在着相互的作用。因此，我认为我的用法意味着，一种育径（如"中胚层育径"），在以后的某一阶段中就会及时地包括进一定数目相互作用着的不同吸引子（如肌肉、皮肤、结缔组织等）。我所不能肯定的是：当有突变发生而分叉成育径 A 和 B（比方说，神经和中胚层）的时候，对于其中每个育径来说，是否已在某种意义上具有一个以上的吸引子并各自具有育径 A 和 B；还是只有一个吸引子，它本身不稳定，但在后来会产生出两个或更多个吸引子，或者它对子系统其他部分给予的影响来说不稳定，从而诱发出新的育径？

3号信附件 A（引自《遗传连续性与生物学的统一》，*Unités biologiques douées de continuité* ，C. N. R. S., Paris, 1949, p.33）

德尔布吕克：比尔（M. Beale）在论述索恩本（Sonneborn）和他本人观察到的现象时，建议将这些现象考虑为一组胞质基因的特性所产生的结果，环境条件将决定，是优先让这组胞质基因再生，还是禁止其繁衍。

我不打算就这一概念提出争论，只希望唤起人们对"稳流"系统某些一般特性的注意。在任一具体的情况下，尤其是在功能的基因连续性可以观察到的所有情况下，必须研究"稳流"系统的这类特性，才能够假定基因连续性带来了生物学的

统一。

我想加以阐述的论点如下：许多稳流系统在完全相同的条件下，可以处于各种不同的平衡状态中，施加瞬时的扰动，就能从一种状态过渡到另一种状态。

可用一个简单的模型来说明这个一般的结论。在图1上，字母 A_1，A_2，B_1，B_2分别代表包含在一个细胞中的各种酶。这个细胞则用一条闭曲线表示。字母 a_1和 b_1代表周围环境中的物质。在酶 A_1和酶 B_1的各自影响下，这两种物质转化为代谢的中介物 a_2和 b_2。这两种中介物又成为酶 A_2和酶 B_2的基质，并将其转化为废物 a_3和 b_3。在恒定条件下，细胞迅速地达到一种稳定的状态，其标志是中介物 a_2和 b_2的浓度成为某一固定的常数。在这一模型中，只有一种稳定的状态，它是由环境条件和细胞中酶的特性决定的。

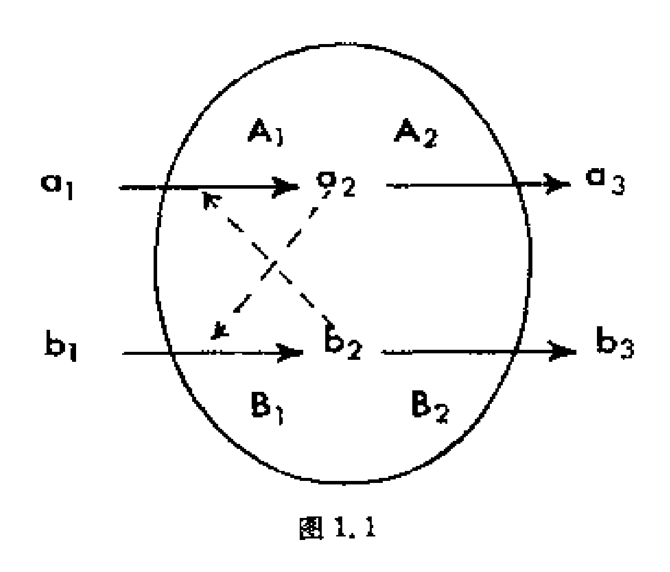


图1.1

现在再添上一个假设，即认为两组酶的反应间总存在相互的作用。为具体说明这一假设，可假定代谢生成物 a_2影响到酶 B_1的催化反应率。在 a_2的浓度较大的情况下，这一影响

将中断所有的反应①。类似地，可假定代谢物 b_2 对酶 A_1 有影响。这类影响在图中已由虚箭头标明。

在这一新模型中，同样可以说，在恒定条件下，细胞将取一种稳流状态。但对于同样的环境条件，此时可有三种平衡的状态，其中两种状态是稳定的，一种不稳定。例如，可考虑由物质 a_1 和 b_1 的浓度等式所确定的条件。可以发现，流的平衡状态取决于这些物质流入细胞②的先后次序。在不同情况下，平衡态的特征是：

(a) 设 a_1 先流入，则 a_2 的数量大，b_2 的数量小，其平衡态是稳定的，我们称其为状态(a)；

(b) 设 b_1 先流入，则 a_2 的数量小，b_2 的数量大，其平衡态同样是稳定的，我们称其为状态(b)；

(c) 设 a_1 和 b_1 同时流入相同的数量，则 a_2 和 b_2 的浓度相等，且数值较小，此时能达到流平衡，但不稳定，微弱的扰动就可使状态(a)转换为状态(b)。

施加强烈的瞬时扰动也可使状态(a)转换为状态(b)。例如，设初始状态为(a)，a_2 可引起 b_1 中反应的瞬时性中断，从而使状态(a)过渡到状态(b)。

各种不同的干扰都可能导致这一类结果，例如：用反 a_2 血清作临时性处理；温度的临时性变化使酶 A_1 的某些活性受阻；环境发生临时性改变，不再含物质 a_1。

总而言之，上述细胞模型在其功能上可处于两种稳定流状态。当然，这并不意味着基因、胞质基因、酶或任何其他组成

---

① 这一特性可认为是 a_2 的可逆二聚作用的结果，只有二聚物才会中断 B_1 的反应。

② 原书此处为surroundings，似有误，依上下文译作"细胞"。——译者

物质会发生什么变化。环境条件的瞬时性改变可使一种状态转换到另一种状态。

为了考虑许许多多各不相同的平衡状态，不管这些状态的稳定程度如何，上述模型相应地就有无数种修改方法。根据其具体情况，从一种状态向另一种状态的转换，可能是可逆的，也可能是不可逆的。要说明这一点，可类似地求助于胞质基因的存在性，对此我们就不作具体证明了。

在此，我无意介绍索恩本和比尔所阐述的一种理论，我只希望强调这样一点，即在通量平衡（而不是平衡）的系统中，一般说来，可以设想出多种不同的解释，这些解释都能言之成理，绝非不切实际的空想。当然，这一结论也不是什么新观点，不少生物学家都在不同程度上表示赞成这一看法。我相信，上述简单模型将有助于明晰地表达这一思想的精髓，并使之更加精确化。

3号信附件 B（引自沃丁顿著《现代遗传学引论》，*Introduction of Modern Genetics*, Allen and Unwin, London, 1939, pp.180—184）

3. 时间效应曲线和剂量效应曲线

在上节各例中，我们试图阐述有某种物质产生的发育反应过程。为总结特定情况下反应实况，可画出物质数量随时间变化的曲线。如此作出的曲线可称为有关基因的时间效应曲线。本节中，我们将把这一概念一般化，使基因的时间效应曲线能反映出我们对基因发育作用所知的全部信息。

首先，我们考察同一基因的时间效应曲线与剂量效应曲线之间的关系。前面已经讨论过剂量效应曲线，这一曲线是根

据基因剂量与成年有机体内产生的最后效应之间的变化而作出的。从发育的角度来看，在趋于成熟而发育速度放慢下来时，基因在成年有机体内的最后效应渐近于时间效应曲线。而在某些动物由于变态而突然中止发育时，基因的最后效应可能达到一个终结值。在这两种情况下，时间效应曲线的端值都等于该基因的剂量效应曲线上的值。若有一组等位基因，那末剂量效应曲线实际上无非是各条时间效应曲线端值的概括性图形而已。

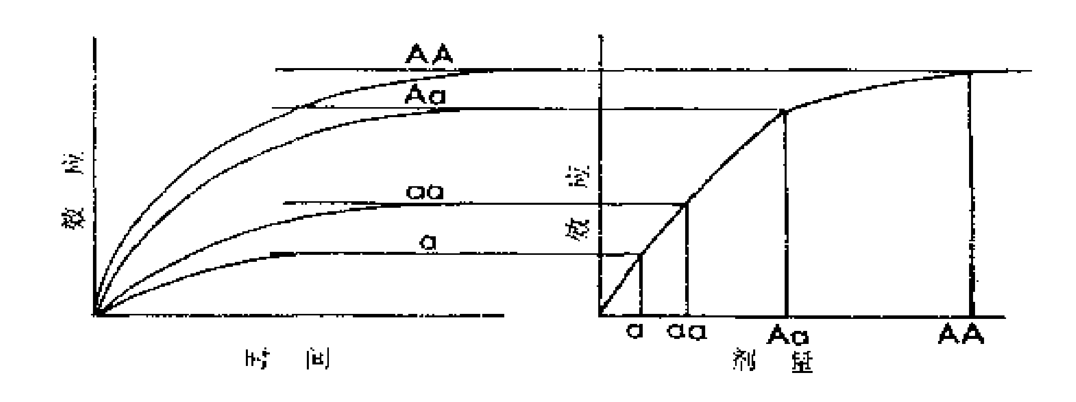


图 1.2 时间效应曲线和剂量效应曲线之间的关系

这一说法的重要性在于，它说明了关于剂量效应曲线的某些结论也适用于时间效应曲线。举例来说，尽管福特(Ford)和赫克斯利(Huxley)曾经论述过某些修正因子对钩虾眼睛中色素形成的时间效应曲线产生的影响，而且人们还知道另外一些实例，但是，对于时间效应曲线依赖于遗传环境的详细情况，我们却了解不多。另一方面，从剂量补偿等经过修改的情况中我们却能找到较多证据，表明剂量曲线不仅依赖于所研究的具体基因，而且更依赖于这一基因和其他各种基因之间的平衡关系。现在，我们可以确认，遗传环境对剂量曲线的这一影响乃是它对时间效应发生影响的结果。于是，我

们就有更充分的理由支持这样一个重要结论，即时间效应曲线是全部基因型的一个函数。

某些发育过程（如钩虾眼睛和毒蛾幼虫皮肤的色素沉积）可以直接观察，其时间效应曲线也最为简单。但对果蝇眼睛色素的研究清楚地表明，可以观察的过程只不过是从基因到色素的整整一系列变化中的最后反应。理想的做法是将时间效应曲线的思想拓广，使之不但能反映出最后这个可观察过程的进展，而且还能反映出在其前面的各个过程的情况，因为我们对于后者通常知之甚少。例如，如从某一祖先开始形成色素，则我们不但能画一条曲线表明其色素形成的快慢，而且也能画出说明这个祖先形成速率的更早的一条曲线。

严格地阐述这一点，就会发现，对于每种欲画出其浓度曲线的物质，都应引进一个新的空间维数。这当然马上会使非数学工作者感到惊恐不安，因为他们不善于为自己的问题开辟出数学的新天地。但如用上法将时间效应曲线进一步推广，那末即使不引进复杂的多维空间，我们也能容易地掌握显露出来的本质特点。

首先，我们发现，在某些情况下，所生效应仅在数值上有大小之分，并在某一范围内连续变化。此时，从时间效应曲线中可知的全部信息是：有关过程的速率会连续地变化，而当发育中止时，最终产生出来的物质在数量上也就不一样。若其中有多个明显不同的过程参与，那就只能用一组分支线来表示了，这是一种更为重要的情况。例如，我们曾在果蝇的例子中看到，在其发育的某段时间里，通常的朱红色物质是形成正常眼睛色素的基本材料。如果没有这种朱红色物质，那末形成色素的物质就会发生变化，以便形成朱红色色素；如果存在朱红

色物质，那就会产生出正常的色素，不过，此时进入的是另一分支点，其中朱红色物质存在与否将决定在哪一个方向上前进。在这种情况下，会有多种反应物混杂在一起，比方说，有二至三种酶和若干种基质。在一个分支点上，混合物的变化可能有两种不同的方式，这取决于朱红色物质存在与否。例如，朱红色物质可能抑制最活跃的酶，而让另一种不那么活跃的酶起作用。对有关过程的详细情况，实际上我们还一无所知，我们知道的只有一点，那就是：所研究的系统可能有多种变化的方式。

在诸如色素形成这样的发育过程中，如要考虑有关的一切反应，那就要用一组分支线来代替单一的时间效应曲线了，这组分支线将代表由不同基因控制的所有可能的发育路径。此外，我们应记得，每一分支曲线不仅取决于与其相应的那个基因，而且还受到其他一切基因的影响。为了概括这一点，我们可不用平面上的一组分支线，而用一个曲面上的分支谷线来表示发育反应的情况。有关的过程线，也即实际的时间效应曲线将处于谷的底部，谷的两侧就可设想为代表影响时间效应曲线走向的其他基因。属于谷地一侧的一些基因趋向于将效应曲线推向一方，属于谷地另一侧的一些基因则起相反的作用。可以粗略地说，与这种地形结构相应的全部基因决定了这一谷地的形状。在某些分支点上发挥主要作用的基因（如朱红色素基因），就像是一阵难以阻挡的风暴，将发育过程的航向沿谷地一侧推向其底部。

试图用这种方式来形容发育反应，似有过于奇特和抽象之感，不会有多大价值。不过，之所以抽象，还得归咎于我们对实际发育过程的无知。谷地模型直观地显示了两个抽象的重

要事实：第一，任一发育过程的路径都是由许多基因确定的；

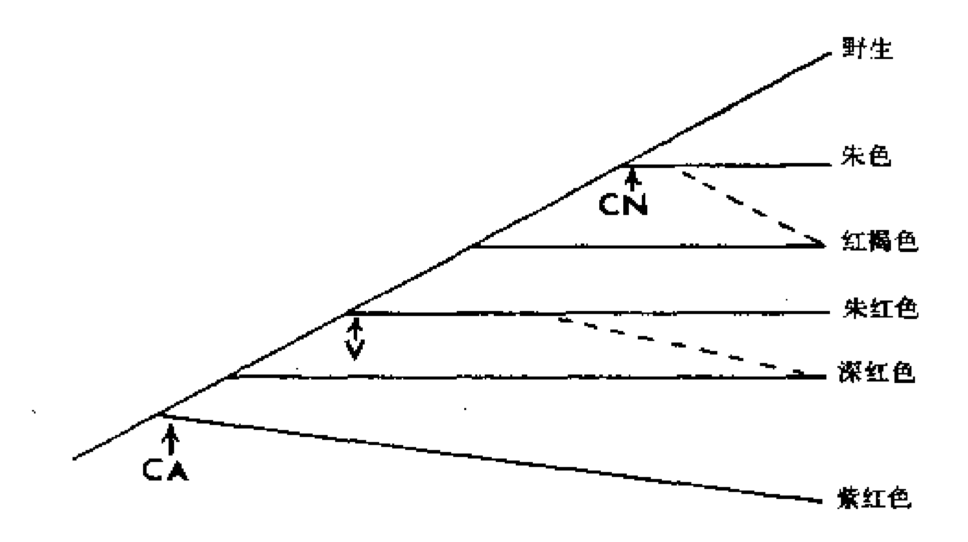


图 1.3　果蝇眼睛色素形成的发育过程

发育过程沿着分支轨线从左向右推进，标为 CA、V、CN 各点分别表示产生紫红色、朱红色、朱色物质。还有更多轨线，图上无法一一画出。例如，深红色就没有或很少有朱红色物质，红褐色中很少有朱色物质；但在同型结合体的苍蝇中，这些基因的发育过程在朱红色和朱色分叉出来以前，究竟是在正常轨线上分支，还是具有如虚线所示那样的附属分支，对此我们尚不清楚。

第二，这些基因可能确定出发生反应的不同路径。

这一模式也可用来描述非简单物质的个体发育的情况。例如，为了说明果蝇中巴氏基因的发育效应，就有必要对相继发生反应的历史过程进行类似的考察。在这一方面，人们通过对果蝇复眼中形成的小眼数受温度的影响所作的研究，已经获得某些详细的资料。遗憾的是，我们只能见到由于发生变态而“冻结”了的最终结果。我们发现，在发育过程中，仅在某一段时间内（恰在实际出现小眼前），温度的变化才会影响到巴氏果蝇复眼中小眼的数量。这就表明，在发育的初期生成一种

形成小眼的"物质"；巴氏基因对此发生反应，分解这种物质；接着进入第三组过程，开始实际形成小眼，形成的小眼数则与剩余的物质量成正比。一般认为，温度只影响到巴氏基因引起的物质分解过程，因此，仅当有巴氏基因存在时，才会有温度的影响。在此例中，时间效应曲线上作为"效应"的最终产品，不是像色素那样的单一物质，而是相对来说比较复杂的组织——小眼。当然，形成小眼的物质可以是单一的化合物，埃夫吕希(Ephrussi)最近就曾指出，通过注射从正常的蛹中提取的某些物质，巴氏果蝇眼中形成的小眼数就可能增加。对于这种物质作用的机理，我们还一无所知。这种物质也许能强化对形成复眼的某种刺激，也许是延缓对这种刺激的反应。它很可能与朱红色物质有某种联系，甚至就是同一种物质；我们已经知道，巴氏基因在体内的其他地方将阻止朱红色物质的形成。

从胚胎学的角度考虑发育过程，我们尚不能像研究巴氏果蝇那样，用某些特定物质的数量来说明我们感兴趣的有关性状。此时，就需谈论诸如神经组织、小眼等等的组织学概念了。但是，实验胚胎学所得结果与我们在描述遗传学结果时得到的各种可能性完全一致。例如，两栖动物原肠胚的外胚层，其变化趋向可能有两种：一种是变为上皮，另一种是在添加某种唤起物的条件下变为神经组织。这与果蝇色素系统在一个分支点处情况完全相似。这两种研究发育过程的方法都用同一种方式提出了主要的问题，我希望遗传学和胚胎学能携起手来，共同寻找其答案。

现在，我们将借助于上面提到的想法研究某些遗传学问题。

4. **托姆致沃丁顿(1967年2月20日于比勒斯)**

十分感谢您2月14日来函以及随函附上的德尔布吕克和您本人所写的文章。我相信，这些材料对研究细胞分化思想的历史，从根本上说来是非常重要的。不过，我得承认，对于您在德尔布吕克的"通量平衡"和您自己的"育径或发育路径"之间所作的区分，我尚不能透彻理解。您似乎认为，在德尔布吕克的模型中，至少在某些时间内，代谢过程有可能进入一种不变的平稳状态。我想，德尔布吕克本人未必会同意这一解释；首先，德尔布吕克曾作这样的区分："在通量平衡系统(而不是平衡系统)中，……"(第171页倒数第8行)，其意思似乎是，"通量平衡"在某种程度上是可以变动的，而普通平衡则不能。当然，用词是相当含糊的。另外，我们记得，这种讨论是围绕"胞质基因"或细胞的遗传性这一课题进行的。在有丝分裂、孢子形成和配子生成等等过程中，任何细胞都要经受代谢的巨大变化，这种所谓的平稳状态怎么可能保持下去呢？

德尔布吕克在介绍他的局部模型时，用到基质 a_1, b_1, a_2, b_2 以及酶 A_1, B_1, A_2, B_2 等等，很清楚，他并没有声称要描述细胞的全部代谢过程，而只希望具体说明，代谢物的一个子系统 S 与其他系统的物质间有反应发生。我们有理由认为，这个子系统 S 与代谢物的其余部分 R 之间是互相独立的，至多也只有很弱的耦合性。只要子系统 S 的"稳定区"或"吸引子"是结构稳定的，那末从定性的角度看，它们将在相当长的时间里保持不变或变化极小。注意，这一结论适用于一切生物化学模型，雅可比-莫诺(Jacob-Monod)的调节模型即为一例。不过，代谢的其余部分 R 本身会有很大数量的变化，足以产生很大的显型效应。最后，这一巨大变化可能通过与 S 间

的弱耦合作用，致使 S 中给定吸引子的突变产生破坏性作用，模型也随之失效。

而在您的“育径”或发育路径中，为确保其稳定性或“疏通性”，唯一可以设想的方法是给每一育径配上一个德尔布吕克式的子系统 S，事实上，这也是您在大作第 174 页下方提到相反基因(组)作用下谷地两侧情况时所表达的意思。现在，我们则须考虑到，代谢的这个局部分割因子 S 的坐标，可能不是德尔布吕克模型中那种代谢物浓度，而是这种浓度的非常复杂的函数(因而对 S 很难给出一种生化解释)。此外，在一个特定时刻，可能有多个这样的分割因子 $S_1, S_2, \cdots$，每一因子都配有一组特定的吸引子，这就是对胚胎学中的“同原育径”概念所作的最好解释。最后，我认为德尔布吕克的模型和您的模型没有根本的区别，只是您的模型更具一般性而已。在这一点上，德尔布吕克的主要功绩是赋予这一思想以一种更为专门的形式，使之易为真正的生物化学家接受。

从以上论述可知，只有借助于一种几何模型(不管是否明确说出)，诸如“通量平衡”、“局部稳定体”、“平稳状态”等等概念才能得到精确描述。您建议我在文中作一修改，说成“局部代谢稳定但仍演变的状态”，而我想说“该点处切向生化动力学吸引子”，因为这是唯一正确的说法。然而，生物学家中又有谁能理解这种语言呢?

我不敢妄言已读懂您的所有大作。关于下列各词，您认为最好参看哪些资料:

(1) 育径。

(2) 后成论。

(3) 与自体调节(homeostasis)相反的概念——自体失调

(homeorhesis)。
预致谢忱。

5. 沃丁顿致托姆(1967年2月23日于爱丁堡)

十分感谢您的来信。您问我,德尔布吕克的言辞与我以前说过的话有什么区别?我承认我可能误解了德尔布吕克,但我感到我要说的意思是:他绘制了一个封闭的空间,一些东西(称为a_1,b_1)流进,另一些东西(称为a_3,b_3)流出,空间内部就是他的开关机构。他在最后一段中谈的是"通量平衡系统,而不是平衡系统",我想,他第一个词组指的是"处于平衡的系统(尽管可能有东西进出),也就是处于平稳状态的系统",与此相对照,我认为第二个词组指的是"处于平衡但没有东西进出的系统"。我想,这就是"通量平衡"这一用语的通常含义。在这两个词组中,不管有没有"通量"一词,"平衡"的普通含义都是指内部的物质浓度始终保持常值。您问道:在如细胞分裂这种有深刻变化的过程中,物质浓度怎么可能保持不变呢?等等。我要指出,有别于胞质基因具有遗传连续性这一假设,德尔布吕克提出了自己的模型,特别用来说明通过细胞许多世代相传仍不改变的性状。我认为其言下之意是,细胞分裂的混乱状态是某些系统中的一种暂时性波动,这些系统与德尔布吕克描述的系统只有非常松散的耦合关系。

我想,这也是大多数生物学家对德尔布吕克的思想所作的理解,例如,雅可比和莫诺在《细胞分化和大分子合成中的遗传抑制和变构抑制》一文中写道:"正如德尔布吕克在1949年所指出的那样,守恒意味着存在有核苷酸序列的变异活动,这可能是建立起能进行无性繁衍的平稳态系统所得的结果。"

见《第21届发育科学报告会会议录》(*Cytodifferentiation and Macromolecular Synthesis, 21st Growth Symposium*, Acad. Press, 1963, p.53)。

我的观点是，渐进分化不是无性繁殖。

于是，我们谈到了(我所解释的)德尔布吕克系统和我本人提出的系统之间的区别。在德尔布吕克的系统中，细胞的性状处于各种可能的状态之一，并保持不变，也即在"体内平衡"的意义上，物质浓度处于"通量平衡"的状态。根据我的设想，细胞所处的不同状态介于各种自体失调"平衡"之间，在任一种这样的平衡状态下，物质浓度并不是常数，而是沿着确定的时间轨线发生变化的。

"谁首先说?"当然是一个极其次要的问题，但"谁说得对?"就非常重要了。我应当指出，德尔布吕克在1949年谈论的是如何驾车在协和广场或埃特瓦尔(Etoile)兜风，这不过是我在1940年所说内容的一种退化情况，因为我谈的是如何从安瓦利代(Invalides)机场乘公共汽车到达奥利(Orly)机场或布尔歇(Bourget)机场。

如若您是一位如此"纯粹"的数学家，想要消除德尔布吕克和我本人之间的这一差别，那末唯一的途径是您得承认，代表物质变量(如浓度)的维数和代表时间变量的维数是没有区别的。但是，抽象到如此程度，数学家对生物学家的现实世界也就毫不沾边了。

若您想引述讨论有关概念的拙著，可参阅:

(1) 关于"育径":《基因战略》(*Strategy of the Genes*, Allen and Unwin, London, 1957, p.32)。

(2) 关于"后成论":《组织者与基因》(*Organisers and*

Genes,Cambridge University,1940),及《基因战略》(*Strategy of the Genes*)。

(3) 关于自体失调,《基因战略》是我第一次提到这个词的地方,而我试图向您说明的这个概念已隐约地包含在《现代遗传学引论》(1939年)和《组织者与基因》(1940年)这两本书中。



2 数学

2.1 基本概念的简单回顾

在第一章中，我们曾考虑由n种化学物质$s_1, s_2, \cdots, s_n$组成的化学系统s，其浓度分别为$c_1, c_2, \cdots, c_n$。我们可用几何语言来描述这一系统的状态。如暂时将有关的化学特性搁置一边，系统s的状态就可用n个实数$c_1, c_2, \cdots, c_n$来表征，这n个实数就在n维欧氏空间(记作R^n)中确定了一点c，其坐标就是$c_1, c_2, \cdots, c_n$。系统s实际上可以达到的各个状态构成了空间R^{n+}(浓度必为正数)的一个区域D。

s中所含的n种物质相互作用，进行了一系列的化学反应。为了说明每一种化学反应的情况，可以根据每一元素的平衡条件，利用某种规律(比方说，质量作用定律)，就可得出相应的动力学方程(其中导数dc_i/dt是浓度c_j的函数)：

$$(E) \qquad \frac{dc_i}{dt} = X_i(c_j)。$$

方程(E)是一个"自治的"微分方程组，它在系统s的状态区域D上确定了一个向量场，其分量为$X_1、X_2, \cdots, X_n$。如果每个

函数X_i都是足够正则的(比方说,存在一阶或二阶连续偏导数),那末我们就能局部地对这一方程组进行积分,也就是说,可以导出各种物质发生变化的规律:$c_i(t)=h_i(t;c^0)$,其中c_j^0表示时刻$t=0$时物质S_j的初始浓度。

初始常数c_i^0一旦确定,函数$c_i=h_i(t_i;c^0)$就在区域D上定义出一条可微曲线,这是从初始点c^0发出的一条轨线。在此,我们面临的是科学上最常见的一种形式的确定性问题,拉普拉斯(Laplace)曾在《关于随机性的哲学》(*Essai philosphique sur les probabilités,1814*)一文中对此作过淋漓尽致的论述。在建立这种微分方程组(或说动力学方程组)的过程中,要用到两个概念:

(1) "相空间",也即被考虑的系统的"可能状态场";

(2) 系统变化的过程,这可用从各种可能的起始位置发出的轨线$h(t)$来描述。

研究这类相空间是微分拓扑学的任务;研究轨线则是动力学的目标。

2.2 微分拓扑的某些概念:微分映射与微分流形

设有p个可微函数$g_1(x_j)$, $g_2(x_j)$, $\cdots$, $g_p(x_j)$,其中自变量有n个:$x_1, x_2, \cdots, x_n$;又设$y_1, y_2, \cdots, y_p$为p维欧氏空间Y的p个坐标。公式$y_i=g_i(x_1, x_2, \cdots, x_n)$将空间$X$中每一点$x=(x_1, x_2, \cdots, x_n)$与$Y$中一点$y$相对应。将点$y$与点$x$联系起来的这一规则$G$就称为一个"微分映射",$X$称为这一映射的"源空间",$Y$称为"目标空间"。若任一函数$g_j$关于$x_i$存在着直到$m$

阶的连续偏导数，则称G为m次可微或属于类C^m。所有类C^m的微分映射构成一个范畴：若有三个欧氏空间X，Y，Z和两个映射：$X \xrightarrow{F} Y$，$Y \xrightarrow{G} Z$，则由

$$z_k = g_k(f_j(x_i))$$

定义的复合映射$X \xrightarrow{G \circ F} Z$也属于类$C^m$。

2.2.1. 局部映射：芽和喷射

设F为空间X的一部分到空间Y上的一个映射。若在X中的O点的一个邻域U上F有定义，则称F是O点处的局部映射。此时，假定O'是F在Y中的象$F(O)$；而V是Y中O'点的一个包含象$F(U)$的邻域，则可将此记为

$$(U;\ O) \xrightarrow{F} (V;\ O')。$$

设在O点有两个局部映射F和G：

$$(U;\ O) \xrightarrow{F} (V;\ O'),$$

$$(U';\ O) \xrightarrow{G} (V;\ O')。$$

如果在交集$U \cap U'$中存在一个邻域W，使F和G在W上取V中相同的值，那末我们就说F和G在O上有相同的芽。因此，芽是通过一个点源以及这一点源处的一个局部映射加以定义的。如果两个无限可微的函数在$O \in R^n$处有相同的芽，那末它们在O点处的泰勒(Taylor)展开式完全相同。

r阶喷射

设F和G为O点处从$X \in R^n$到$Y \in R^p$上的两个局部映

射，其定义由关于X中的坐标x_i和Y中坐标y_j的下列方程给出：

$$F: y_j = f_j(x_i), \qquad 0 = f_j(0),$$
$$G: y_j = g_j(x_i), \qquad 0 = g_j(0).$$

若函数f_j，g_j均属于类C^r，偏导数$\frac{\partial^{(\omega)}}{\partial \chi^{(\omega)}} f_j$和$\frac{\partial^{(\omega)}}{\partial \chi^{(\omega)}} g_j$（$\omega$是$x_i$的一个单项式，$|\omega| = \deg \omega \leqslant r$）在$O$点有相同的值，我们就说$F$和$G$在$O$点处是$r$阶等价的。从$\mathrm{R}^n$到$\mathrm{R}^p$上的局部映射等价类称作从$\mathrm{R}^n$到$\mathrm{R}^p$上的一个$r$阶**喷射**。由偏导数$C_w^j = \frac{\partial^{(\omega)}}{\partial \chi^{(\omega)}} f_j$的值唯一确定的这样一个喷射是一个向量空间中的一点，坐标为(C_ω^j)，我们将此喷射记为$J^r(n,p)$ · R^n中的点O称为这一喷射的源，像$O' \in \mathrm{R}^p$称为**目标**。

2.2.2　芽和喷射的复合

设有一列微分映射$X \xrightarrow{F} Y \xrightarrow{G} Z$，且有$O' = F(O)$ $O'' = G(O')$，则复合映射$G \circ F$ 在O点的芽只依赖于F在O点的芽和G在O'点的芽。同样，$G \circ F$在O点的r阶喷射也可由F在O点的r阶喷射和G在O'点的r阶喷射来确定，其原因在于：复合函数$g(f_j(x_i))$的k阶偏导数是f_j和g的不超过k阶的偏导数的一个多项式。

设有喷射$z \in J^r(n,p)$，若不计高于$r-k$阶的偏导数，则此喷射显然也是一个$r-k$阶喷射，于是我们就有一个"忘记"正则映射$\rho: J^r(n,p) \to J^{r-k}(n,p)$。

下列图表可换为：①

$$J^r(n,p)\times J^r(p,q)\xrightarrow{(m)}J^r(n,q)$$

$$\rho\downarrow\qquad\rho\downarrow\qquad\rho\downarrow$$

$$J^{r-k}(n,p)\times\ J^{r-k}(p,q)\xrightarrow{(m)}\ J^{r-k}(n,q)$$

其中(m)表示复合映射(垂直向下的箭头ρ表示限制)。

喷射的例子

切向量　当$n=1$时，$J^1(1,p)$的一个可以看作为从R^p的原点O'发出曲线的芽的一个(一阶)等价类，这样一个等价类叫做O'处与R^p相切的切向量。这些向量构成了空间R上的一个p维向量空间。

余向量　$p=1$时，$J^1(n,1)$中的一个喷射可视为函数$f:\mathrm{R}^n\to\mathrm{R}$的泰勒展开式中的线性部分，这是一个余向量。一个向量与一个余向量的标量积乃是与复合映射$\mathrm{R}\xrightarrow{S}\mathrm{R}^n\xrightarrow{f}\mathrm{R}$有关的映射$m$。

在上述定义中，向量被认为是"曲线芽"，而不是在基础数学中所指的那种线段。

设U是R^n的一个开集，点$x\in U$的坐标为$(x_1,x_2,\cdots,x_n)$。我们将x点处切向量的全体看作为一个2n维的较大的拓扑空间，其中点的坐标记为(x_i,a_i)(a_i代表向量的胚芽的速度分量)。这一空间称为区域U的切丛，记为$T_*(U)$。以后我们还要为它给出一个更为准确的定义。

我们可用下式定义从纤维$T_*(U)$到U上的"正射影"p：$p(x_i,a_i)=(x_i)\in U$。此纤维的一个截面是一个映射S：$U\to T_*(U)$，它满足$p\circ s=$恒等映射。在此，s将每一点$u\in U$

---

① 下式中第一行第二项原书中为$J^r(n,q)$，疑n为p之误，译文改作p。——译者

映射为该点的一个切向量$s(u)$，这就定义了U上的一个“向量场”。同样地可定义U上的余向量空间$T^*(U)$。$T^*(U)\to U$的一个截面s'将每一点$u\in U$映射为该点的一个余向量，这一余向量可以用传统的方法写成各个坐标微分的线性组合$\sum_i a_i \mathrm{d}x_i$，其中各个a_i是(x_i)的可微函数。对于象$\sum_i a_i(x)\mathrm{d}x_i$这样的表达式，我们通常称之为微分形式。

2.2.3 映射中向量和余向量的特性

设$F: X\to Y$是从R^n的一个开集到R^p的一个开集中的一个映射。借助于复合映射$I\xrightarrow{h}X\xrightarrow{F}Y$（其中$I=(0,1)$），可将（曲线$h$所定义的）在$x$点处$X$的每一切向量映射为每一点$y=F(x)$处的象曲线$F\circ h$，因而就有从$X$中$x$处的切向量集合到$Y$中$y$处切向量集合中的一个线性映射。这一线性映射记为$j^1(F)$，在局部上，它可以用一阶偏导数$\partial f_j/\partial x_i$构成的矩阵来定义；这一矩阵在$x$处的秩就是映射$F$在$x$处的秩。

反过来，考虑由$s': Y\to T(Y)$给定的Y上的微分形式；对于X上每一向量A，公式$\langle A,C\rangle=\langle j^1F(A),s^1(F(x))\rangle$定义了$X$上的一个微分形式$c$，其中$c=F^*(s')$（在$s^1$上由$F$导出的微分形式，也称“$F$从$s'$中拉回的”微分形式）。这种导出的方式是利用映射按其逆转意义来构成的（用现代的非经典术语来说是反变函子）：

若有一列映射$X\xrightarrow{F}Y\xrightarrow{G}Z$，且$a$为$Z$上的一个微分形式，则有

$$F^*(G^*(a))=(G\circ F)^*(a)。$$

应用：函数的微分

在表示实变量u的实轴上可定义一个正射微分形式ι如下：向量ξ与ι的标量积 $\langle\xi,\iota\rangle$ 就是ξ在u轴上的代数值。

假定$X\xrightarrow{f}\mathbf{R}$是一个光滑函数（亦即$f$属于$C^m$, $m>1$），它在实轴u上取值；令$\mathrm{d}f=f^*(\iota)$，其中ι是如上定义的$\mathbf{R}$上的标准微分形式。

我们可将此轴上变量u的名字视为恒等映射的记号：

$$\mathbf{R}\xrightarrow{u}\mathbf{R}$$

此时就可用$\mathrm{d}u$代替ι，得$f^*(u^*(\iota))=f^*(\mathrm{d}u)$。由此立即可以导出一个映射下的微分不变性：若有一列映射

$$X\xrightarrow{F}Y\xrightarrow{g}R,$$

则有

$$\mathrm{d}(g\circ F)=F^*\circ g^*(\mathrm{d}u)=F^*(\mathrm{d}g)。$$

2.2.4 可逆映射：隐函数定理

设有$F:X\to Y$，其中X与Y是n维欧氏空间中的两个开集。又设$F(O)=O'$，且在O处偏导数$|\partial y_j/\partial x_i|$的雅可比行列式不等于零（亦即映射$F$在$O$处的秩为$n$），那末在$O'$周围就有一个定义在$Y$中的一个开集$V$上的局部映射$g$，使$g\circ F=$恒等映射。

如果$F:X\to Y$是一个满射（即到上映射），它在每点处的秩均为n，属于C^m，且在每一点y处的逆象$F^{-1}(y)$是唯一的，那末F就是从X到Y上的一个属于类C^m的同胚，且此同

胚具有一个属于类C^m的逆映射$G: Y \to X$。此时，我们也说F是一个微分同胚，亦即X与Y是微分同胚的。微分拓扑学的任务就是要研究这类可微空间及其微分同胚下的不变量。

2.2.5 嵌入流形

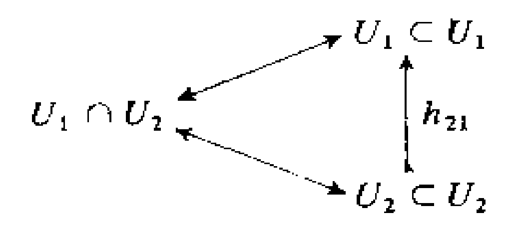
设$F: \mathrm{R}^n \to \mathrm{R}^{n+k}$是属于$C^m$的内射（即入内的映射，into mapping），其目标空间每一点处偏导数的雅可比阵的秩为n，则像集$F(\mathrm{R}^n)$称为R^{n+k}中的一个嵌入n维子流形（或称余维数为k的嵌入子流形）。若F将R^n微分同胚地映射到一个子流形上，则此子流形就是嵌入的。

例如，Oxy平面上由$x=t, y=t^2$定义的抛物线是一条嵌入曲线（余维数为1）。由$x=1-t^2, y=t(1-t^2)$定义的三次曲线不是嵌入的，因为$t=1$和$t=-1$这两个值都相应于原点，也即曲线在原点处有一个二重点。

现考虑坐标为$(y_1, \cdots, y_{n+k})$的空间R^{n+k}中k个关系式：$F_1(\cdots y_j \cdots) = F_2(\cdots y_j \cdots) = \cdots = F_k(\cdots y_j \cdots)$。假定$F(O)=O$，在$O$处的偏导数矩阵$(\partial F_i/\partial y_j)$的秩为$k$，也即此矩阵中有一个秩为$k$的子矩阵，其行列式不等于零。不妨设这一子矩阵是由最后k个变量$y_{n+1}, y_{n+2}, \cdots, y_{n+k}$确定的。如引入变量$u_j = F_j(y)$，则可知变换$(y_1, y_2, \cdots, y_{n+1}, \cdots, y_{n+k}) \to (y_1, y_2, \cdots, y_n; u_1, u_2, \cdots, u_k)$是可逆的，因而是一个微分同胚（用较早的说法就是曲线坐标的变化）。在此变换下，在R^{n+k}中由$F_1 = F_2 = \cdots = F_k = 0$所确定的子集在$O$附近被变换到由$u_1 = u_2 = \cdots = u_k = 0$所确定的一个线性流形。显然，我们在此关心的是一个$n$维嵌入流形的邻域，其参数为坐标$y_1, y_2, \cdots, y_n$。

<u>定义</u>　一个n维微分流形V就是可以局部地表示为欧氏空间$\mathbb{R}^{n+k}$中一个闭子集的空间，因而在这一集合中每一点处，V都可用k个方程构成的方程组$F_1=F_2=\cdots=F_k=0$来局部表示，其中各个微分$\mathrm{d}F_j(j=1,2,\cdots,k)$在$x$处是线性无关的。

由此定义可知，在V之每一点x处，总可找到一张"图册"，使V是维数为n、余维数为k的一个线性流形。一般说来，这种图册是很多的。在两张图册的公共部分，利用坐标变换h_{21}，就可从一个映射过渡到另一个映射：



<u>例子</u>　在Oxy平面上，方程$x^2+y^2=1$所代表的曲线(圆)是嵌入的。除了在$(0,1)$和$(0,-1)$这两点取x坐标为局部坐标外，其余各处均取y坐标为局部坐标。

零维流形是点，一维流形是曲线，二维流形是曲面。三维流形在普通的$\mathbb{R}^3$空间中是由参数方程给出的……。在$\mathbb{R}^4$中的球面S^3是一个三维流形，其方程为$x_1{}^2+x_2{}^2+x_3{}^2+x_4{}^2=1$。

在空间$\mathbb{R}^{n+1}$中，局部地用一个方程$F(x_1,x_2,\cdots,x_i,\cdots,x_{n+1})=0$定义的每个$n$维空间称为**超曲面**。

微分流形可以是**紧**的。例如，可作为有界集(即有限大小的集合)嵌入一个欧氏空间的微分流形就是紧的。圆是一维紧流形；实直线$\mathbb{R}$是非紧的(但它是仿紧的，也即为紧集的可数并集)。除了这两类流形外，还应考虑带边流形：M^{n+1}是具有边界V^n的一个流形，而V^n也是一个流形，则余集$M^{n+1}-V^n$(M的**内部**)是一个$n+1$维流形。在V^n的每一点v都有一个

邻域 $U \subset \mathrm{R}^{n+1}$(图册)，而交集 $M \cap U$ 可用不等式 $x_{n+1} \geqslant 0$(R^{n+1}的半空间)来刻划。

一个非紧的仿紧流形可以是(但不一定是)与一个带边紧流形内部微分同胚的。

事实上，我们可用由一组图U_i构成的一个图集来定义一个n维流形M的微分结构，这些图U_i均为R^n中的开集，且彼此间通过各个交集$U_j \cap U_k$上的微分同胚h_{jk}联结起来。借助于这些局部映射，我们可以定义从源流形S到目标流形O的可微映射的概念。同样地，将联络h_{jk}扩展到切向量，也可将流形M的目标空间$T_*(M)$定义为$T_*(U_s)$的并集。类似地可以定义余向量余切空间$T^*(M)$；典范射影$T^*(M) \to M$的一个截面s的一个微分形式。

2.2.6 映射的正则点和临界点

设F是从源流形X^n到目标流形Y^p中的一个映射。在X中每一点x处映射$j^1(F)$的秩是一个整数$s \leqslant \inf(n,p)$；差$n-s$是源处的余秩，差$p-s$是目标处的余秩。

余秩$n-s$和$p-s$中最小者为零的点称为X的正则点，非正则点就称为奇点或临界点。若F是X的一个闭映射，则F的临界点构成的集C是X的一个闭集；若F是解析映射(或多项式映射)，则C是一个解析集(或代数集)。像集$F(X)$称为奇值集，Y中不属于$F(C)$的每一点称为F的一个正则值。

正则值定理 设F是从M^n到Y^{n-k}中的一个映射(X和Y均为微分流形，而y是F的一个正则值，那末原像$W^k = F^{-1}(y)$是M的一个嵌入子流形。

证明：对于一点 $w \in W$，只需写出定义 W 的局部方程 $Y_j \cdot F = 0$ 就够了。

本定理之重要性源出于一个更为深入的定理：

Sard定理 对于从 M^n 到 Y^{n-k} 中 C^m 的映射 $F(m>k)$，奇值集 $F(C)$ 的 $n-k$ 维测度为零(换句话说，若在 Y 中"随机"取一点，此点极可能是一个正则值)。

2.2.7 满的与正常的可微分映射

设 $F: M^n \to T^{n-k}$ 为正常映射(Y 中每个紧子集 K 的原像在 M 中是紧的)，且 M^n 的每个点都是正则点，则 F 是一个纤维化映射(fibration)。

也就是说，Y 中每一点 y 都有一个邻域 V，使 $G^{-1}(V)$ 与乘积 $V \times W$ 微分同胚，而映射 F 就是在第一个因子 V 上的射影("局部平凡性")。W 称为这个纤维化映射的纤维。例如，两个流形的乘积 $M \times P$ 在第一个因子上的射影总是一个纤维化映射。根据构造，切丛 $T_*(M)$ 在 M 上的射影是一个纤维化映射。

2.2.8 横截性与一般位置

设 V^{n-q} 是嵌入 R^n 中的一个流形，余维数为 q。在 V 的每一点 v 处与 V 相切的向量构成的向量空间 $T_v(V)$，是 v 处与 R^n 相切的向量空间 $T_v(\mathrm{R}^n)$ 的一个线性子空间，维数为 $n-q$。由此可构造其商空间：$T_v(\mathrm{R}^n)/T_v(V)$，它是在 v 处横截于 V 的向量空间。

假定f是从微分流形X^m到R^n中的一个可微映射。若对X^m中每一点x，在V中的像为$y=f(x)$，其切映射$j_x f$使下列同构

$$T_x(X)\xrightarrow{j_x f}T_y(\mathrm{R}^n)\xrightarrow{\lambda}T_y(\mathrm{R}^n)/T_y(V)$$

中的复合映射$\lambda\circ j_x f$是满射，则称f横截V。也就是说，若在y处对于V有一个局部坐标系，使V在Y周围可用$u_1=u_2=\cdots=u_q=0$来定义（各个$\mathrm{d}u_j$关于y线性无关），则由横截性假设可知，在x处函数$u_i\circ f$的微分是线性无关的。因此，从局部上看，原像$f^{-1}(V)$在x处是余维数为q的一个子流形W，而且在整体上，$f^{-1}(V)=W$也是X的一个余维数为q的子流形。横截性之重要性可从下列两个结果中看出：

如果$f:X\to\mathrm{R}^n\supset V^{n-q}$横截$V^{n-q}$，则充分接近于$f$的每一个映射$f'$（在$C^m$拓扑中，$m>q$，用阶数不超过$m$的偏导数之差$\mathrm{D}f-\mathrm{D}f'$来定义）同样也横截$V$。

每一个映射f在C^m拓扑中都可用横截V的一个映射g来逼近。换言之，在具有C^m拓扑的映射$f:X\to\mathrm{R}^n$构成的函数空间$L(X;\mathrm{R}^n)$中，所有横截映射构成一个稠密开集。我们可以说，横截性对于映射是一般的（generic）。

在另一种情况下易证，对于映射的所有单参数族$f_t:(X)\to\mathrm{R}^n$（其中每一个f_t都横截V），前像$W_t=f_t^{-1}(V)$都是微分同胚的（只要X是紧的，就有整体微分同胚$h_t:X\to X$）。因此，横截性要求前像具有拓扑稳定性。在本世纪初，老一辈的意大利几何学家就已弄清楚这些特性，他们为了简化一种地形，常常使用名为"微变法"（della piccola variazione）的方法。

2.2.9 喷射空间中的横截性

对于映射f，在其一阶偏导数$\partial y/\partial x$的矩阵中，划去给定秩数的子式，就可确定它的各个临界集C。这就在此矩阵的系数空间（即喷射空间$J^1(n,p)$）中，定义了一个确定的代数子空间Σ。我们将在第三章中表明，根据矩阵的秩，Σ可以分解为若干光滑流形（层）。因此，我们可证，与Σ横截的特性关于导出映射$j^1f: \mathrm{R}^n \to J^1(n,p)$也具有一般性。这就使我们有可能算出秩为已知的临界集（关于映射$f: \mathrm{R}^n \to \mathrm{R}^p$）的一般余维数。可以证明，对于严格秩$s$的点集，这个一般余维数等于$(n-s)\times(p-s)$：源的余秩×目标的余秩。此外，这一横截性理论经过适当的表述，就可用来定义临界集的一般奇点。

2.3 动力学

2.3.1 动力学系统：渐近态，吸引子

定义1 一个动力学系统(M,X)就是实数群R对一个流形M的微分作用$\phi: \mathrm{R}\times M \to M$，使这一微分映射对于R中所有$t$，映射$\phi_t: x \to \phi(t,x)$是一个微分同胚，且对R中所有$t_1$和$t_2$以及$M$中的$m$，有

$$\phi(0,m)=m, \qquad \phi_{t_1}(\phi_{t_2}(m))=\phi_{t_1+t_2}(m)。$$

流形M称为相空间。对它求导，即知这一映射通过下列等式定义了M上的一个向量场：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\bigg|_{t=0}\phi(t,m)=X(m)。$$

反过来，利用局部积分，M上的一个向量场X确定了R对M的一个映射的"芽"。若M是紧的，则它确定了一个整体的映射。

若$m\in M$，则称像集 $\{\phi_t(m)\}_{t\in\mathrm{R}}$为$m$的轨道。

定义 2　设g为系统的一条轨线。g的ω极限点是这样的一点，它位于集$\{\phi_t(m)\}_{t>T}$的闭包中，其中m是g的任一点。g的ω极限点构成的集合$\omega(g)$是轨线的一个闭不变集合。

定义 3　对于轨线g和g'，如有$\omega(g)=\omega(g')$，则称这两条轨线是渐近的。如果M中两点m和m'的轨线是渐近的，则称此两点是渐近等价的。

这样，我们就在M的各点间定义了一个等价关系。在某种意义上，定性动力学的目标就在于将这一等价关系的拓扑性质精确化。在某些情况下，这一关系是"几乎处处"开的，也即每一渐近态都对应着M的一个开集，这个开集就叫做它的一个"洼"。M中有洼存在的地方，我们面临的是确定性问题，其终态对于数据的微小扰动是稳定的。在另一些情况下，这些等价类却如一团无法解开的乱麻，此时我们面临的是非确定性问题。因此，§2.1所述之确定性与非确定性混杂一起的情况，在用"渐近性"进行解释时，就已在经典动力学中显现出来了。

定义 4　场X在M上的一个吸引子是M中满足下列两个条件的一个不变子集A：

(1)A中几乎所有的轨线都在A中稠密。

(2)在M中存在A的各个邻域U_i构成的基本系统，它满足：

(a)每一点$u\in U_i$的所有轨道都以A作为ω极限集；(b)若

点$u \in U_i$使$\alpha(u)$($t \to -\infty$时的极限)与A相交,则u就在A中。

2.3.2 例子

(1) **点吸引子** 在这种情况下,A退化成单个的点a。如果X在A中的线性部分矩阵(记为$j(X)(a)$,称为X在a处的一次喷射)的特征值,其实部全为负数,那末点a就是一个吸引子。这个点吸引子称为是"一般型"(或双曲型)吸引子。事实上,在a周围的场是局部结构稳定的,其意思是说,对于在C^1拓扑中足够靠近X的每一个场X',总有a的邻域U和a'的邻域V,且存在同胚$h: U \to V$,使$h(a)=a'$,且h将U中X的每一轨线映射为X'的一条轨线。

(2) **闭轨线** 设c为与圆周S^1同胚的一条轨线,H为在c上的点q处与c横截的一个超曲面的芽。过H中点m的轨线在m'处首次与H相切割。用$h: m \to m'$定义的庞加莱-弗洛凯(Poincaré-Floquet)映射$h: H \to H$是微分同胚的一个芽,q为一个不动点。如果雅可比阵$J^1(h)(q)$的特征值的模小于1,则其闭轨线就是一个一般(双曲型)吸引子。此时,对于足够靠近X的所有场X',总有c的一个邻域中的一条闭轨线c',并有一个同胚将c的一个邻域映射到c'的一个邻域上,X的一条轨线在g下的像就是X'的一条轨线(也即具有结构稳定性)。

对于吸引子的拓扑性质来说,上面两个例子是非常为简单的,而另外一些例子可就要复杂得多了。威廉姆斯(R.Williams)和舒布(M.Shub)两人曾经用例子给出了拓扑性质非

常复杂的吸引子。对于在下述较弱意义上具有局部结构稳定性的吸引子进行论述和分类，这无疑是现代定性动力学的重大课题之一。

近来，人们研究了一些所谓的“奇怪”吸引子，其拓扑学性质只能在一些特殊的情况下加以说明。例如，对于斯梅尔(Smale)的“公理 A”所提到的系统，切丛$T_*(M)$可以分解为一个“收缩”分量、一个“扩张”分量以及相应的轨线。对于这类系统，可以证明，展布在洼上并具有真正热力学场的吸引子存在着不变测度。但是，我们对这类吸引子的一般特性还了解得很少，对于它们在“分支”处的情况也很不清楚。关于这一点，我们可作下列几点说明。

定义　若M本身就是X的唯一吸引子，则称X在M上是遍历的。

定义李亚普诺夫(Liapunov)函数　设(M,X)是一个动力学系统。定义在M的一个开子集U上的一个李亚普诺夫函数是在X的每一轨线上递增的实值函数$F: U\to R$，并在使$X=0$的点处有$dF=0$。李亚普诺夫函数可以是整体函数(即$U=M$)；也可以是局部函数(即U是M的一个真子集)，此时我们假定它是正常映射(也就是说，由K的紧性可推出$F^{-1}(K)$的紧性)。

若A为M中的一个吸引子，则根据定义 4 的假设，存在着A的一个开邻域U，使$\phi_t(U)$是U的一个开子集。如假定U具有光滑边界W，则可认为集合$\phi_t(W)$是一个真李亚普诺夫函数F的等值流形。

如A包含在管(tube)$F=a$中，那末对于足够靠近X的每一个场X'，总存在下列性质：X'必进入此管，因而在管中就

有一个或多个吸引子。这样，我们看到，场的微小扰动不可能引起如A那样的吸引子发生爆炸。在另一方面，吸引子也可能“爆裂”为一个或多个子吸引子。一般说来，这些子吸引子的维数较小。不过，也正由于维数降低了，这一连串爆裂的现象才一定会终止下来。

这类爆裂现象本身往往是非常不稳定的。现考虑环面T^2上线性场的线性族（x和y均取模1）。设$dy=kdx$为场方程。若k为有理数，则所有轨线都封闭，因而具有结构稳定性。场也可以退化为由有限多个互相吸引和排斥的闭轨线构成的一个场，称为莫尔斯-斯梅尔（Morse-Smale）场。但若k发生变化，那末当k为无理数时，就有一个场，其中所有轨线都是处处稠密的，并在拓扑学上等价于一个线性场。这就表明，定义一个吸引子时唯一可以采用的“有用”方式是，不但考虑这个给定的吸引子，而且还要顾及到邻近的吸引子。此时，唯一的希望就是使用求平均值的办法求出几个统计量（例如，求出不变测度），并借此刻划这一族……在此，我们触及到了突变论（或“结构稳定性理论”）的本质问题。

2.4 结构稳定性：动力系统和微分映射

2.4.1 结构稳定性

我们说，用流形M^n上的向量场X定义的一个动力系统是结构稳定的，其意思是：对于足够靠近X的每一个场X'，总存在M到自身上的同胚h_x，它将X的每条轨线变换为(M,

X')的一条轨线。

换句话说，扰动X为X'时，在相应的拓扑下，M分解为轨线的总体情况并没有变化。

为了找到一种足够灵活的定义，有必要放弃下面两条要求：一是要求存在整体微分同胚$(M,X)\xrightarrow{h}(m,X')$；二是要求时间的作用与同胚$h$是可以交换的。

这一定义是由俄国数学家安德罗诺夫(Andronov)和庞特里亚金(Pontriagin)在1935年提出的，它显然在理论上和在实践上都有很大的价值。然而，在这一问题上的进展却不大。作为第一个引人注目的结果，佩肖特(M.Peixot)证明，在一个紧有向曲面上，结构稳定场是稠密的。后面我们将说明，梯度场(或"类梯度场")几乎总是结构稳定的。这一结果还可推广到所谓的莫尔斯-斯梅尔系统。近来又得知具有"遍历性和混合性"的某些场也存在着结构稳定性。但是，斯梅尔(S. Smale)证明，在一个四维流形M^4上存在一个向量场(M^4, X)，它无法用结构稳定场逼近，这就表明前面这种想法只适用于一定的范围：在有必要对系统作"粗糙"分类时，几何上过于精细反而会把事情搞乱了。

面对这一尚未被解决的理论难题，有必要回到更简单的情形中来讨论梯度动力学。

2.4.2 梯度系统

流形M^n上的黎曼度量可由M中每一点m处切向量空间$T_m(M)$上的一个正定二次型给出，一般记为$ds=\Sigma A_{ij}(x)dx_idx_j$。容易证明，在每个流形$M^n$上总存在黎曼度量。例如，

通过嵌入$M \to \mathbb{R}^{n+k}$即可从标准的欧氏度量导出一种黎曼度量来。

从$T_*(M^n)$上这种度量出发，可以定义切向量间的标量积(用$< \quad >$表示)。类似地还可定义向量与余向量间的同构：$T_{m*}(M) \cong T_m^*(M)$。

设V是M上的一个光滑实值函数(势函数)。利用下列公式，对V可定义一个向量场(称为梯度场)：对每一切向量$X \in T_m(M)$，有

$$<\mathrm{grad}\, V, X> = \mathrm{d}V(X)。$$

在$\mathrm{grad}\, V$的每一条轨线上，函数V单调递增。因此，在一个紧流形中，每条轨线的ω极限集都是由V的奇点构成的，在这些奇点处，微分$\mathrm{d}V$等于零。

研究一个梯度场的渐近性，同样会碰到势函数的这些奇点，它们也是系统的平衡点。

因此，我们必须建立函数的奇点理论，并研究奇点邻域内梯度场的特性。

2.4.3　函数的一般型临界点

我们用$(a_1, a_2, \cdots, a_n)$表示余向量空间$J^1(u,1)$中的坐标。临界点x就是导出映射$j^1 f$将切向量空间映射成零的点。若$a_i = \partial f / \partial x_i$，则当$a_i(x) = 0$时，$x$就是临界点(或称奇点)。根据前述横截性引理，总可找到逼近f的g，使其映照$x \to a_i = \partial g / \partial x_i$关于原点是横截的。

如果这一条件能满足，那就隔开了每个临界点。在临界点处g的泰勒展开式为：

$$g(x)=g(o)+\sum_{ij}b_{ij}x_ix_j(\text{二次型})+\cdots\text{高于二阶的项},$$

其中二次型的秩等于n。换句话说，二阶偏导数行列式（即海赛行列式）$H=|\partial^2 g/\partial x_i\partial x_j|$不等于零。

这样，我们已经证得：每个实光滑函数都可用一个函数来逼近，而且后者的临界点处的海赛行列式不等于零。这些点也称为**非退化点**。

如若一个函数（如$g(x)$）的所有临界点均为非退化点，则此函数称为**莫尔斯函数**或一般型函数。

作为练习，易证抛物型势函数的"结构稳定性"。这种函数完全可用一个变量x的势函数$V=x^2$来表示。我们注意到$V'(x)=2x$，$V''(x)=2$。现用下列条件在C^2类的函数空间中定义函数V的一个邻域：对于每个$g\in W$，在区间$J=[-1,1]$上，$|V''-g''|<1$，$|V'-g'|<1$。由此可见，$g'(-1)\leqslant -1$，$g'(1)\geqslant 1$，由于g'在J上连续，故在J上至少有一次变为零；同时，g'在J上也只能有一次变为零，因为要是能两次变为零或更多次变为零，则g''在J上可为零，这与我们对W上的函数施加的条件$g''>1$矛盾。

2.4.4 在非退化临界点的邻域中的梯度

设$Q(x)=\sum_{ij}b_{ij}x_ix_j$是所考虑的$O$点处$V$的泰勒展开式中的非退化二次型。

我们假定黎曼度量就是标准欧氏度量；于是梯度场在O点就有一个用偏导数$\partial Q/\partial x_i$表示的线性分量。这一线性场可用一个对称矩阵确定，并且此矩阵可以对角化。在其n个特征

值中，有k个负数，$n-k$个正数。相应于负特征值的特征向量确定了一个k维平面L_k；相应于正特征值的特征向量确定了一个$n-k$维的互补平面P_{n-k}。grad V在O点终止的轨线集构成了一个可微嵌入的k胞腔，它以L_k为切平面。类似地，grad V从O点出发的轨线集构成了一个$n-k$胞腔，它在O点与P_{n-k}相切。这就是与所谓"双曲型"奇点的邻域相关的轨线布局。整数k称为临界点O的指数。

若M^n为紧流形，V是M^n上的一个莫尔斯函数，那末V的每一条梯度轨线都从临界点O出发，并进入另一临界点O_j；对于M中每一点m，均可用通过m的梯度轨线的端点与之相对应，此时，流形M^n就被分解为若干个微分嵌入的胞腔，每个k胞腔都以指数为k的一个临界点作为其中心。借助于这种将M^n划分为胞腔的方法，就可计算M的拓扑不变量(同调、同伦)；反过来，M显示出来的每种拓扑特性均可利用临界点的存在性来加以说明。这一原理就是人们所说的莫尔斯理论。

在指数为k的一个临界点处终止或出发的梯度胞腔分别叫做"稳定胞腔"和"不稳定胞腔"。我们可以表明，梯度场具有结构稳定性的充要条件是所有临界点均为非退化点，而与这些临界点有关的稳定胞腔和不稳定胞腔都以横截的方式相交。

例(地图上的坡度线)　沿任一坡度线下滑，最终必将在最低点停下；地面就用这一方式划分成若干个"洼"，从同一洼内的点出发的坡度线都会在相应的最低点终止。两个相邻洼由一条"分界曲线"隔开，这条分界线一般是由相应于鞍点的稳定曲线弧构成的，并在最高点处终止。

例(结构不稳定的梯度场)　将环面T^2嵌入三维空间$Oxyz$中，使T成为绕Oy旋转而得的图形，那末函数z在T^2上具有三个临界点：一个极小点，两个鞍点(分别位于环面内圆周的最高点和最低点)。从高鞍点出发的稳定胞腔正好落在低鞍点上。但横截性条件却要求避免出现这一种情况。让嵌入映射作微小扰动，其分界线就会进入z的极小点。

2.5　梯度分叉与函数奇点

现考察动力系统$(M,X;c)$，它关于参数c可微。如果微分系统$(M,X;c_0)$是结构稳定的，则称c_0是多维参数c的一个"正则"值。如果c_0是一个正则值，则对足够靠近c_0的一切值c'，系统$(M,X;c')$均与$(M,X;c_0)$拓扑等价。

非正则值c称为系统$(M,X;c)$的"分支值"。对于此参数的一个值c''，总存在任意接近它的值c，使其相应的系统$(M,X;c)$与$(M,X;c'')$具有不同类型的拓扑。对于"几乎所有"的系统$(M,X;c)$，在各个参数c构成的空间C中，找出分支值集合B的拓扑性质，这是分支理论的一个中心问题。在"良好的情况"下，C是一个无内点的闭集，其结构是借助于代数模型或半代数模型局部地建立起来的。另一方面，我们也知道，B一般地说有可能是局部处处稠密的。在环面T^2上的线性场$\partial y/\partial x=k$就是表明这一反常情况的简单例子，因为此时每一个k值都是分支值：k是场的旋转数，因而可知是一个拓扑不变量……。

现首先研究关于固定的黎曼度量的梯度分支这一最为简

单的情况。此时只需考虑关于多维参数c可微的一族势函数$V(x;c)$。出于两种原因，流形上梯度的拓扑类型是可以不同的：一是势函数具有非一般型（又称退化型）临界点；二是稳定胞腔和（临界点退化情况下的）不稳定胞腔的交集不是横截的。如果我们只关心动力系统的渐近态，那就可局限于研究$V(x;c)$（c的函数）的极大点变化的情况。至于各个洼相互之间的位置关系可能发生变化的情况也就不必多费心思了。于是，首要问题是研究势函数奇异"退化"点附近局部分支的现象。这就需要系统地研究实值函数的奇点。现在我们来看几个例子，它们虽然很简单，但对突变论是十分重要的。

(1) **折叠**

$V=x^3/3$，就奇点来说，这是仅次于抛物线$V=x^2$的最简单情况。

考虑上述函数$V(x;c)$的一种变形：$V(x;0)=x^3/3$。

在坐标为$(x;c)$的空间$R\times c$中，上面这族函数的临界点集合可由下列方程给出：

$$0=\frac{\partial V(x;C)}{\partial x}=x^2+c_i\sum\frac{\partial^2 V}{\partial x_i\partial c_i}+$$

$$\sum c_i c_j\frac{\partial^3 V}{\partial x\partial c_i\partial c_j}+\cdots$$

对这一关于$(x;c_i)$的形式级数应用预备定理，将其写为$(0;0)$处非零函数与下列多项式的乘积：

$$x^2-2a(c)x+b(c)=(x-a)^2+b-a^2。$$

利用平移，对依赖于c的变量x作变换，例如，令

$$X(c)=x-a(c),\qquad X(0)=x,$$

再令$b'=-b+a^2$，则在辅助平面$(X;b')$上，临界集就可由下

列抛物线P来确定：

$$X^2 = b'。$$

我们看到，借助于辅助映射：

$$X = x - a, \qquad b' = -b + a^2,$$

上述区域就是抛物线P的前像。

如果这一映射本身在O的一个邻域中与P横截，那末利用横截相交的拓扑稳定性，就可得知前像的拓扑类型。换言之，抛物线P可以作为$V = x^3/3$的一般分支的一个普遍模型。只要$V(x;c)$的泰勒展开式的$\partial V/\partial x$中关于c的线性分量不等于零，那末横截性条件就能满足：例如，经过变形的函数$V = x^3/3 + ux$就满足上述条件。直观上，对$V = x^3/3$作光滑变形能够得到的所有类型的曲线，都可由上面这族函数给出：当u取正值时，相应曲线没有临界点；当u取负值时，曲线（如$V = x^3 - 3x$）将有两处起伏的变化（图 2.1）。

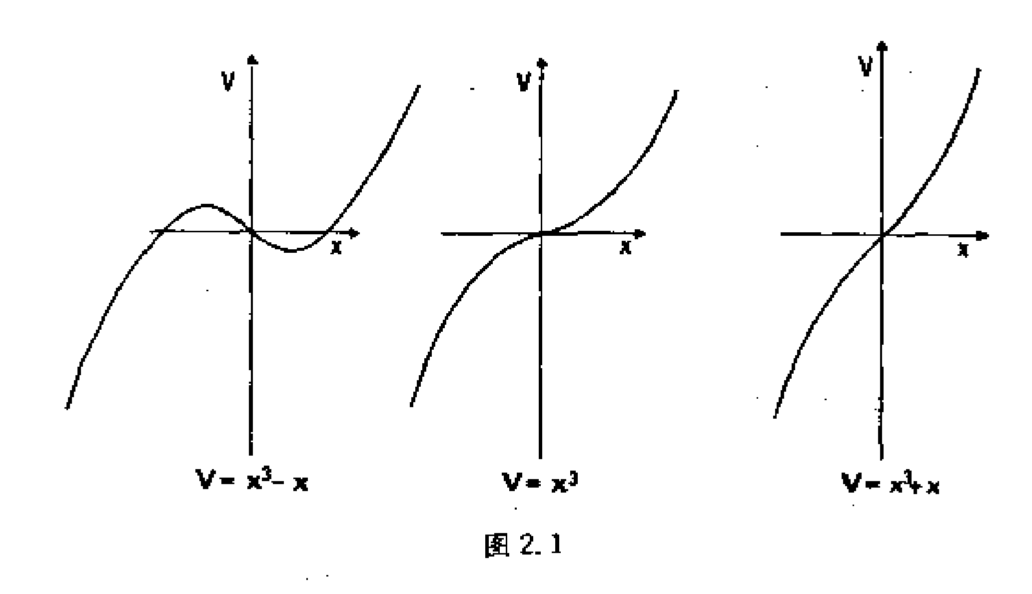


图 2.1

我们称函数族$V = x^3/3 + ux$构成了芽$x^3/3$的一个**万有开折**。在第三章中我们将可看到这一概念的严格定义。在此

请注意一个重要事实，即x的势函数的奇点决定着真分支的类型，特别是结构稳定的真分支类型。

(2) 尖角

接下来我们研究紧跟在x^3之后出现的奇点，即函数$V=x^4/4$的奇点。

利用上述方法对$V(x;0)=x^4/4$作变形$V(x;c)$，就可看到，对(依赖于c的)x作可能的平移，就可得到临界点集合，其形状由多项式$F: x^3+ux+v$给出(其中x^2项已在平移后消失)。关于$(x;c)$的临界点集就是光滑映射$u=f(c)$，$v=g(c)$下曲面F的前像，一般地，它横截于F在Ouv平面上的射影。这一射影的轮廓线方程就是x^3+ux+v的判别式$4u^3+27v^2=0$，这也是尖点曲线Q的方程。于是，万有开折就是曲线族$V=x^4/4+ux^2/2+v$。相应于函数V的不同的拓扑类型，可以得到平面Ouv的分解法(以后将称为"分层")：尖角Q决定了分层的方法。

同样，势函数奇点的代数类型决定了这种奇点稳定分支属于哪一种，因而就有尖角这一种突变论中最简单的模型……(图2.2)。

2.6 哈密顿系统

一个哈密顿系统可用辛流形M^{2n}上的一个实值哈密顿函数H来定义。辛流形是维数为偶数的流形，且附有秩为最大的闭二形式a(局部地，$a=\Sigma(d_i^q\wedge d_i^p)$)。从哈密顿函数中，利用下列哈密顿-雅可比方程，可导出一个向量场

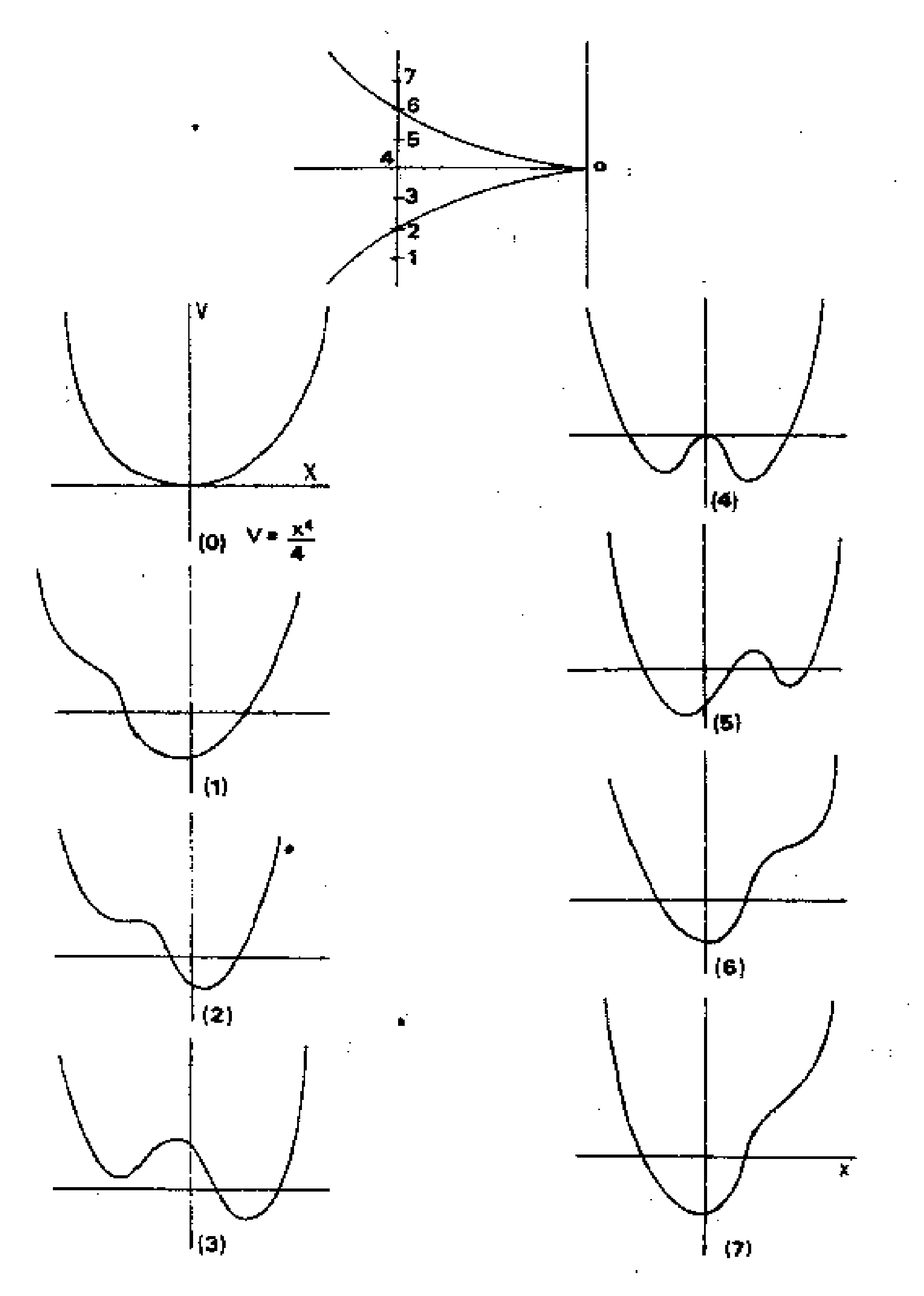


图 2.2

$X: i(X) \lrcorner a = dH$。局部地，这一方程由下列等式给出：

$$\frac{\mathrm{d}p_i}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial H}{\partial q_i}, \qquad \frac{\mathrm{d}q_i}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial H}{\partial p_i}。$$

场X以哈密顿函数H为其首次积分，且形式a具有不变性（因而它的n次外幂，也即刘维尔测度，也具有不变性）。由此可知，在能量为常数的超曲面“$H=$常数”上，场X不可能具有吸引子。哈密顿动力学系统在时间上是可逆的。要是时间不具某种不可逆性，那末要发生任何现象也就大可怀疑了；为了让现象发生，就有必要将未来的情况放在比目前更加优先的位置上，这就将时间方向可逆的动力系统排除在外了。这也是为什么将量子力学那样的纯哈密顿理论与现实世界的现象联系起来时，需要有一个“特设”的假设，那就是测度论。测度论认为，即使是对动力学定律，实验者也应具有否决权。

不过，在哈密顿系统中也存在着某些不变闭子集，这些不变闭子集在受到哈密顿扰动时具有结构稳定性。我们可将它们看作是“含混吸引子”(vague attractor)。例如，柯尔莫戈罗夫(Kolmogoroff)、莫尔斯等人研究的中心闭轨线就具有这样的情况。此时，庞加莱-弗洛凯特微分同胚是一个辛微分同胚。因此，所有特征值就可划分为形如$(\lambda, \bar{\lambda}, \lambda^{-1}, \bar{\lambda}^{-1})$的四元结构，或者成对出现：$(\mu, \bar{\mu})$，其中$|\mu|=1$，只有单位圆上的各对根碰在一块时，才有可能从一种构形变到另一种构形。在第二种情况下，庞加莱微分同胚是相切于一个旋转的“中心”微分同胚。我们可以推证，测度为零且绕闭轨线聚集而没有分岔的轨线子集是存在的。所有这些轨线清楚地显示出与临界闭轨线“相同”的热力学状态，而且整体系统不存在遍历性。

例(谐振子)　若$M^{2n}=C^n$，$H=\Sigma(p_i^2+q_i^2)$，$z_i=q_i+ip_i$，

那末超曲面“$H=$常数”是 $2n-1$ 维球面。所有轨线都是圆周，代表了 S^{2n-1} 中复射影空间 $CP(n-1)$ 上的霍卜夫纤维化。这显然是一种非一般型情况。不过，正如阿尔诺特(Arnold)指出的那样，哈密顿系统的一个首次积分具有一个统计型的某种结构稳定性。正是这一点解释了诸如动力矩那样的一些不变量，尽管其对称性只是近似的，但仍具有方向性……。由于这些量无法与现象的不可逆性相比较，因而在后面的章节中只是在极个别的情况下才会提到哈密顿动力学。

3 万有开折的理论

第三章的专业性很强，主要是为那些希望深入了解万有开折理论和可微映射奇点的读者撰写的，其他读者跳过这一章也无多大关系……

3.1 函数芽的万有开折

对于流形 M 上的实值函数构成的函数空间 L(M, R)来说，我们在第二章讨论极小点分支时遇到的那种"分层"的做法是否可行，最终将取决于映射芽开折的理论。这一理论现已具有一种确定的数学形式。我们在此要区分三种理论：

(1) 代数理论。马瑟在函数以及映射芽中已经成功地应用了这一理论。下面我们将围绕函数介绍这一理论的重要思想。

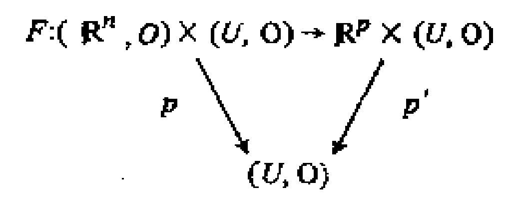
(2) 更一般的拓扑理论。这一理论的基础建立在"平直分层映射"的概念上。马瑟给出了这一理论的完整结果。

(3) 群作用的万有开折理论。这一理论出现于物理学的

对称破缺理论中，我们在此将不予讨论。

3.1.1 代数理论

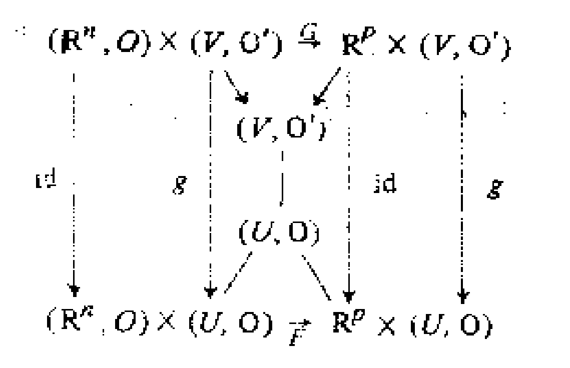
定义 1　论 $f:(\mathrm{R}^n, O)\to(\mathrm{R}^p, O)$ 是一个可微映射的芽（从这里开始，可微均指属于类 C^∞）。芽 f 的一个开折即为一个映射：



（U 为 R^k 中 O 点的一个邻域），这一映射与射影 p 和 p' 分别确定的源和目标的层结构是彼此相容的，故有

$$F\mid\{(\mathrm{R}^n, O)\times\{\mathrm{O}\}\}=f。$$

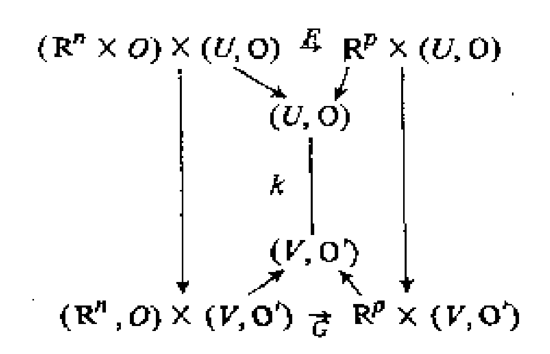
定义 2　设 F 是如上所述的一个开折，(V, O') 是另一参数空间（维数为某一数），$g:(V, O')\to(U, O)$ 是一个微分映射。用下列交换图表给出的开折 G 称为用 g 从 F 中导出的开折（或称 F 被 g 拉回）：



定义 3(两个开折的等价)　给定芽 f 的两个开折 F 和 G，参数空间分别为 (U, O) 和 (V, O')。如果存在局部微分同胚：

$$H: (R^n, O)\times(U, O)\to(R^n, O)\times(V, O'),$$
$$H': R^p\times(U, O)\to R^p\times(V, O')$$

其形式为 $H(x, u)=(h_u(x), k(u))$, $H'(y, u)=(h_u(y), k(u))$，其中 $k: (U, O)\to(V, O')$ 是一个局部可微同胚，并且下列图表可换：

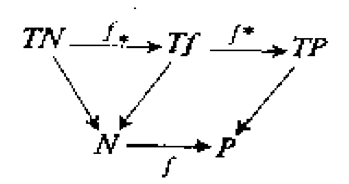


则称开折 F 和 G 等价(或同构)。

这一理论的目标是要表明，若芽 f 满足某一代数有限性条件(在函数的情况下，也即 $p=1$ 时，这一条件几乎总是成立的)，则存在 f 的一个开折 F，它在下列意义上可称为是**万有的**：f 的所有其他的开折都与用 F 的参数空间中一个合适的(C^∞)映射从 F 中导出的一个开折等价。我们还要表明，维数最小的两个万有开折是等价的，此时就可定义(至少是在等价意义上)一个**万有**开折。

3.1.2 上述定义的无穷小形式

假定$f: N \to P$是流形P的一个可微映射。映射f_t的一条路径是一个映射$F: N\times I \to P\times I$，它与$N\times I$和$P\times I$在$I$上的射影是相容的(它是上述意义下的一个"开折")。又设$F \mid (N, O)=f$。我们可在函数空间$L(N, P)$中定义与路径F相切的向量：对N中每一点x，F给出P中的一条路径$f_t(x)$，其原点是$y=f(x)$；在N中每一点x处确定一个在点$y=f(x)$处与P相切的向量，就可定义切向量$\mathrm{d}f_t/\mathrm{d}t$。考虑分别与$N$和$P$相切的向量丛$TN$和$TP$，并设$Tf$是用映射$f$从$TP$中导出的$N$上的丛。我们有下列导出映射：



由定义可知，f的一个无穷小变形是与f_t那样的映射的路径相切的一个向量，因而就是从$Tf \to N$的截面。

借助于源N和目标P的无穷小微分同胚，可以导出某些f的无穷小变形。例如，如果h_t是N上微分同胚的单参数族，其中，$h_0=N$上的恒等映射，那末公式$g_t=f\circ g_t$确定了f的一个无穷小变形；如果X是N上由导数$\mathrm{d}h_t/\mathrm{d}t$定义的向量场，那末$X$就是从$TN\to N$的一个截面，由$f_*=j'(f)$的定义，$f$的无穷小变形$c=\mathrm{d}g_t/\mathrm{d}t$由下式给出：

$$c=f_*(X)。$$

类似地，目标 P 的一个无穷小微分同胚可由 P 上的一个向量场定义，与 f 复合而导出的变形就是截面 $c'=f_*^{-1}(Y)$。

定义 4 映射 $f: N\to P$ 称为是无穷小稳定的，如果 f 的每一个无穷小变形都取 $f_*(X)+f^{*-1}(Y)$ 的形式，其中 X 和 Y 分别是 N 和 P 上的向量场。

换言之，若 f 是无穷小稳定的，那末 f 的一个无穷小变形的影响，可通过源和目标的适当无穷小微分同胚来补偿。

如果在函数空间的一个开子集 W 上实现对应 $c\to(X, Y)$，且（对可微的截面族 c）是充分连续的，那末通过对向量场 X 和 Y 积分，即可表明，f 在 W 中一切“很小”的变形都可作为 N 和 P 的适当微分同胚 h 和 h' 的作用来求得（参见马瑟的著作）。（这意味着，无穷小稳定芽是稳定的。）

证明这一点的重要工具就是下面要加以论述的准备定理。

首先我们将给出某些必要的定义。

定义 5（开折的无穷小变形） 假定

$$(N, O)\times(U, O)\to(P, O)\times(U, O)$$

是一个开折 F，参数为 (U, O)。F 的一个无穷小变形乃是 F 的单参数变形 F_t 在 $t=0$ 处的导数，其中 F_t 射影到参数空间的一个变形 j_t 上：

$$\begin{array}{ccc} N\times U\times I & \xrightarrow{F_t} & P\times U\times I \\ \downarrow & & \downarrow \\ U\times I & \xrightarrow[j_t\times id_t]{} & U\times I \end{array}$$

这是 $N\times U$ 上用 F 从 $T(P\times U)$ 中导出的丛 TF 的

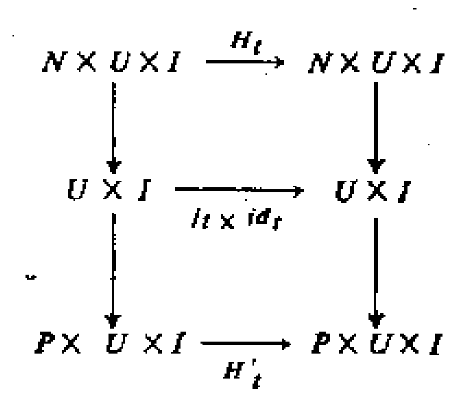
一个截面，并取如下的形式：

$$Y\ (x,\ f_u(x),\ u)+\mathbf{U}(u)$$

其中 $\mathbf{U}$ 表示参数空间 U ($\mathbf{U}=dj_t/dt$)上的一个向量场。在一个开折的各个变形中，有些变形是由下列单参数等价形生成的：

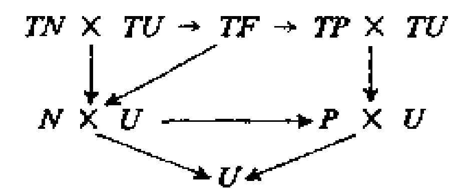
$$F_t=H'_t\circ F\circ\ H_t$$

其中 H_t和 H'_t分别是 $N\times U$ 和 $P\times U$ 的微分同胚，它们射影到 U 的同一微分同胚上：



<u>定义 6</u>　若开折的每个无穷小变形都可由一个无穷小等价导出，则此开折称为是无穷小稳定的。

同样，我们可说，下图中从 TF 的每个截面：



都可写成下列形式：

$$\partial fu\ (x)=F_*\ (X_u)+F^*\ (Y_u),$$

其中 X_u的形式为 $X(x,u)+U(u)$，Y_u的形式为 $Y(F(x,u))+U(u)$。

3.1.3 经典准备定理

首先，考虑经典准备定理：若 $f(z)$ 是 C 中原点的一个邻域 U 上的全纯函数，$P(z)$ 是根在 U 中的一个 k 次多项式，则在 U 上有一个全纯函数 $Q(z)$ 和一个 $k-1$ 次多项式 $R(z)$，

$$f(z)=P(z)\ Q(z)+R(z)。$$

这一除法规则在几何上可以解释如下：在 U 上的全纯函数空间 $H(U)$ 中［比方说，它还具有弗雷歇特(Fréchet)拓扑］，由多项式 $P(z)$ 生成的全纯函数的理想的余维数为 k。事实上，若 $P(z)$ 有互不相同的根 $c_1,\cdots,c_k$，则当且仅当 $f(c_1)=f(c_2)=\cdots=f(c_k)=0$ 时，函数 $f(z)$ 是 $P(z)$ 的一个倍式，这就可以在 $H(U)$ 上消去 k 个线性无关的线性形式。若有重根，则结论仍相同，但对于其 s 重根 c，应加上 s 个相互独立的条件：$f(c)=f'(c)=\cdots=f^{(s-1)}(c)=0$。一般说来，余式

$$R(z)=\sum_{j=0}^{n-1}a_j\ z^j$$

恰为拉格朗日内插多项式，它由下列各式来确定：$R(cj)=f(cj)$，$R^{(s)}(cj)=f^{(s)}(cj)$(对于所有严格地小于根 cj 的重数的 s 来说)。因此，多项式向量空间

$$\sum_{j=0}^{n-1}a_j\ z^j$$

就是 $H(U)$ 中理想 $I(P)$ 的一个补空间 R，上述除法规则表明，$H(U)$ 中每个向量都是 $I(P)$ 中一个向量和补空间 R

中一个向量的和。

现假定 $P(z)$有下列形式：

$$P_u(z)=z^k+\sum_i u_i z^i,$$

其中各个 u_i都充分小，因而 P_u的每个根都在 U 中。此时，$k-1$ 次多项式构成的空间 R 不但是理想 $I(P_0)=z^k$的补空间，而且还是每个理想 $I(P_u)$的补空间，其中 u 足够靠近零。因此，总有依赖于 u 的射影 P_u，使

$$f(z)=P_u(z)\ Q(z,u)+p_u(f),$$

这一射影可用拉格朗日内插多项式来定义。魏尔斯特拉斯-吕克特(Weierstrass-Ruckert)准备定理的基本结论是：多项式 $p_u(f)$的系数 $a_j(u)$全为 u 的全纯函数(至少在 $u=0$ 的某一邻域内)。传统上，这一事实可用柯西公式来证明。我们可用一个最简单的例子来直接说明 $a(u)$的连续性。设两根 c 和 c'的值相同(可取为零)，从余式 $R(z)$中将无关的项减去并相除，这就化为考虑下列线性函数的问题：

$$\frac{f(c)-f(c')}{c-c'}z+\frac{c'f(c)-cf(c')}{c'-c}$$

但是，在作为光滑子流形的对角线 $c-c'=0$ 上，分子中的两个函数是零，因此，它们均为$(c-c')$的倍式，在两种情况下的商数是全纯函数，且关于 $c-c'$对称[即使关于正交于这一层(stratum)的坐标 $|c-c'|$ 也是对称的]。由此可知，系数 $aj(u)$在多项式 $P(u)$的判别簇这一层(余维数为 1)上是全纯的，因此，由哈托格(Hartog)定理而知 $aj(u)$也是处处(也即在余维数更大的层上)全纯的。

p_u的连续性可以推广到多元函数。设 U是$\mathbf{C}^n(z_1,\cdots,z_n)$中原点的一个邻域，$g_i(z_j)$是 U 上一组 n 个全纯函数，g_i的

理想使 O 成为 k 重点〔也就是说，对几乎所有足够小 β，方程组 $g_j(z_j)=\beta$ 确定了 O 附近的 k 抽数(isolate)〕，那末同样，由于上述原因，由 g_i生成的理想 $I(g_i)$在由 U 上全纯函数构成的空间 $H(U)$中的余维数为 k。若考虑由形式幂级数构成的代数 $\mathbf{C}[(z_j)]$，则在 $\mathbf{C}[(z_j)]$中由g_i生成的理想包含有极大理想的幂，且商代数 $\mathbf{C}[(z_j)]/I(g_i)$的余维数为 k。设 $b_1,\cdots,b_k$为一组多项式，它们构成了这一商代数的基，则由 $b_1,\cdots,b_k$生成的复向量空间就是理想 $I(g_i)$在 $H(U)$中的一个补子空间。因此就有从 $H(U)$到 R 上的射影 p，使对一切 $f\in H(U)$，有

$$f-p(f)\equiv 0 \bmod (g_1,\cdots,g_n)。$$

现假定给理想 $I(g_i)$一个微小的扰动；例如，令

$$g_i'=g_i+\sum_j u_j h_j^i,$$

其中各个h_j^i都是全纯的，这些 u_j也足够小，使各个 g_i的理想在 U 中只有 k 重零点。那末补空间 R 仍然是各个 g_j的理想的补空间，且有到 R 中的射影 $f\to p_u(f)$，这一射影关于 u 也是全纯的。我们看到，若将 u 作为新坐标引入，则用理想(g_i', u)相除的形式幂级数构成的代数在生成子 $b_1, b_2, \cdots, b_k$ 上是一个有限型自由模。

3.1.4 微分准备定理

现考虑一个实系数多项式 $P(x)$，$I(P)$表示在 R 上由函数构成的代数E中由P生成的理想。我们马上会看到，$I(P)$在E中的余维数取决于$P(x)$的实根数。例如，由x^2-1

生成的理想其余维数为2，各由x^2+1生成的理想其余维数为零，因为每个C^∞函数都是无零点函数x^2+1在E中的倍式。对于一般型k次多项式

$$P(x)=x^k+\sum_{j\leq k-1}u_j x^j,$$

当所有根都是实数时，理想$I(P)$的余维数最大（等于k），当某些根为共轭复数时，它的余维数将小于k。当所有根为实数时，可用拉格朗日内插多项式定义到u的集合上的射影p_u。可微准备定理称，这一关于u可微的射影可以推广到空间u中原点邻域中所有点。

这一定理是一个非常深刻的结果，已经受到最高明的分析学家们的注意。首次得出证明的是马尔格兰（B. Malgrange，卡当学术讨论会，1961年），然后是马瑟，接下来是洛贾西威克兹（S. Lojasiewicz）以及尼伦伯格（L. Nirenberg）。我们在此只限于大致介绍遇到的困难所具有的特点。

我们回到上一小节中的例子，下列内插多项式有两个根c和c'：

$$x\frac{f(c)-f(c')}{c-c'}+\frac{c'f(c)-cf(c')}{c'-c}$$

相除后的形式为$f_1(c,c')x+f_2(c,c')$，其中f_1和f_2是对称的。于是，问题转化为：证明f_1和f_2是初等对称函数$s=c+c'$和$p=cc'$的C^∞函数。这一结论包含在由格莱泽（G. Glaeser）在准备定理前证得的“可微牛顿定理”中，正如洛贾西威克兹的证明所表明的那样，两者在实际上是等价的。

证明的一个重要工具是C^∞函数的复延拓。对于源和目标，我们都将R嵌入C，根据惠特尼（Whitney）延拓定理，可证：每个C^∞函数$f:R\to R$都可延拓至函数$F:C\to C$，因

而实部$R\subset C$的喷射与f的喷射相一致，且有$F(x-iy)=F(x+iy)$。显然，如果f不是解析函数，则F在实轴$y=0$的一个邻域内不满足柯西-黎曼方程。因此，若借助于延拓至F的拉格朗日内插多项式定义余式$p_u(f)$，则在复重根的层上可望得到某些间断点，因为当c和c'趋向于同一值时，商$F(c)-F(c')/(c-c')$没有极限。为了避免这一点，可在重根的层的一个管状邻域内作适当的调整(马尔格兰法)，也可利用傅立叶变换选取一个显式延拓(马瑟法)，这样，若同时作用在共轭复根上时，间断点便能得到补偿……

用我们需要的下列方式，这一定理可推广至多元函数：设$f:(R^n_x, O)\to(R^n_y, O)$是一个微分映射的芽。而且设这个映射是一有限型映射，也即R^n上形式幂级数$R[[x_i]]$的代数除以用$y_i\circ f$（形式地选取而得）生成的理想所得的商是一个有限维R-代数，k个生成子b_1, $b_2,\cdots,b_k$(全为x的多项式)构成了这个R-代数的一个基。设

$$F:(R^n, O)\times(U, O)\to R^n\times(U,O)$$

为f的一个开折。那末如上所述，关于形式幂级数的商代数$R[[x, u]]/(y_i\circ F)$就是一个自由模，而$b_1,\cdots,b_k$即为它的母元。于是，准备定理断言，$(R^n, O)\times(U, O)$上可微芽的代数$E(x, u)$除以$y_i\circ F$生成的理想，可得一个自由$E(u)$模，b_1, b_2, $\cdots$, b_k为它的母元。

由此可知存在一个射影p_u，它将每个芽$f(x, u)$映射到形为$\sum_j a_j(u)b_j$的一个线性组合上，因此，

$$f(x, u)\equiv p_u(f)\cdot\bmod(y_j\circ F(x,u))。$$

简言之，这一射影的存在性确定了f用$(y_j\circ F)$相除时所

得的余式。但还有必要考虑其“商”，换句话说，我们要研究的是一个理想，而不是单一的多项式。

3.1.5 与依赖于参数的线性系统有关的一个定理

考虑下列形式的线性系统：

$$(S)\sum a_j^i(t)\ x_i = c_j(t),$$

其中系数a_j^i和 c_j都是多维参数 $t\in T$ 的可微函数。我们假定，对于 t 的一切值，向量 $c_j(t)$都在矩阵$a_j^i(t)$所定义的线性映射中：对于所有 t，都至少存在一个向量 $x_i(t)$，它是系统(S)的一个解。是否能够证明总有一个整体解 $x_i(t)$关于 t 可微的呢？

借助于经典方法可证，只要矩阵 $a_j(t)$的秩与 t 无关，那末这样的解总是存在的。各个映射 a_j 的核具有相同的维数，并在参数空间 T 上确定出一个向量丛。不过，我们还可证明另一种更为一般的情况。

在矩阵(a_j^i)构成的空间 M 中，秩数小于最大可能值的矩阵构成了子空间 F，子空间 F 可用秩数来分层。鉴于层是群作用的轨道（源向量空间和目标向量空间的自同构），它们彼此交会的方向至少在局部上具有极佳的特性。定义在基层 A 上的任一向量场 X 都可延拓成定义在环绕空间上的一个向量场 X（环绕空间在 A 的星形中与那些基层相切）。

如果系统(S)是由映射 $g: T\rightarrow M$ 加以定义的，T 中每个 t 的映象是矩阵$a_j^i(t)$，那末相应的定理是：若映射 $g: T\rightarrow M$ 在退化阵的流形 F 上横截，则存在关于 t 可微的一

个整体解 $x_i(t)$。

这一定理是由马尔格兰和马瑟证明的。在此我们考虑 a_j^i 是 n 阶方阵时的情况。

用伴随阵 A_j^k 相乘，系统即可对角化：

$$\sum a_j^i A_k^i x_i = c_j A_j^i = B_i(t)$$

在由 $\Delta(t)=0$ 确定的流形 Δ^i 上，函数 $B_i(t)$ 等于零。因此，只要表明 $B_i(t)$ 可用 $\Delta(t)$ 相除就够了。

定义7 实值 $A(x)$ 称为具有零性质，如果在 $A^{-1}(0)$ 上为零的每个函数 $f(x)$ 在可微函数的代数中都是 $A(x)$ 的倍式。

借助于惠特尼的“谱定理”可证，若多项式 $P(x)$ 局部不可约且正则点（满足 $dP\neq 0$ 的点）集在 $A^{-1}(0)$ 中稠密，则 $P(x)$ 具有零性质。

但是，将 $\Delta(a_j)$ 视为矩阵空间 M 上的一个多项式，它就满足这两个条件。首先，它是不可约的；事实上，经过复化，$\Delta=0$ 的光滑点集合是连通集，这是因为在源和目标中作坐标变换，秩为 $n-1$ 的两个矩阵就能互化。其次，由于每个退化阵都可用一个秩为 $n-1$ 的矩阵来逼近，因此实簇 $\Delta=0$ 的正则点集合也是稠密的。

这样，剩下来只要证明，既然 $\Delta(a_j^i)$ 具有零性质，那末当 g 与 $\Delta=0$ 横截时，导出函数 $\Delta\circ g$ 也应具有零性质。我们总可假定 g 是到 M 中的一个嵌入，因而只需证明，定义在 g 的像上且在 $\Delta\cap(g$ 的像$)$上为零的每个函数 f，总可以局部地延拓成在 $\Delta^{-1}(0)$ 上为零的一个函数 F。给定 f 而要构造 F，我们可以借用一个向量场 X，它与 g 的像横截，且与 $\Delta^{-1}(0)$ 的层相切（如上所述，这种场是存在的）。因而，可除函数 $F=$

$\Delta \cdot Q$ 就被限制于 g 了。

3.1.6 函数的临界点

现在我们将关于横截线性系统的这一定理应用于函数临界点的情况。

假定 $f(x_i)$ 是一个代数孤立奇点在 R^n 的原点处的芽，其意思是，$R[[x_i]]/$(由 $f(x_i)$ 生成的理想)是有限维商代数。假定 1，$b_1, b_2, \cdots$，b_k 是这个由多项式组成的 R 代数的一个基，那末我们有

<u>定理 1</u>　表达式

$$F(x,\ u)=f(x)+\sum_{j=1}^{k} u_j\ b_j(x)$$

是芽 $f(x)$ 的一个万有开折。

先考虑一个变形，即一维开折 $f(x,t)$；假定关于一个值 $t_0>0$，可以确定一个函数 $g: t \to u_j$ 和源与目标间的微分同胚 h_t 和 h'_t，其中 h'_t 是平移 $y \to y+a\ (t)$，则有

$$\begin{aligned} f(x,t) &= F(h_t(x),\ g(t))+a(t) \\ &= h'_t(F(h_t(x),\ g(t))) \end{aligned}$$

对上式关于 t 求导，可得

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}(x,\ t)=\sum_i F_{x_i}(h_t(x), g(t))\frac{\mathrm{d}h_t^i}{\mathrm{d}t}(x)+F_u g'(t)+\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}。$$

函数 $\mathrm{d}f(x,\ t)/\mathrm{d}t$ 由变形确定。让其自变量作变化 $x \xrightarrow{h_t} x'$；将 t 固定为 t_0，并令

$$A(x')=\frac{\mathrm{d}f(h_{t_0}^{-1}(x'))}{\mathrm{d}t}。$$

为了应用准备定理，我们考虑下列辅助映射：

$$G:(R^n,O)\underset{(w,t)}{\times}(R^k,O)\to(R^n,O)\underset{(y,u)}{\times}(R^k,O),$$

其定义为

$$y_i=\frac{\partial F}{\partial x_i}-\frac{\partial f}{\partial x_i}+\sum_{j=0}^{k}u_j\frac{\partial b_j}{\partial x_i}。$$

G是有限型映射，因为在形式幂级数上，$R[[x]]/J(fx_i)$是一个 R 向量空间，基为 $1,\ b_1,\ b_2,\cdots,b_k$，$R[[x,\ u]]/(F^u_{x_i})$是一个自由 $R[[u]]$模，基同样为 $1,\ b_1,\ b_2,\cdots,b_k$。因此，每个函数 $A\ (x,\ u_i)$可以写为：

$$A(x,u)=\sum_i F^u_{x_i}Q_i+p_u(A),$$

其中"余式"$p_u\ (A)$可以写为

$$p_u\ (A(x,\ u))=\Sigma a_j\ (u)\ \ b_j\ (x)+c(A)\ (u),$$

这里，$c(A)$是基元素 1 的数量系数。

于是，可以认为

$$\sum_i F^u_{x_i}Q_i(x,u)=A(x)-p_u(A)$$

是未知数 Q_i的一个线性系统，$(x,\ u)$是参数，这是一个横截线性系统。事实上，映射$(x,\ u)\to(F^u_x,\ u)$正是上述映射 G，它是用$F^u_{x_i}=0$ 定义的零线性映射构成的流形横截[为了看出这一点，只要注意到，若 f 的泰勒级数的首项次数为 3(这当然是令人最感兴趣的情况)，那末各个 b_j就包含坐标函数 $x_1,\ x_2,\ \cdots,x_n$。]特殊地，由此可知，满足$F^u_{x_i}=0$ 的点$(x,\ u)$构成的集合是一个 k 维光滑子流形。

由这一线性系统的横截性可以推知算子$Q_j(A)$的存在

性，$Q_j(A)$在 A 上连续，其值在(x, u)中，故有

$$A(x)=\sum_{i=1}^{n}F_{x_i}^{u}Q(A)(x,u)+p_u(A)。$$

得出 $A(x)$后，我们回到函数 $A(x')$，它由 $\mathrm{d}f/\mathrm{d}t$ 和变换 h_t^{-1} 确定，可以写为

$$A(x',u)=\sum_{i=1}^{n}F_{x_i}^{u}Q_i(A)(x',u)+a_0(u)+\sum_{j=1}^{k}a_j(u)b_j(x')。$$

由于 $x'=h_t(x)$，故可最后解出关于 h_t和 g_t的微分方程：

$$\frac{\mathrm{d}h_t}{\mathrm{d}t}=Q_i(A(x,g))(h_t(x),g_t(u)),$$

$$\frac{\mathrm{d}g_t}{\mathrm{d}t}=a_i(A(x,g)),$$

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}=a_0\,[A(x,g)](t)。$$

求解这些方程即可重新求得 $h(x)$，$g_t(x)$以及作用在目标空间上的变换 $a(u)$。

当 T 为高维空间时，我们需要考虑一族依赖于新参数 v 的变形 f_t；然后就可以利用同一准备定理，为了积分，我们已在参数 u 上加进了参数 v。

万有开折的唯一性

引理　假定：(i) $F(x,u)=f(x)+\sum u^ib^i(x)$是芽 $f(x)$的万有开折；(ii)存在从(U, O)到自身中的一个自同态 ϕ，使得由 ϕ 导出的开折 G 本身也是“万有的”。那末，ϕ 是一个局部微分同胚，且

$$G(x;v)=f(x)+\sum_i k^i(v_j)b_i(x)。$$

假定映射 ϕ 在 O 处的秩不是最大秩 k，那末在商代数

$$R[(x;\ v)]/(\partial G/\partial x)$$ 的理想

中，各个 b_j构成的空间至少有一个方向不在 j^1f 在 O 处的像中。若$f(x)$沿着这一方向变形，那就无法将导数表为各个 $\phi(v)b_j$的一个线性组合。因此 G 不可能是一个万有开折。

若参数分别为 U 和 V 的两个映射都是"万有"映射，且其维数均为 k，则两者等价。事实上，如有这样的情况，那就存在映射 $s: U \to V,\ t: V \to U$，它们分别在 U 上和 V 上导出的开折与原先分别在 U 上和 V 上给定的开折等价。上述引理也可以用于复合映射 $t\circ s$ 和 $s\circ t$，从而表明 s 和 t 都是局部微分同胚。

3.1.7 剩余奇点

在上一小节中，我们曾假定$f(x)$在 O 处的泰勒级数的首项次数大于等于 3。如若不然，则泰勒级数包含有秩为 k $(0<k \leqslant n)$的一个二次型 $q(x)$。

定义 8　一个局部纤维化 $p: R^n \to R^{n-m}$称为适合于芽 $f(x)$，如果 f 到蔓叶线 $F_0=p^{-1}(p(O))$的限制的原点为一个非退化二次临界点。

显然，这样一个适合的纤维化的最大维数等于二次型 $q(x)$的秩k。因此，我们考虑的一切纤维化都有最大的维数。

若 O 为 $f(x)$在蔓叶线 $p^{-1}(O)$ $(p(O)=0)$上的一个非退化临界点，则 f 在附近的每一个蔓叶线 $p^{-1}(a)$(a很小)上都有一个在 O 附近的非退化临界点。这可以从隐函数定理中

得出。这些临界点构成的集合就是方程组 $\partial f/\partial x=0$（其中 $p(x, y)=y$）的解. 此解具有最大秩，因而是维数为 $n-k$ 并横截于纤维化的一个子流形 W^{n-k}。

根据关于非退化临界点的莫尔斯定理，我们可作坐标变换 $x\to x'$（可微地依赖于 y）。若用 $c(y)$ 表示临界点，

$$c(y)=W\cap p^{-1}(y),$$

就有

$$f(x, y)=q(x)+f(c(y))。$$

函数 $g(y)=f(c(y))$ 称为 $f(x)$ 的**剩余奇点**；$g(y)$ 的泰勒级数的首项次数为 3；不然的话，可在 $q(x)$ 上加进一个二次型，这个二次型不依赖于 x，而且是 (y_j) 的一个线性函数。而 $q(x)$ 的秩不是 k，而是 $k+1$。

下面，我们证明，剩余奇点是在等价的意义上严格确定的。

考虑适合于奇异点 $f(x)$ 的另一叶层（foliation），它可由下列方程组得出：

$$y_j-h_j(x_j)=\text{常数}。$$

因此，它与一个新的子流形 W' 有关，这个子流形就是将 f 限制到上述叶层（$y-h(x)=$常数）的临界点轨迹。于是，W' 可用方程组 $\partial f/\partial x=0$ 确定，其中 $f(x)=x^2+g(y)$，并且可用 $y_i=h_i(x)=$常数替换 x 的函数 y。从而方程可以写为

$$(W')-2x=\sum_i\frac{\partial g}{\partial g_i}\cdot\frac{\partial h_i}{\partial x},$$

并且新的剩余奇点由下式确定：

$$g_1(y)=f(c_1(y))=g(y)+\frac{1}{4}\sum_i\left(\frac{\partial g}{\partial y}\cdot\frac{\partial h^2}{\partial x}\right)$$

这样，我们从 $g(y)$ 过渡到新的剩余奇点，其中加进了一个函数

$$G(y)=\frac{1}{4}g(y)^2\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2。$$

若在函数 y 中用 x 代入，对（W'）求解 x，$G(y)$ 就是偏导数 $\partial g/\partial y$ 的理想的平方中一个元素。不过，我们有下列定理，它是由图热龙（J. C. Tougeron）提出的（第57页，定理3·2）。

定理 2　设 $f(x)$ 为一个函数，且有

$$f(0)=f'(0)=f''(0)=0。$$

又若由 f_{x_i} 在 (x) 上生成的理想 J 的平方包含 $G(x)$，则存在一个局部微分同胚 $h: x \to x$，使 $f(x)+g(x)=f(h(x))$。

证　考虑变形 $f(x)=tG(x)$。由于 $f+tG$ 的偏导数的理想 J_t 与 t 无关，故可用下式表示 $f+tG$ 的无穷小变形 $\mathrm{d}(f+tG)/\mathrm{d}t$：

$$G(x)=\sum_i\frac{\partial(f+tG)}{\partial x_i}X_i(x,t)。$$

因此，这一变形可用源（由 X_i 定义）的一个无穷小变形来补偿；再对 t 积分，即可得定理 2 的结果。

从剩余奇点这一概念中可知，两个芽 $f(x)$ 和 $g(x)$ 若具有相同的剩余奇点，则就有相同的万有开折，两者只相差对于奇点的拓扑性质并不重要的几个二次项。

这样，这类奇点有着两个重要的数值不变量：一个是余秩数 $n-k$，也就是剩余奇点所涉及到的变量数；另一个是余维数，也即相应于万有开折的维数。

3.1.8 余维数小于四的奇点

在 n 个变量的二次型空间 $Q(n)$中，余秩数为 p 的二次型构成了余维数为 $p(p+1)/2$ 的一个子流形，此数就是在 p 个变量的一个二次型中系数的个数。由此可见，若至少有四个自由度可以利用，那末能够以稳定的方式(横截的方式)实现的，只有余秩数为 1 或 2 的临界点，余秩数为 3 的临界点，其余维数为6。在此基础上，余维数小于等于4的奇点如下：

(1) 余秩数为 1 若 x 是相应的区间变量，则有奇点：

奇点	余维数	开折	名称
$V=x^2$	0		
$V=x^3$	1	x^3+ux	折叠
$V=x^4$	2	x^4+ux^2+vx	尖点
$V=x^5$	3	$x^5+ux^3+vx^2+wx$	燕尾
$V=x^6$	4	$x^6+ux^4+vx^3+wx^2+tx$	蝴蝶

(2) 余秩数为 2 $f(x)$的泰勒级数的首项是两个变量(x, y)的一个三次型 $H(x, y)$。线束 $H_x(x, y)+kH_y(x, y)$ 定义了射影直线的一个对合，它一般是非退化的。

首先，假定这一对合的二重点是互不相同的实数，例如 $x=0, y=0$；于是，$H=x^3+y^3$。这一奇点称为双曲脐点，其开折为

$$V=x^3+y^3+wxy-ux-vy。$$

若对合的二重点是共轭复数(例如，圆点：$x^2+y^2=0$)，则相应的三次型为

$$H=x^3-3xy^2$$

因为 x^2-y^2+kxy 具有二重点 x^2+y^2(x^2-y^2与 xy 互相

垂直）。这就称为椭圆脐点。

最后，假定二重点退化为点 $x=0$，也就是说，对合有一不动点 $x=0$。那末令 $H_x=2xy$，$H_y=x^2$，由此得 $H=x^2y$。但对于函数 x^2y，原点不是孤立点。为了隔开奇点，有必要在 H 上添加不能为 x 除尽的一个四次项，例如，

$$V=x^2y+y^4。$$

我们可以证明，这种不能为 x 除尽的任意两个四次项所得的奇点等价。

从椭圆脐点到双曲脐点的过渡点称为抛物脐点。

我们将在下一章中研究相应于这些奇点的突变（初等突变点）。

3.1.9 函数空间的层化

若 M 是一个紧微分流形，则用 $L(M)$ 表示 M 上的实值 C^∞ 函数空间。

我们说一个函数属于有限奇点型（finite singular type，马瑟将它缩记为 f. s. t.），如果它只有有限多个代数孤立奇点。

f. s. t. 函数是 $L(M)$ 的一个稠密开子集，其补集的余维数为无穷大。另外，这一集可以层化。为了看清楚这一点，可在代数孤立函数间定义一个等价关系：两个芽 g 和 g' 称为"等奇"的（equisingular），如果其中每一个都在另一个的开折中。于是，我们有

命题 1　与一给定的芽 g 等奇的所有芽构成的集合是 g 的万有开折中的一个光滑子流形。

乘积 $R^n\times U$ 是 $f(x)$ 的万有开折的整体空间，我们在其中考虑下列函数关于 x 的临界点代数子集 A：

$$F(x,\ u)=f(x)+\sum_j u_j\ b_j\ (x)。$$

（事实上，我们可以假定 $f(x)$ 是一个多项式，因为 f_{x_i} 的理想包含了极大理想 m 的一个幂，比方说 m^s；于是，通过坐标变换并利用定理 2，就可化去泰勒级数中次数大于 $2s$ 的各项。）

根据万有开折的定义，每个点 a 在 $R^n\times U$ 中都有一个邻域，它就是在点 a 处 $F(x,\ u(a))$ 的芽的一个"万有"开折。但是像 A 那样的每个代数子集都可用下列方式分层：在一个与层化相容的同胚下，同一层中两个点具有"同构"的邻域。如果"初等育径"是由一个代数子集的局部代数模型 $M_1, M_2, \cdots, M_k$ 确定的，其中各个模型都相应于这个代数子集的一层，那末就说这个代数子集具有有限型形态。在这些形态发生场之间存在着这样一种包含的关系：$M_i\subset M_j$ 当且仅当中心 M_i 的层 X_j 在其闭包中包含有中心 M_i 的层 X_i；仅当 M_i 和 M_j 相同时，有 $M_j\subset M_i$ 且 $M_i\subset M_j$（这是因为：若有 $M_j\subset M_i$，则 $\dim\ X_j\leqslant\dim\ X_i$）。于是，若 g' 包含在 U 中 g 的万有开折中，则在 $R^n\times U$ 中的相应点就有一个邻域是 g' 的万有开折。考虑到维数，这也是一个万有邻域，因此，g' 处集 A 的局部模是由 A 在 $\bar{O}$ 处所确定模的一个子模。而且还有一种互反关系，即 g 的模是 g' 的模的子模。因此，g 和 g' 处在同一层中。另一方面，我们又可假定在定义局部模 M_j 时，已经考虑到 A 的各层关于射影 $R^n\times U^q\to U$ 的位置：q 被认为是每一层（即局部浸入）上的最大秩。因此，关于 f 的等奇芽的层通过

一个浸入被射影到空间 U 中，故是一个局部嵌入。此时，半代数集 $q(A)\subset U$ 的层化就可用来确定在芽 f 的一个邻域中函数空间 L 的每个函数 g。事实上，总可用一个等价芽 $F\circ u(x)$ 与之相对应，在此，U 中的局部微分同胚 u 是 g 的一个连续函数。这样，可微映射 $k: W\to U$ 是一个满射，且具有最大秩。于是，我们得到了一个层化，在 U 的极小层化 k 下的逆像(reciprocal image)包含有作为一个分层子集的 $q(A)$。由于一切 f. s. t.函数都只有有限多个临界点，因此通过每个 f. s. t.函数，就有有限种有限余维数的局部层化(根据定义，在 L 的两个局部图的交集中各种层化是相同的)。考虑多重临界值就可完成层化的工作；若 c 为等奇型 g 的一个临界点，c' 是 g' 的一个临界点，同时具有 c 和 c' 的各个函数构成了层 $X_{g,g'}$，它是 X_g 和 $X_{g'}$ 的交集。在 $X_{g,g'}$ 中，我们将函数 f 的子集 $Y\subset X_{g,g'}$ 作为子层引进，并使 $f(c)=f(c')$。对于重数为任意的多重临界值也可类似地讨论(在作这种层化时不应忘记非退化临界点)。于是我们完成了 L 的层化。(显然还须表明，最后这种做法确能有效地达到层化的目标；这可借助于马瑟的"多重喷射"(multi-jet)来证明)。

说明 1　在此提出的等奇点概念要比代数几何中通常考虑的更精细；事实上，除了芽的局部拓扑特性外，同时还引进了万有开折的拓扑特性。

说明 2　也可考虑在空间 $\mathbb{R}^n\times U$ 中引入代数层化的概念，这种层化是由各个临界点处商 $\mathbb{R}$ 代数(即 $\mathbb{R}[[x]]/\text{ideal}(f_{x_i})$)的维数确定的。这种层化也许没有用 A 来定义的层化那样精细；比方说，我们可这样猜想：这一代数有给定秩的点 (x, u) 所构成的集合是一个光滑子流形，但这些光滑子流形

的并集并不满足惠特尼的条件(A, B)。

源的微分同胚群 Diff V^n与目标 R 的微分同胚群都作用在空间 $L(V, \mathbb{R})$上，这种作用与上面定义的层化是相容的。在维数小于 7 的各层上，群的作用满足传递性。但从二次奇点 $V=x^4-y^4$开始，就出现了连续的不变量(即模，例如四条直线的交比)。其中有一层的余维数为 7。(这是对于余秩数为 2 的奇点来说的；对于余秩数为 3 的奇点，方程为 $x^3+y^3+z^3=0$ 的三次曲线本身就有一个射影不变量，即维尔斯特拉斯不变量。其中也有一层的余维数为 7。)

有一种情况我们感到有兴趣，即基空间至多是四维，此时横截交会的所有层在群作用下都具有可微局部平凡化。(在一层上的一个向量场，可用与层化相容的方式嵌入其环绕空间。)故由此可知，在一育径中，将突变集作为一个标准代数子集的前像的各个映射，总可假定是整体可微的。

3.1.10 映射芽的万有开折

考虑下列映射的芽：

$$f:(\mathbb{R}^n, O)\to(\mathbb{R}^p, O),$$

其中$y_j\circ f=f_j(x_i)$。设M_y^p是具有 p 个母元的自由 $\mathbb{R}[[x_i]]$-模。在 O 处的雅可比映射确定了从自由 $\mathbb{R}[[x_i]]$模 $x_i(x)$到M_y^p中的一个线性映射。若此映射像具有有限的余维数，我们就能将上述理论推广至映射芽的情况。显然，有限余维数这个条件不再像函数的情况那样，“几乎总是”可以满足的。因此，万有开折的代数理论的要求太苛刻，故须用万有开折的拓扑理论来取代。

3.2 分层空间与射：拓扑理论

3.2.1 分层集

若 V 是嵌入 $\mathbf{R}^n$ 的 $n-q$ 维流形，则我们知道，几乎所有的可微映射

$$f: \mathbf{R}^k \to \mathbf{R}^n$$

都与 V 横截，前像 $W(f)=f^{-1}(V)$ 就是 $\mathbf{R}^k$ 中余维数为 q 的一个子流形。此外，若 g 为在拓扑中充分接近 f 的一个映射，则前像子流形 $W(f)$ 和 $W(g)$ 在 $\mathbf{R}^k$ 的一个合痕下是合痕的，且这一合痕是与从 f 到 g 中的变形 F_t 相容的。如若考虑的不是子流形 V，而是一般位置上的一系列子流形，或者更一般地说是可微地嵌入 $\mathbf{R}^n$ 的一个有角流形，那末上述性质几乎马上可证也是正确的。

分层集理论的基本思想是为 $\mathbf{R}^n$ 的任何子集 A 确立起类似的性质，其中 A 是一个紧半代数或半解析集。可设法将集 A 包含在一个单参数族的正则邻域 $Tr(A)$ 中，当 r 较小时，$Tr(A)$ 是与有角流形微分同胚的。在关于横截性的一种合适的定义下，如果 $f: \mathbf{R}^k \to \mathbf{R}^n$ 与 A 横截，那末对于充分小的 r，f 与所有的有角流形 $Tr(A)$ 横截。这样，对于横截 $Tr(A)$ 的映射 $F_t: \mathbf{R} \times \mathbf{R}^k \to \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}$，就得到了一个合痕定理。大家公认是重要的唯一困难在于要表明，当 r 趋向于零时，这些合痕可以一古脑儿地装入前像 $F_t^{-1}(A)$ 的一个合痕中。

为了作出这一族管状邻域 $Tr(A)$，可将 A 分解成各个

嵌入子流形 X_j(也即 A 的层)的有限并,这样,若 X_i在 X_j的闭包中,则惠特尼性质在 X_i的各点 x_0处均成立。若 $T_y(X_j)$表示 y 处与 X_j相切的空间,则对 X_j中收敛于 x_0的每一序列 y_i和收敛于 x_0的所有序列 x_i,有

$$\lim_{x_i,y_i\to x_0} \text{Angle}(\overrightarrow{x_iy_i}, Ty_i(x_j))=0$$(Angle 代表夹角。——译注)

惠特尼已证明这种分解法对于仿射解析集是存在的,对于解析集的相应证明是由洛贾西威克兹给出的。从此地开始,我们将这样一种分解称作一个层化,它具有边界性(frontier property):若 $X \cap \bar{Y} \neq \phi$,则 $X \subset \bar{Y}$, $\dim X < \dim Y$。

我们用 $X < Y$(X 与 Y 关联)表示这一情况。一条层链(chain of strata)就是一序列 $X_1, X_2, \cdots, X_k$,它们满足 $X_i < X_{i+1}$。分层集的中心特性是:每一层 X 都可确定(在微分几何的通常意义下)一族管状邻域 $Tr(X)$,使层链 X_i的管 $Tr(X_i)$的边界彼此横截。

这样,取这些管的并,就可得到集合 A 的一族整体管状邻域(取半径 $r=\varepsilon^s$,其中 s 是层 X 的维数)。

托姆的文章对分层集理论作了相当完整的介绍,内容很好,但要读懂非常困难。后来马瑟对此也有完整的论述。关于分层集还有一种纯粹的形式理论:这种理论引进了集合间的关联图(incidence schema),并将它看作一个有向图,每个链层 c 都联系着带有边和角的一个流形 $M(c)$(这些角的最大余维数就是链长,也即链中包含的层数)。若 c'是 c 的一个子链,则有从流形 $M(c)$到流形 $M(c')$上的一个满射 $k_{c/c'}$,这个满射是一个可微纤维化,在目标之源的边界的角上配有

严格确定意义的局部模。接下来我们就可在这些满射上施加明显的横截性条件，从而求得整体分层集E，它是这些$M(c)$与满射确定的粘合(identification)所成的无交并。

3.2.2 分层集的射影，分层射

如果说，分层集的概念现在已可认为站稳了脚跟，那末"分层射"(stratified morphism)的一般概念可不是这种情况。首先，考虑线性映射$p: R^{n+k}\to R^n$下将分层集A嵌入R^{n+k}的射影问题。

假定对A的层化作一加细以后，射影p在每一层上的秩为一常数，那末A的每一层的像$X'=p(X)$就被浸没在目标空间R^n中。容易得知，若关于A的两层X和Y间的关联性成立性质(A)，则对它们的射影X'和Y'也成立着同一性质。但对需要有一专门假设的性质(B)，情况却不一样。最后，我们很自然地要求两个流形(X')的交(及其自交)处于一般位置上。于是，我们在射影$A'=p(A)$中引入了层Y'，我们必须在A的各层中的p下取射影的前像。在此出现的情况可被合法地称从集合A到其像A上的射影p是一个"分层射"。这种射的一个性质就是在目标的每个层上的"局部平凡性"：目标的一层X'的前像$A\cap p^{-1}(X')$是X'上的一个纤维空间，其纤维就是一个分层集。(这可根据上面讨论的分层集横截性质证得。)

但是，这样得到的概念还不够准确。我们也许希望这样来考虑：若A在R^n中分层，B在R^p中分层，则$A\times B$在$R^n\times R^p$中分层，射影$q: A\times B\to B$就是分层射的一个局部模。

不过，这样给出的情况实在太严格了，因为甚至从角 COC' 到其平分线上的射影也无法在这种意义上局部分层。

因此，若在局部上接受这种类型的模型（一个乘积到其一个因子上的射影），就应当承认，在基因子中的基点移到一层的边界时，纤维因子（fibre-factor）的某几层就可能塌陷。

在分层集的形式理论中，由于分层集 A 的一个分层闭集 K 在一点塌陷而从 A 得到的空间（记为 A/K）同样是一个分层集。利用确定在一个乘积（或由一个隅角来定义的局部连通分量）上的局部模条件，就可用最一般的方式来定义到集合 B 上的分层集 A（见下一小节 3.2.3）。

最后，正是由于有了这一结构我们才能用它来确定比较重要的一类分层射、软射或无破裂射。

3.2.3 软射

假定 A 已经在 R^{n+k} 中分层，$p:\mathrm{R}^{n+k}\to\mathrm{R}^n$，$A'=p(A)$ 是分层集 A 的像。若 p/A 是一个软射，则对 A 的每一层 X，都可能用下列方式找到管 $T(X)$ 与之相对应：考虑 X 在 A' 中的像 X'，令 $T(X')$ 为 X 在 R^n 中一个管；于是我们就能得到一根"竖直"管 $V(X)$，它是浸润（saturation）$p^{-1}(p(X))$ 中 X 的一个邻域，使得 $T(X)$ 为 $V(X)$ 的"直和"，并有用 p 从 $T(X')$ 中导出的一管。另外，这些管都应满足关于链层横截相交的条件。A 中每一链 c 都对应着 A' 的一链，也就是它的射影。对于有角 $M(c')$ 的一个流形，我们可找到 p 下的一个相应的前像，它是 $M(c')$ 与隅角的流形所定义的一个层化的局部乘积，这些角属于 p 的核 R^k。从一链 c' 走到

一个子链 c'' 时，就存在一个对应于核 $\mathbb{R}^k \doteq \mathrm{Ker}\, p$ 的映射，这一映射可用从 $\mathrm{Ker}(c')$ 的各层到 $\mathrm{Ker}(c'')$ 的各层上的一个满射来表示。将一个管状邻域摧毁一层，就求得这样定义的叠合映射。只有使用局部模才能给出一个精确的定义。特别地，由此可知，在将 Y 的一个"旗"(*flag*)粘贴到 X 上的一个映射中，$X < Y$，对核 k_{yx} : $\mathrm{Ker}\ p \mid X \to \mathrm{Ker}\ p \mid Y$ 的限制是一个满射。

这些射的基本性质可用"第二"合痕定理来表述：若 $A \xrightarrow{p} B \xrightarrow{t} \mathbb{R}$ 使 p 和 $t \circ p$ 均为软射，而 a 和 b 是 $\mathbb{R}$ 中同一层的两点，则截面 $A_a \to B_a$ 和 $A_b \to B_b$ 的相应射具有相同的拓扑类型。

"一般型"可微映射是软射。关于这一课题，请参阅我的文章。

3.2.4 全纯映射芽空间 G 的层化

设 f : $(N,\ O) \to (P,\ O_1)$ 为从 C^n 到 C^p 中的全纯映射的一个芽，并用 $S(f)$ 记芽 f 的临界集。若在原点的喷射 $j(f)$ 不包含在余维数为无穷大的 $J^\infty(n,\ p)$ 的某一子集 K 中，则到其像 S' 上的射 $f \mid S(f)$ 是一个有限射。另外，格劳尔特(Grauert)定理表明，S' 是 P 中点 O_1 处的一个解析集。用 G_1 记 G 的子集，它是由在 O 处的喷射不在 K 中的那些芽组成的。对于足够靠近 O 的每一点 $x \in N$ 处的每个 $g \in G$，上述性质也同样成立。因而我们有下列结果：由 $(x,g) \to (g(x),g)$ 定义的整体映射 $F \mid (N \times G_1) \to P \times G$ 也是 $(O \times \{G_1\}) \cap S(F)$ 的一个邻域上的有限解析映射。此外，在 $P \times G_1$ 内 $O_1 \times G_1$ 的一个邻域中，$F \mid S(F)$ 的像也是解析的。因此，集

合 $S(F)$和 $F(S(F))$可以分别在 $O\times G$ 和 $O_1\times G_1$的邻域中分层。由于这是有限射，我们也可用另一种方式将 F"层化"，使其成为一个软射。G 是一个无限维空间，这一点并不妨碍我们对 F 应用格劳尔特定理，也不妨碍我们在其临界集上对一个有限解析射作局部层化。

实分层结构具有与复分层结构相同的性质，但此时 $S(F)$和 $F(S(F))$在原点处有半解析层化。

此外，在这两种情况下，F 都是 $O_1\times G_1$上的局部软分层射。取像层的交和自交后，就应在区域中取它们在 F 下的前像。这样引入的层有两种类型：(a)由 $N\times G_1$的正则点构成，此时，F 的余秩为 $n-p$，核 Ker F 可微地依赖于正则点 $x\in N\times(G_1$; (b))临界层通过一个局部微分同胚映射到它们在 $P\times G_1$中的像上。但边界层也是临界的，故立即可得在 k_{yx} : Ker $p\mid Y\to$ Ker $p\mid X$ 上的条件。

剩下来还要证明，如限制在G中具有有限余维数的层上，那末这样定义的G_1的层化，实际上是喷射空间$J^r(n,p)$的一个层化。换句话说，若 g 是 G_1的一个芽，它属于具有有限余维数的某一层，则与 g 有足够高阶接触的每个芽 g_1也都在这一层中。我曾提出证明这一定理的思路，马瑟后来又根据一条不同的原理得出了一个证明。

可以利用的主要性质如下：

(1) 布罗德曼(Broadman)符号论的推广

这要用到有关文献的引理，但此引理是错误的，正确的结论是：

假定 V 是$J^r(n,p)$的一个子流形，则在到$J^r(n,p)$中的规范射影的源中，O 处的余秩严格小于 n-(V 的余

维数)。

设

$$p: J^{r+1}(n, p) \to J^{r}(n, p)$$

表示规范射影,则存在一个真正的子流形 $s.V$(V 的"符号"),使每个喷射 $z \in p^{-1}(V) - s.V$ 具有下列性质:若f是z的一个局部实现(local realization),则 $j^r f$ 在 O 处横截 V,且 f 到流形 $j^r(f)^{-1}(V)$的局部限制具有极大秩(一个局部嵌入)。

(2) 关于极限位置集经微分流形沿一个解析集截面移动的一个引理

设 A 是一个解析集在 $\mathbf{R}^n$中 O 处的一个芽,f 是从($\mathbf{R}^k, O$)到($\mathbf{R}^n, O$)中秩的一个局部嵌入。假定f 与 A 的光滑点集A'横截,且在O处是解析的,那末,对于 $x \in f(\mathbf{R}^k) \cup A, x \to 0$ 时切平面 $T_x(f) \cap T_x(A^1)$交集的极限位置集是格拉斯曼(Grassman)集 K 的一个半代数子集,K 只依赖于 f 的(足够高阶的)喷射。

这一引理可用来表明,根据惠特尼性质(A)和(B)由局部芽 f 推得的集合,实际上是由 f 的喷射确定的,因为这两个性质由光滑点处切平面的极限集来确定。

(3) 关于自交集稳定化的一个引理

设 V 像通常一样总是一个流形的芽,且是从一个解析芽 f 中推导出来的,因而目标中像 $f(V)$的自交集是一个半解析集。故当 f 是一个浸入时,其拓扑类型完全是由 f 的喷射(当作等式和局部不等式)来确定的。

对 $S(f)$的临界层不断增大的维数应用归纳法,那末借助于这一引理就能证明,像层只取决于 f 的喷射。

现首先对具有极小维数的层 $X_i = D_i(f)$ 来证明这一点，其中 D_i 是一组微分算子，定义在具有极大余维数的空间上。于是，像 $f(X_i)$ 就是一个局部浸入；将自交集 $f(X_i) \cap f(X_i)$ 稳定化，在有奇点时，也将奇点稳定化。若 $T(f)$ 是与 $f(X_i)$ 有关的理想的一组生成元；从上面引理3可知，$T(f)$ 的喷射只依赖于 f 的喷射。当此自交集是像 $f(X_i)$ 的唯一（复）奇点时，目标中 $f(X_i)$ 的理想的一组生成元 (g) 满足 O 点附近的洛贾西威克兹不等式：

(e) $\Sigma|g_i|^2 + \Sigma|J(g_i)|^2 > C|T(f)|^a, \quad a > 0$。

这里，$J(g_i)$ 是反复应用准备定理并消去源空间坐标所得的雅可比行列式。即，g 的喷射只依赖于 f 的喷射。

因此，若有关于 f 的不等式(e)，则对所有芽 f_1 都成立这一不等式，因而在 O 处，一直到足够高的阶 $f - f_1$ 都是软的。

利用归纳法可证，对于临界层 $X_j = D_j(f)$ 的所有像，不等式(e)总是成立的，其代价是，在(e)中应将 D_j 之符号的像的一组生成元作为第二项列入。

这种论证方法使我们有可能将临界层的像稳定化；类似于引理 3 的一个更简单的结论使我们有可能将临界层的浸润集 $f^{-1}(f(D_i(f)))$ 及其横截交集稳定化。

至于完整的证明，请参阅吉布森(C. G. Gibson)等人的文章。

3.2.5 芽的万有开折

假定 f 是一个芽，它属于余维数为有限数 q 的芽 G_1 的

空间中某一层；f 的“万有开折”是下列整体映射：

$$F: \mathrm{R}^n \times \mathrm{R}^q \to \mathrm{R}^p \times \mathrm{R}^q,$$

这一映射是用流形 R^q的一个芽来确定的，此流形在 f 处与 f 的一层横截。

f 的两个万有开折作为分层射是同构的。这一同构与参数空间 R^q的一个分层同胚相容。属于同一层的 G_1的两个芽 S（在上述意义下）是同构开折。我们可特别谈谈一个喷射的万有开折，其条件是应能确定余维数为有限数的 G_1的一层。

<u>说明 1</u>　若芽 f 属于 G_1，也即 f 是 $S(f)$上的一个有限射，则由马瑟的文章可知，有可能找到一个 k 参数族 F：$\mathrm{R}^n \times \mathrm{R}^k \to \mathrm{R}^p \times \mathrm{R}^k$，它在可微等价的意义上是结构稳定的。这一点成了马瑟证明结构稳定的映射密度的出发点。但是，这样一个映射F关于某些微分同胚不稳定（这些微分同胚可以与在参数空间 R^k上的射影相交换），根据我们的观点，它（至少在一般情况下）并不是一个“万有开折”。例如，用$X = x^3$, $Y = y$ 定义的 G_1中映射 $f: \mathrm{R}^2 \to \mathrm{R}^2$，可以包括在下列一族整体稳定的映射中：$X = x^3 + ux$, $Y = u$, $U = u$。最后这个映射不是 f 的万有开折，事实上，f 的万有开折不存在（至少对于一族有限维映射是这样）。

<u>说明 2</u>　G_1中属于不同的两层 S_1和 S_2的芽，具有相同的分层拓扑类型；但这两个芽具有不同的万有开折。这一现象的一个例子是由法姆（F. Pham）、布赖恩康（Briancon）和斯佩德（Speder）提出的。

4 突变论

什么是突变论？回答这个问题可不容易。一方面，我们实在还无法将突变论和早期在应用分支理论方面所做的工作截然分开；另一方面，突变论的主要倡导者齐曼和我本人对于这一理论的内容和最终目标的看法显然大相径庭。如果从头说起，那末一些相当基础而又成熟的古典问题就可认为与突变论有关，欧拉关于梁的屈曲理论就已经是突变论的一部分！其次，应当指出，齐曼是“突变论”这一用语的创始人。而在拙著《结构稳定性与形态发生学》(*Structural Stability and Morphogenesis*)中，我只不过引入“突变点”这一用语而已。齐曼干脆将突变论纳入“系统论”的范畴，从而大大地拓宽了突变论可能应用的范围。在此我们采用的正是这种系统论方法。不过，我的看法与齐曼的观点仍是很不一样的，研究突变论，在方法上，齐曼着眼于其实际的具体结果，而本人却更重视理论的探讨，考虑到因研究者的个人看法而产生的这种差异，人们在突变论本质这一问

题上纷争不已，也就毫不奇怪了。

4.1 系统论方法

“一般系统论”的主要任务在于研究如何确定一个系统，别的事就几乎谈不上了。我认为有必要直截了当地看待这一问题：我们关心的系统必处于一定的空间和时间中。说明系统就是指出系统所处的时空区域。现引入以下几个定义。

定义 1　一个系统是一个时空区域 D 的内容。

我们知道，欧氏空间的区域是一个连通开集；几个不同物体的简单联合不能算作“系统”。例如，一套刀叉和汤匙在餐桌上占据了一组位置，根据上述定义就不能认为是一个系统。在大多数情况下，区域 D（或其在空间中任一时刻的截口）不是单连通的，而是可缩的，实际上是一个拓扑球。

一只长方形箱子就是这样的一个区域，其边界是系统的外表面。要是希望一个系统在其发展过程中严格“自治”，也即与宇宙中其他事物完全无关，那末就有必要使其外表面密封，不会受到外界发出的或来自区域 D 内部的任何实际影响（包括各种形式的物质和能量的流动）。这样一个系统实际上就是一只理想的黑箱，其内部是无法观察的。

与外界完全隔离这一理想显然是无法实现的（例如，没有哪样东西不受到引力的影响）。此外，我们研究一个系统，目的是要取得有关这个系统的一些知识，因而就必须能对此进行观察，并从中取得可以说明的资料。这一简单事实表明，要将系统与外界完全隔开是一种不切实际的幻想。因此，系统外表

面将容许流进和流出，而我们对此则应尽可能精确地加以说明。不妨虑构一个区域 D 的外表面，以确保我们能满意地控制表面上的流进流出。

最后，我们还可假定，实验者对输入能作某种程度的控制，而有些输出则是可以测定的。所以，我们最终可将系统看作为能与实验者"对话"的一个实体，给予"输入"，相应地就有输出。这就是系统的第二个定义：

定义2 一个系统是一个实体，对其每一个输入 $u \in U$，都对应着一个输出 $y \in Y$。在此我们假定，输入和输出是由实参数分别确定的：可用 k 个实数 $(u_1, u_2, \cdots, u_k)$ 表示输入 u，用 m 个实数 $(y_1, y_2, \cdots, y_m)$ 表示输出 y。于是，输入和输出分别是 k 维和 m 维欧氏向量空间。

如果将时间离散化，并取整数值，那末输入序列 $u(n)$ 和相应的输出序列 $y(n)$ 就可刻划系统演变的历史。这两个序列可以方便地合并为积空间 $U \times Y$ 中一个可列点集 $(u(n), y(n))$。对于连续的时间，就有 $U \times Y$ 中的一条轨线。

4.2 系统的特征

我们在时间是离散的系统中，考虑给定历史 $(u(t), y(t))$ 的度量问题：对于 $U \times Y$ 的每一开集 W，W 中的点 $(u(n), y(n))$ 相应地都有其"渐近密度"：

$$\mu(W) = \lim_{N \to \infty} \frac{c}{N},$$

其中 c 为集合 $\{n: (u(n), y(n)) \in W, 0 \leqslant n \leqslant N\}$ 的基数。

这一极限往往是 $U \times Y$ 上的一个度量 $\mu(u, y)$ 在 W 上的积分，它通常具有某些正则性特点，并与所研究的系统历史无关，因而与此以前系统的历史也无关。如果在 $U \times Y$ 中存在这样一个度量，那末我们就将此度量称为系统特征。

在某些特殊的简单系统中，特征是奇异的，其支集集中于空间 $U \times Y$ 的某些特定的子流形上。下列几种情况就具有这样的特点：

(A) 给定输入 u 有唯一响应的情况。 对于 U 的每个值 u，不管系统以前的历史如何，都有唯一确定的输出 y，此时 y 就只是 u 的一个"函数"，特征将集中在映射 $u \xrightarrow{G} y$ 的图形上(这一映射，G 可以是可微的，解析的，等等)。在此我们研究的系统不存在"内部状态或存贮"，这种系统只遵循将输入变换为输出的一条固定的规律或"代码"。

(B) "有限型"系统。 在这类系统中，对于一个给定输入 $u \in U$，只有有限多个输出与之相对应。此时特征同样集中于 $U \times Y$ 的一个子集 K 上，因而对于射影 $i: U \times Y \to U$(输入)，原像 $i^{-1}(u) \subset K$ 对所有 u 来说是一个有限集。

若其对应规则是相当正则的(可微)，则 K 是由 $U \times Y$ 中一些(至多是可数个)子流形构成的，这些子流形的维数都等于 U 的维数 k。

(C) 一般系统。 在一般系统中，对于 U 中的一个给定的输入 u，根据系统以前的历史 Y 中可有无限多个 y 与之相对应。为了定义系统的"记忆"，我们引进一些"隐"变量，称为"内变量"或"状态变量"，并将这些变量记为 $s: s_1, s_2, \cdots, s_N$，它们覆盖了一个维数较大(N)的欧氏空间。因此，我们需要

用下列微分方程组建立起给出系统历史的规则：

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=F(s;\ u),\qquad y=G(s;\ u)。$$

显然，在此存在着一个非常困难的问题，我们不知道它是否有解，或者在有解时不知何处可给出(对状态空间的维数N)极小模的解。我们只能将给定的统计量(如特征)看作为一种确定性解释的基础。系统论方法的指导思想是从系统的“历史”或特征出发，凭借想象来发现系统的内部机理。这种指导思想是与实验方法背道而驰的，因为在用实验方法研究一只黑箱时，首先要打开黑箱，看看里面究竟装着什么东西。这种方法固然干脆，但未必总能给出始终如一的结果，也不是轻易能够作出解释的……(例如，请想一想，用解剖大脑的方法来研究神经生理学在理论上将会碰到怎样的困难)。这种方法有时极为不便，甚至会带来灾难性后果而使所研究的系统受到无可挽回的损坏。

鉴于一般系统的问题研究起来较困难，因此先弄清楚给定系统是否真的不是上述较简单的A型系统或B型系统，倒是不无益处的。也许系统受到了一种“噪声”的干扰，从而正好使受噪声干扰的管状邻域中简化系统的奇异特征被掩盖起来了(我们不管这种“噪声”是否具有随机性抑或决定性)。为此，第一项任务是要仔细检查特征的形态，设法将微分系统中出现的各种几何图形(折叠、尖角、尖点……)拼凑在一起研究。在三维以上的空间中想象点的云团或概率分布，那是非常困难的。一种标准做法是将云团投影到三维平面上，并让这种平面本身发生变化。显然需要许多这样的平面，因为n维欧氏空间上面的所有二维平面构成维数为$2(n-2)$的一个空间

(格拉斯曼空间)。上述这种理解方法与经典数据分析中占支配地位的高斯神话是不相符合的，因为后者不切实际地要求拿出可以编成计算机程序的一张现成的药方(也即要求寻找云团的主轴)。为了熟悉上述做法，我们将用维数较小的简单情况当作实例，高维情况下的做法则放到后面去讨论。

下面我们将给出简单情况下"突变"的精确实例。

4.3 突变的概念：普通的意义以及在突变论中的意义

我们来考虑 $\dim U = \dim Y = 1$ 的情况，其特征 Γ 是 $U \times Y$ 平面上的一条封闭凸曲线。假定这一曲线的方程为 $F(u,y)=0$，其中 F 可微，又设 $\pi:(U\times Y)\to U$ 是规范的。若在射影 $\pi(\Gamma)$ 中选取一个值 u_0，则 y 就可取下列方程的两根(可能是重根)中的一个根：

$$F(u_0,\ y)=0。$$

假定在较高的分支上系统响应的值是 y_0。如果在点 $(u_0,\ y_0)$ 处是单根，也即在此点的偏导数 $\partial F/\partial y \neq 0$，那末应用隐函数定理，根据 $y=\varphi(u)$，$y_0=\varphi(u_0)$，就可在局部解出 $F(u_0,y)$。这样，我们就有理由说，如果让输入 u 在 u_0 的一个邻域中变化，那末根据规则 $y=\varphi(u)$，y 就将在邻域 $[u_0-y,\ u_0+y]$ 中变化(这就是系统"内部状态"的连续性)。

于是，决定 Γ 上哪些点处隐函数定理不适用，就是一件重要的事。Γ 上有两点 a 和 b，相应的切线平行于 y 轴(在这两点处，分量为 F_x 和 F_y 的 $\mathrm{grad}F$ 的 y 分量等于零，也即 $\partial F/$

$\partial y=0$)。用 a', b' 表示 a, b 在 π 下的投影；$\pi(\Pi)$ 就是 U 中的区间 $[a', b']$（图4.1）。让 u 从 u_0 开始变化，并使点 $(u, \varphi(u))$ 异于 a 或 b，就可连续地得到 $\varphi(u)$；但当 u 达到 b' 后，若再将 u 推离 b'，那末系统就不再存在响应了，系统遭到了破坏并不可逆转地让位于另一个系统。在此也就出现了普通意义下的突变。例如，如果加大锅炉内的压力至最大限度，就会出现这一种突变。在这种情况下，控制变量 u 显然不可能取所有的值，这是实际上常常碰到的情况。大多数控制变量只能取有界值，流量趋向于无穷大必然会使系统遭到破坏。

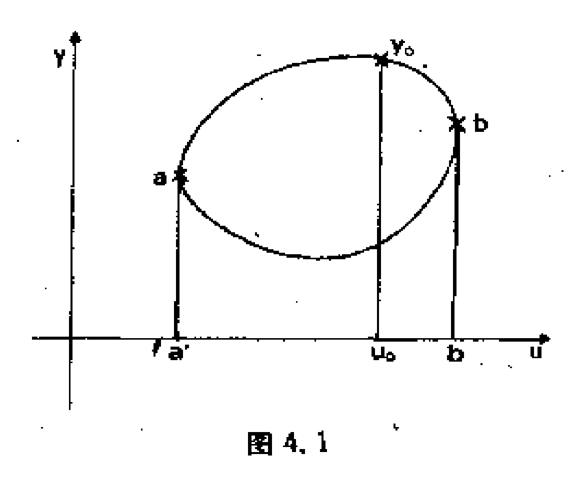


图 4.1

现考虑特征 Γ 看上去像一条 S 形曲线的情况（图 4.2）。

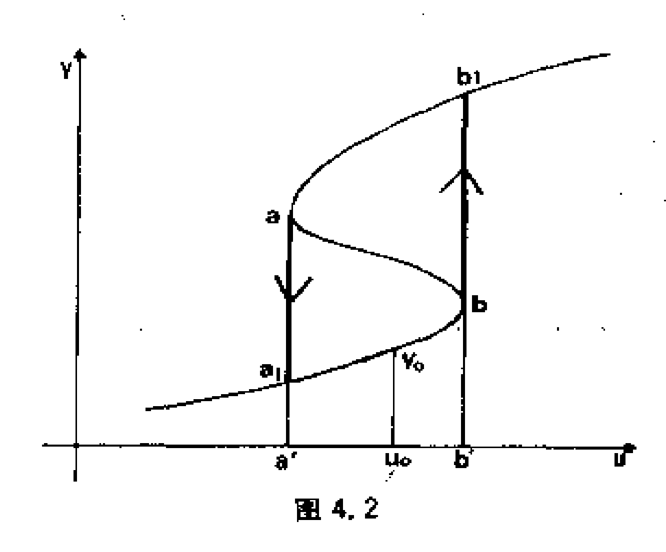


图 4.2

在这种情况下，同样有两点 a 和 b 具有垂直的切线，在以后我们将看到，这两点是临界点。

在区间[a', b']中取一值 u_0，相应于输入 u_0 的值为 y_0，且(u_0, y_0)位于曲线的下方分支上。此时，让 u 从 u_0 开始增加，并使 $u<b'$，那末根据连续性，我们将沿着局部解 $y=\varphi(u)$ 前进。如果将 u 推向 b' 外，那末系统未必会受到破坏，其内部状态会突跃到上方分支的点(b', b_1)上，并从那一点开始继续在上方分支上增长。这一突跃使系统能继续存在，不再像通常情况下那样会消失。我们将这种突跃称为(突变论意义下的)"突变"。因此，这种"突变"是系统得以"生存的手段"，可用来帮助系统脱离通常的特征状态。因此，出现(突变论意义下的)突变显然是件好事。

一旦跃迁到上方分支 y_1 上，再让 u 从 b' 回到 a'，则内部状态将保持在上方分支上，一直到达 a。从 a 回到 a_1 后，通过突变就将在下方分支上移动。

此例又一次表明，到达 S 形曲线的中间部分要比到达下方分支和上方分支更困难。此外，根据上述这种滞后循环的现象，我们只能作出上方分支和下方分支的图形。

4.4 形态发生学与突变论

假定在时空 R^4 的一个区域 D 上有一族过程，它们依赖于某些控制参数 u。在 D 中每一点 x 周围，关于 x 的易于开析的局部过程可通过一个系统 M_x 的特性来模拟。在 M_x 中，一方面是作为输入的控制参数 u，另一方面是 x 的时空坐

标；输出就是关于 x 的一切局部可观察变量。系统 M_x可以比作为一只开了窗的黑箱，而窗子的颜色就是 M_x的输出。区域 D 乃是各个有色箱子场的支集，事实上是一张真正的画面。在输出中出现跳跃（也即突变）时，介质的性质就有一个间断点，于是就在连续的背景图上创造了一种“形态”。

传统上有这样的假设：对于所有输入 u，局部系统都是有限型系统（B），其特征是（$U=R^4$）$\times Y$ 的一个微分子流形。我们可说，对于过程 u，若在一个点 x 处的输出 $g(u, x)=y$ 是（u, x）的一个可微函数，则 x 就是一个正则点。如果从特征的一张面上向另一张面上跳跃，那末马上会存在一个突变，它就是说明可测变量间断性的一种表现形态。例如，设 M_x可能有两种响应：一扇红窗和一扇蓝窗。这一过程的突变集 K 就是将“红色”区域与“蓝色”区域隔开的一个曲面（激波）。这两个区域将基层空间 D 一分为二，上述形态则显示出两个区域间发生冲突的情况。

关于哲学思想的说明，[根据瓦莱里（Paul Valêry）的意见，我们可以将本段说明略去。]给定一种生物或一件事物，一般总可以区分其存在（事物总要占据一定的时空）和本质（包括其外形和品性）。根据科学惯例，唯物主义的观点认为存在先于本质（事实上，存在就意味着本质）。形态发生学的突变论模型相悖于这一公理，因为突变论在一定程度上认为存在是由本质（也即事物的一切品性构成的集合）决定的。在此，我们看到了亚里士多德二元模式的复苏：物质渴求有一种形态。这一隐含唯心主义的结论解释了为什么生物学家面对突变论胚胎学时会持保留的态度。

4.5 稳定渐近区：初等理论

我们可以问一问自己：用状态空间S中的微分方程组$(S,\ s)$描述其发展情况的一般系统，为什么总会显现出一个特征呢？让我们先固定输入$u \in U$，如果S中几乎每一条轨线都趋向一个吸引子，而在S中具有有限多个这样的吸引子，它们代表着系统的稳定特征，这些特征是借助于吸引子所支持的不变测度μ的存在表达出来的，那末，在渐近的意义上可说，对输入u，只有有限个输出$y_j(u)$与之相对应，且这些$y_j(u)$可由下列积分来给出：

$$y_j(u) = \int \frac{1}{\mu(A_j)} A_j G(y;\ u) \mathrm{d}\mu_i(A_j)。$$

因此，这一系统有一个有限型特征，若不变测度$\mu(A_{j(u)})$可微地依赖于控制变量u，那就是(B)型可微系统了。

若S上的动力学函数是一个梯度函数

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = -\operatorname{grad} V(s;\ u),$$

其中V是一个正常的函数，那就会出现上述这样的系统。吸引子就是势$V(s)$的极小点。若$V(s)$是一般型函数，这些极小点便是一些孤立点，一般都可微地依赖于变换u。我们将这种情况称之为初等突变论。这种模型的优点是具有一套完整的数学理论(见第五章)。此外，借助于几个合适的假设，我们还可定义一种突变论(从一个极小点跳跃到另一极小点)。

麦克斯韦约定 这一约定称，在U的所有点u，主区域是

与最小的极小点相应的区域。

因此，突变集 K 是函数 $V(s;\ u)$ 至少在两点（或在唯一的退化极小点）处达到绝对极小值的 u 构成的集合。在此，利用（"一般点"的）横截性假设，同样可以得出突变集一般（稳定）奇点的情况。例如，若 U 是一个平面，仅有的奇点为：简单曲线上的点、曲线终止点、三重点。

完全延滞约定 若 u 作为时间的函数而缓慢变化，则在吸引子 $A(u)$ 被分叉损坏之前，$A(u(t))$ 永远保持主区域的地位不变。

在初等突变论的情况下，这种完全延滞的情况可用来描述突变集 K:在乘积 $S\times U$ 中用偏导数 $\partial V/\partial S$（u 对 s 保持不变）的零集来定义流形，在这一子流形中只保留相应于 V 的极小值的那几张曲面；然后根据集合 K 将这几张曲面的边缘投影到 U 中。在此，利用一般型假设，我们同样能够指出 K 的一般型奇点。

4.6 非初等情况

初等突变论可以归结为实函数奇点的研究，但在非初等情况下，对于维数大于 2 的吸引子，目前尚无一般的分支理论。有两个著名的例子，即海农（Hénon）、洛伦茨（Lorenz）等人给出的吸引子，可用来表明，一些拓扑类型不知如何刻划的吸引子，其内部特点是非常复杂的。作为猜想，我想提出如下的看法。

出于两种原因，一个吸引子可能失去其结构稳定性：一种

情况是(吸引子内部)稳定流形间不存在横截稳定性所引起的结果。这虽是一种不稳定性,但可在参数空间中处处稠密的集合上出现。不存在这种稳定性并不会引起暴缩(即失去维数),也不见得会影响到大多数轨线的遍历性。

另一种原因是吸引子对于参数的某个值可进行首次积分。例如,环面 T^2 上各个线性场 $dy=kdx$ 具有这样的性质,即对于每个有理数 k,轨线为封闭曲线的相应场都可作为首次积分纤维化 $q:T^2\to S^1$。这是一种不稳定情况,将零点附近 S^1 上的一个本身是稳定的场 Z 如梯度场提升到 T^2,就能使之稳定化。此时就会有暴缩,二维吸引子 T^2 变为有限多个一维的吸引子纤维(称为莫尔斯-斯梅尔场)。在此,我们猜想,每个吸引子的暴缩或多或少都是根据前述模型发生的。由米尔诺(Milnor)和瑟斯顿(Thurston)的"捏合系数"(kneading *coefficient*)可知,这就是关于从R到R中的自同态所发生的事。

在流形 M 中场的每个吸引子 A 的邻域,都有一个取正值的李雅普诺夫函数,它沿着轨线下降,并在 A 处消失。设 $L=a$ 是函数 L 的一个等位簇,其中 a 是一个小正数。场 X 在 $L=a$ 的每一点上进入管 $L\leqslant a$,这样,在 C^0 拓扑中,每个充分接近 X 的场 Y 也将进入管 $L\leqslant a$,而且 Y 有一个或多个吸引子。(吸引子可以暴缩,但不会爆炸。)假定依赖于控制参数 u 的场 X 类似地受到一种具有确定性模型的"噪声"Z 的扰动,Z 已用一个紧流形 W 参数化,那末在管 $L\leqslant a$ 的每一点 m 处,映射 $W\xrightarrow{\varphi}T_m(M)$ 的模 $<\varepsilon\mid X(\varphi(\omega))\mid$ (我们假定 X 在 $L\leqslant a$ 上无零点)。**由此可知,即使 Z 在 W** 中发生变化,扰动场 $X+Z$ 的任何轨线都不会离开管 L。我

们还可进一步认为，映射 $W \xrightarrow{\mathscr{L}} T_m(M)$ 是半径为 $|X(\varphi(\omega))|$ 的球上的满射。因此我们假定，当 X 作为 u 的一个函数发生变化时，在"理论上"可以造出首次积分场，从而导致吸引子暴缩。在两个暴缩的子吸引子之间，就有一个门槛超曲面，它在 $X(u_0)$ 下不变，且在任何情况下与 $X(u)$ 间的夹角总小于 $\epsilon/4$。在这些条件下，噪声 Z 就会跨越门槛超曲面，致使两个子吸引子的洼溶合在一起……。

利用场 $X(u)+Z(w)$（在 W 上）的积分，可以定义一个测度 $m(x;y)$，它是在场 $X(u)+Z(w)$ 的作用下经过足够长的固定时间 T 后，像 $h_t(x)$ 关于 y 的密度。我们欲求一种密度 $c(x;y)$，它是与变换 $h_t(t \in [0, T])$ 作卷积后的不变量：

$$c(x;y)=\int_{y\in L} c(x;y)\,m(y;z)\,\mathrm{d}y。$$

接下来就要找一找密度 $c(x;y)$（x 是固定的任一数）在正线性变换下的不动点。根据佩龙-弗罗比尼斯（Perron-Frobenius）定理，这样一种密度不但是存在的，而且一般说来也是唯一的，它在 L 中具有在所谓的随机吸引子 A 上的内支集。利用这一密度在吸引子 A 上积分，就可算出每个可测变量 y 的值。我们只需保证，吸引子中几乎所有的轨线都是稠密的，而且不含分裂成两个或更多个互不相交的分量。噪声在通过门槛超曲面时的传递性表明，情况的确是这样。

最后，我们必须坚持如下这样一种直观的想法：吸引子本身倒不那么重要，重要的是裹胁着吸引子的超曲面；吸引子通过分支暴缩为若干子吸引子，由于噪声较强，足以撤除子吸引子之间的门槛，但还不足以离开给定的裹胁超曲面，因此这些子吸引子将会构成一种新的混合体。

5 初等突变论

本章中，我们将考虑作为势函数梯度的一个局部动力学场。初等突变这一术语用来表示各个局部区域间发生冲突的情况，这也是势函数在四维时空上以稳定的方式取得极小值的点。

由于使用不太严格的语言，我们有时用突变这一名称来指使之出现的形态学。

我们将分清两种突变：冲突型突变和分支型突变。

5.1 冲突型突变

在此，问题在于确定激波面的拓扑类型 X，这种激波面的作用是隔开为相互竞争的各个吸引子所支配的不同区域。

为了解决这一问题，我们须采用名为"麦克斯韦约定"的一条规则：在支集的给定点 x 处，主区域就是相应于最低极

小点的区域。利用这一规则，就能容易地确定由冲突引起的突变集结构。一般地，设有由 $n+1$ 个定义在 R^n上的线性形式 $L_0, L_1, \cdots, L_n$所构成的一个系统，这些线性形式都处于一般位置上。这就意味着，由 n 个线性形式构成的每个子系统都是 R^n的对偶空间的一个基。每个吸引子区域都用不等式 $L_i > L_j (i \neq j)$ 来定义。在 R^n上，这些区域成了 n 单形的一种重心重分（例如，当 $n=2$ 时，有一个三叉点 Y；在 R^3上，有四叉点……等等）。

上述规则成了吉布斯相律(Gibb's Phase Rule)的真正出发点：在 R^n的一点处至多有 $n+1$ 个局部区域处于局部平衡的状态。在本书后面的一章中，我在分支型突变这种更为一般的情况下给出了这一规则的证明（见第十二章）。

5.2 分支型突变

我们在此关心的是各个吸引子之间存在冲突且至少有一个不再是结构稳定的情况。这意味着存在一个极小点不再是非退化点。为了描述与这类吸引子有关的突变集形态，可在一个万有开折空间 U 上开折这种奇点。如果我们承认这类冲突受到麦克斯韦约定的制约，那末在空间 U 中就可定义与奇点有关的突变集 K。这个集合由 U 中的一些点 u 构成，相应于这些点的开折 $p(x; u)$在一个以上的点 x 处取得绝对极小值。突变的每个具体的实现都可用一个"生长波"(growth wave)$F: R^4 \to U$ 来定义，实现的突变在形态上就是前像 $F^{-1}(K)$。

5.2.1 例子

最简单的分支型突变由下列势函数给出：$V=x^4$（尖点型），$V=x^6$（蝴蝶型），$V=x^8$，它们的余秩数均为1；$V=x^4+y^4$（双尖点型），余秩数为2。

只有最前面这两个是四维空间上的一般型突变。在另一方面，最后一个虽是非一般型突变，但在语言学中起着一定的作用，因为它使我们有可能说明四个区域，或四个"作用区"（actant）发生冲突的情况。以后我们还会看到对双曲脐点的一个邻域所作的介绍，这种双曲脐点也与上述这类奇点"关联"。

5.2.2 余秩数为1的奇点

余秩数为1的奇点都具有 $V=x^k$的形式，而其余维数为$k-2$。下面是R^4上这种稳定奇点（$k \leqslant b$）的一览表：

表中各图上给出了相应于各种奇点的麦克斯韦集。例如，对于 $V=x^6$（蝴蝶型），麦克斯韦集是一平面激波，它能沿通过其边界上的三条边叶状剥离（exfoliated）。若 $V=x^k$，则由多项式 V_x的判别式确定的平面曲线截口具有 $k-3$ 个尖点。例如，对于蝴蝶型 $V=x^6$，因 $k=6$，故共有3个尖点。

余秩数为1的突变在现实的概念结构中发挥着相当重要的作用。黎曼-雨戈尼奥特（Riemam-Hugoniot）突变是俘获和发射突变的基础。"蝴蝶型"突变是以下作用区的组织中心：信源—信息—信宿。在另一方面，奇次奇点只能在与完全延滞

名称	奇点	万有开折	一般平面的截口
极小值	$V=x^2$	$V=x^2$	
折叠	$V=x^3$	$V=x^3+ux$	
皱褶	$V=x^4$	$V=x^4+ux^2+vx$	
燕尾	$V=x^5$	$V=x^5+ux^3+vx^2$ $+wx$	
蝴蝶	$V=x^6$	$V=x^6+ux^4+vx^3$ $+wx^2+tx$	

约定有关的情况中见到，它们与瞬时状态(开始—结束)或未曾结束的状态(例如，“失败”型奇点 $V=x^5$)有关。

5.2.3　余秩数为 2 的奇点：脐点

设 x 和 y 为两个内变量。函数 $V(x, y)$的首项 $Q(x, y)$的次数为 3。三次型 $Q(x, y)$的实射影可分类如下：

(a) $Q(x, y)$有三个实根；
(b) $Q(x, y)$有一个实根和两个复根；
(c) $Q(x, y)$有一个二重根和一个单根；
(d) $Q(x, y)$有一个三重根。

（a）相应于椭圆脐点，（b）相应于双曲脐点；（c）相应于抛物脐点，余维数为3＋1；（d）一般不出现，余维数为3＋2＝5。

相应的标准形为：

（a） $V=x^3-3y^2+w(x^2+y^2)-ux-vy$ （椭圆脐点）

（b） $V=x^3+y^3+wxy-ux-vy$ （双曲脐点）

（c） $V=x^2y+y^4/4+sx^2+wy^2-ux-vy$ （抛物脐点）

在所有这些情况下，我们总用商 $R[[x,y]]/(V_x, V_y)$ 作为定义万有开折的一个基。应当指出，为了将 $V=x^2y$ 稳定化，标准形(c)应是唯一的，其他稳定化则是等价的。大家对椭圆脐点与双曲脐点相对来说都比较熟悉。椭圆脐点的判别图是 Ouvw 平面上的一个二重锥，其剖面是具有三个尖点的内摆线。我们在此可以看到那些涉及到“点”的手段或工具的奇性。

对于双曲脐点，随着 w 的增加所得的一系列判别流形的剖面图具有图 5.1 所示的形状。阴影部分就是一个（完全延滞约定下的）极小值的区域。

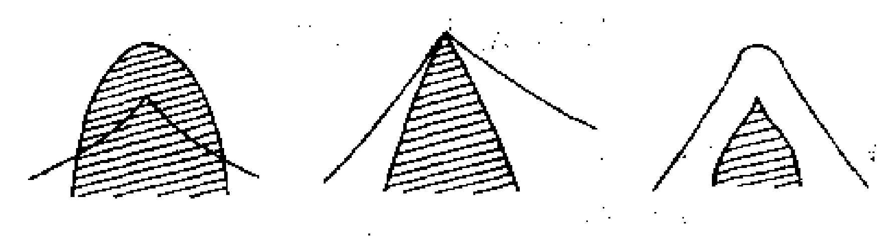


图 5.1

这一系列图形定性地描述了波的破裂过程。中间那个剖面是由两个尖角组成的，它相应于波发生破裂时观察到的极限角。

5.3 抛物脐点

抛物脐点的余维数为4，介绍起来最困难。我得感谢切恩西纳(A. Chenciner)，因为他对相应的判别流形作了非常详细的研究，下面我们将介绍其主要结果。此外，戈德温(Godwin)、波斯顿(Poston)和伍德科克(Woodcock)利用计算机研究而得的某些结果也已经发表。这几位作者所做的工作使我得以改正拙著法文版《结构稳定性与形态发生学》中出现的错误。

万有开折方程是

$$V=x^2y+y^4/4+sx^2+wy^2-ux-vy,$$

其驻点由 $V_x=V_y=0$ 给出：

$$u=2xy+2sx=2x(y+s),$$

$$v=x^2+y^3+2wy。$$

这就确定了一族从 O_{xy} 平面到 O_{uv} 平面中的映射，参数为 (w,s)。这样一个映射的临界曲线由下式确定：

$$\begin{vmatrix} 2(y+s) & 2x \\ 2x & 2y^2+2w \end{vmatrix}=0$$

也就是

$$4x^2=(y+s)(3y^2+2w)。$$

这样确定的流形在Ouws上有一个像 Z。为了在原点的邻域中确定 Z 的拓扑类型，可用半径足够小的一个球面截割 Z，使其用半径更小的每个球面截割所得截口的拓扑类型都

相同。现将相应于 $u=v=0$ 的"极坐标区域"从这一球面中除去，只保留赤道 $w=x=0$ 的一个管状邻域。在 Osw 平面上画出这一赤道圆，那就可以得圆上 16 个点，编号分别为 1，2，…，16，每一点都相应于 Ouv 上判别曲线的一种拓扑类型，那就是该点处与赤道正交的平面截割 Z 的截口。图 5.2 画出了这十六种相应的曲线。

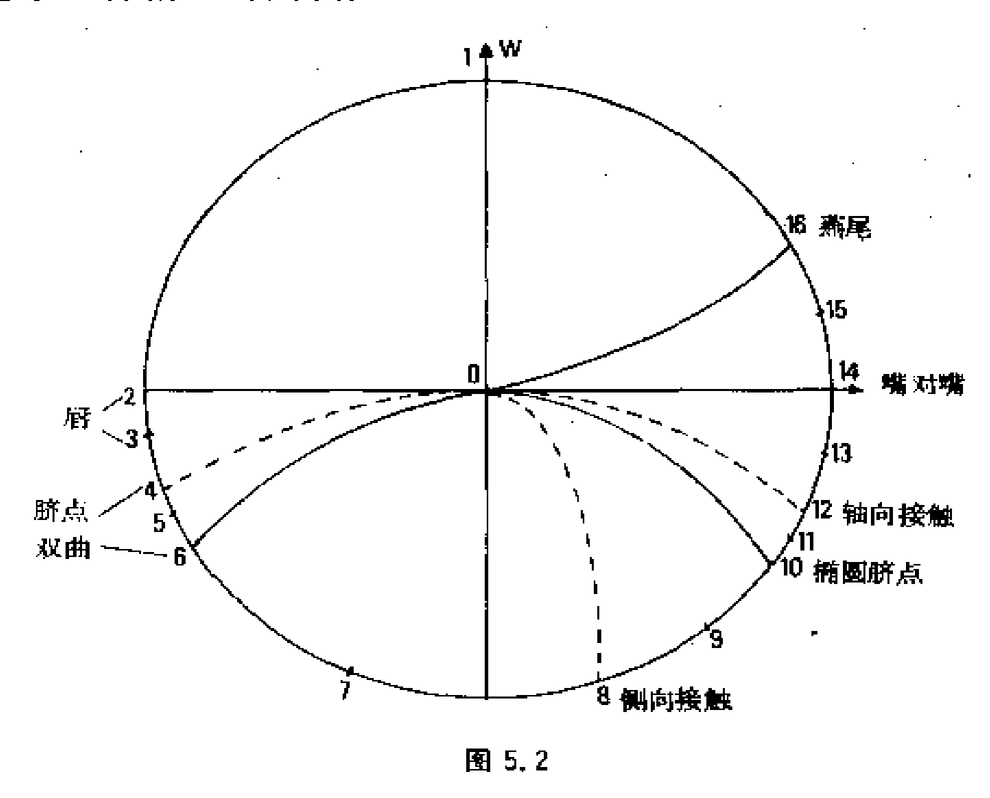


图 5.2

定性地说，如图 5.3 所示，有一条尖点朝下的曲线(1)；然后在原点出现了一个新的点，开始演化成嘴唇(2)；嘴唇逐渐增大(3)；碰到尖点(4)；与尖角区交叉，形成抛物脐点特有的"阴茎状"蘑菇形曲线(5)。接下去，在(6)，尖点触到双曲脐点下嘴唇的一支；然后，两分支相交，形成一个曲边三角形，从侧面切割凸曲线(7)。三角形收缩，先是与曲线相擦(8)；然后在曲线区域内部继续收缩，形成具有三个尖角的内摆线(9)；最

后三角形消失成椭圆脐点(10),并立即在同一方向上重新出现(11)。然后,下嘴唇碰到曲线(12),与之相交(13);而在(14)中,曲线触及三角形上边缘,形成分开的喙对喙奇点(15),产生出两条对称的燕尾,重新被曲线吸入(16),回到了原来的结构。

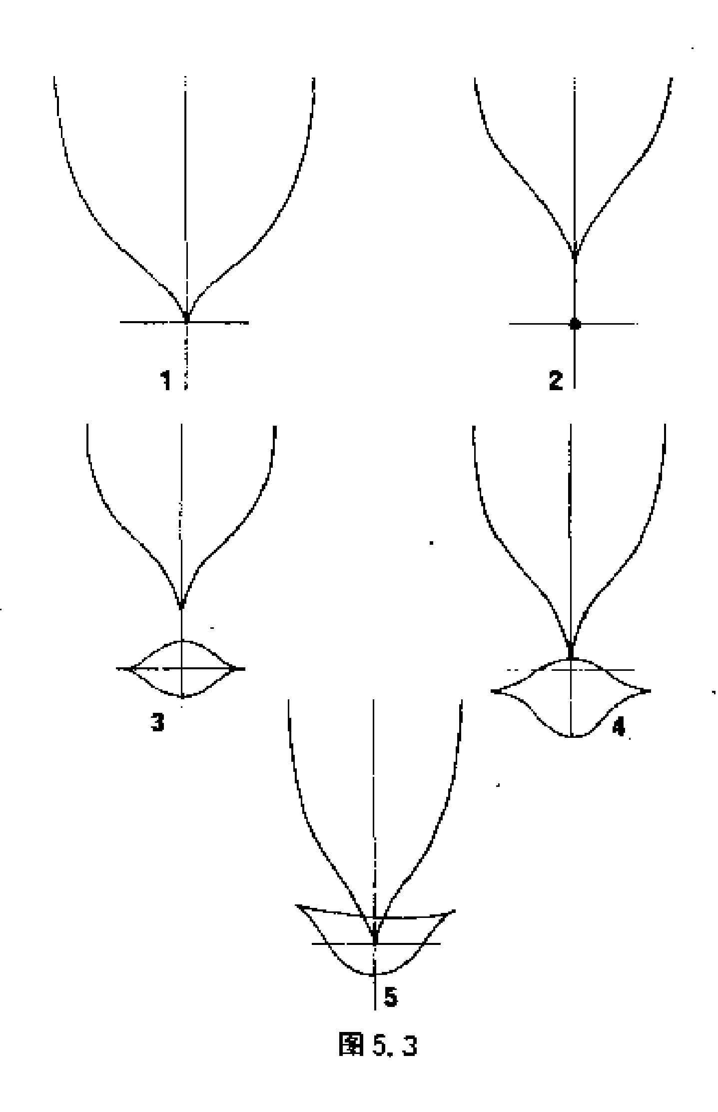


图5.3

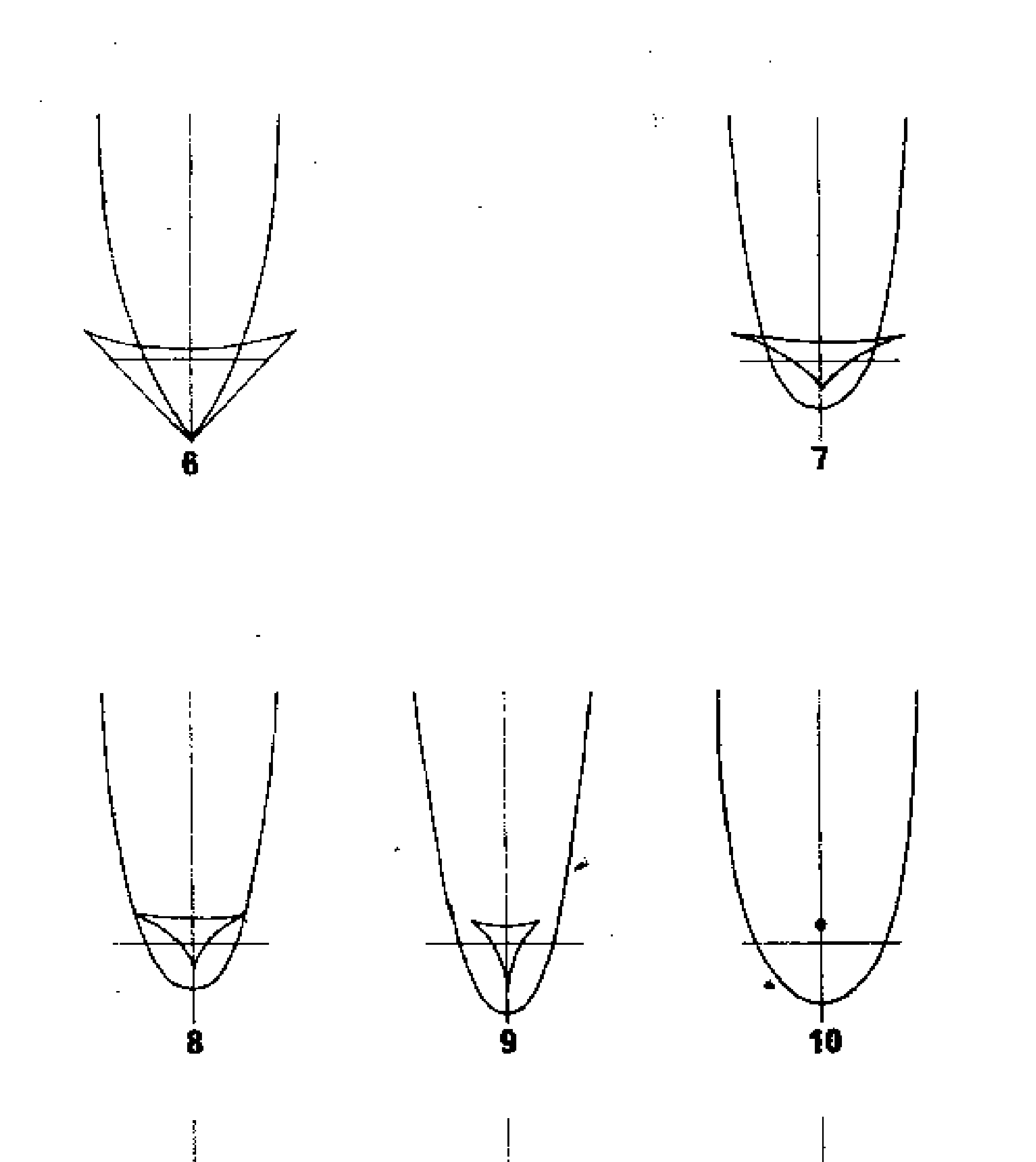


图 5.3(续)

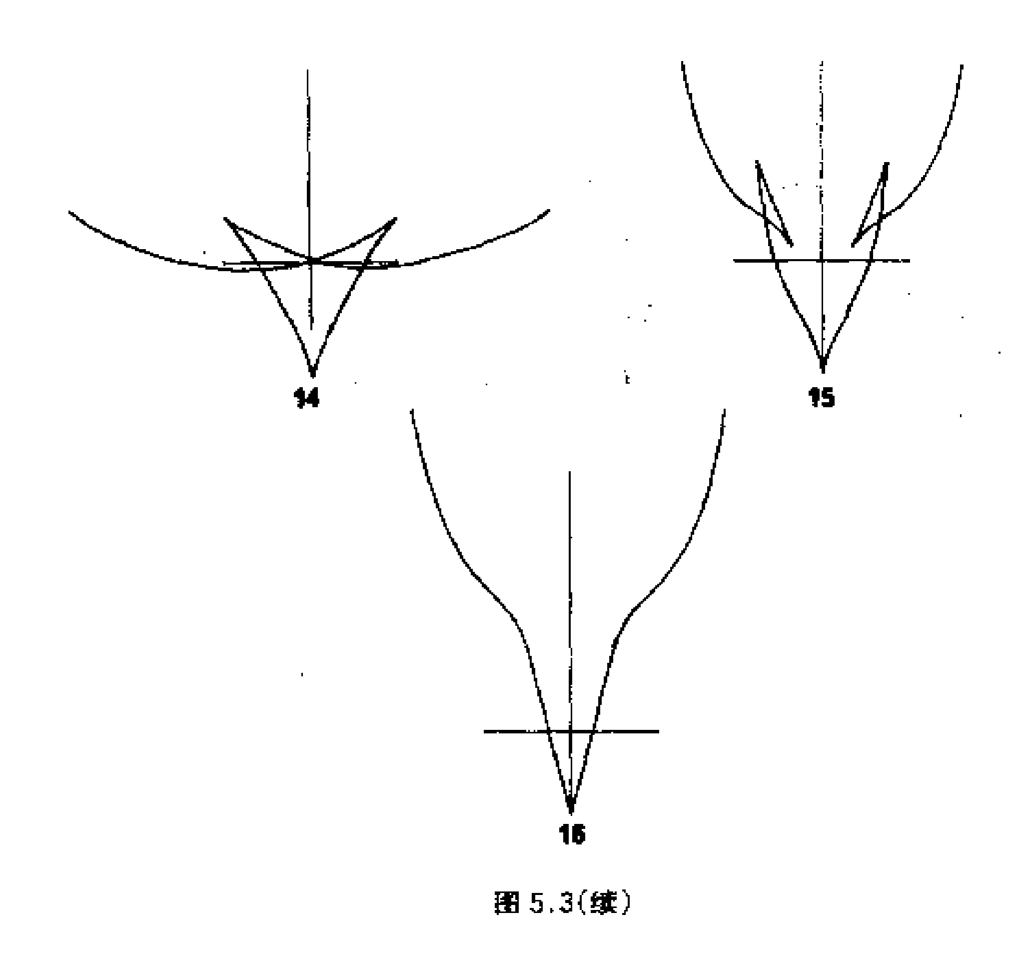
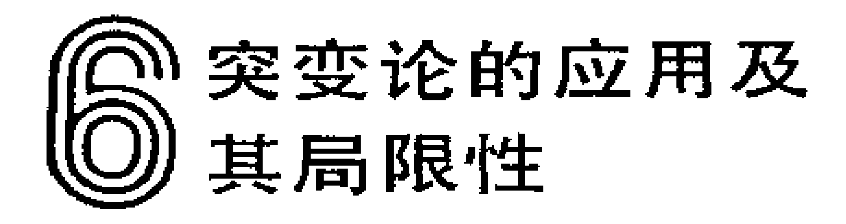


图 5.3(续)

5.4 脐点与波破裂的形态

我们已经看到，双曲脐点是波峰破裂的模型。将椭圆脐点看作所有尖形生物器官和技术工具的组织中心，这也不是没有道理的(尽管具有三尖点的内摆线三角形截面是很少出现的，其原因在以后再介绍)。抛物脐点是点与曲线相碰的标志，结束时则在内摆线截面的侧边上分开。在某种意义上可说，这把剑是实现下列过渡的工具：椭圆脐点→双曲脐点(犹如装上了刺刀)，这一武器通过此点攻击对方的曲面；然后在一边上分裂，显示了双曲型脐点"破裂"的过程。在流体动力学

中，椭圆脐点是射流的模型，但表面张力的存在阻碍了流体表面出现稳定的尖峰。因此，椭圆脐点就是流体表面的受禁奇点。在大多数情况下，奇点的退化会导致射流的出现（这种射流大体上呈现出旋转对称性）。在双曲奇点消失后，蘑菇形子午线出现了，有一液滴从射流的端点处溅出。在下一章中我们还要再次论及受禁奇点。



6 突变论的应用及其局限性

突变论的应用可以分为截然不同的两类。第一类属于这一理论的"严格"应用。应用精确的定量规律提供了可应用于正规的突变论(物理和力学)的模型。在这种情况下应用突变论，对解的整体特性及其奇点能够很快地作出"定性"的解释。此时只要方法得当，在原则上就总能进行精确的定量计算，从而保证模型具有预测能力。

另一方面，用在生物学和社会科学中的第二类模型，则从一种属于解释性的经验性形态出发，在控制空间上构造微分系统的场，力求使观察到的形态与模型突变集一致。一般说来，这些微分系统只是在近似光滑等价的意义上定义出来的，因此要作出定量预测是不可能的。这类系统的作用在于用区域间发生冲突的概念，为理解实际情况提供一种整体的观点，它还允许对可能产生实验形态的动力学作一相似的分类。

这类定性模型主要用于对现象进行解释和理

解。关于这两类模型，我们可以说，第一类是硬理论，第二类是“软”理论。

一般说来，科学界在接受第一类应用时并没有多大的保留意见，而在另一方面，对第二类应用的优点却很难理解。齐曼写的《突变论》(*Catastrophe Theory*)真可谓是集两类应用的各种模型之大成，而波斯顿和斯图尔特两人合著的新书《突变论及其应用》(*Catastrophe Theory and Its Applications*)只收进了第一类应用的模型。

本文将限于介绍一系列第一类应用。从下面几章中可以看到，我相信突变论的主要创造性以及富有成果的未来完全取决于第二类应用。所以，本书最后一部分篇幅将完全用于研究一些解释性模型。

6.1 第一类应用

6.1.1 拉格朗日形式化(非凸的)

在此，我们欲求欧氏空间R^n中的轨线$x(t)$，使积分

$$I(f)=\int_{x_0}^{x_1} f(x,\dot{x})\mathrm{d}t$$

在边界条件

$$x(t_0)=x_0,\qquad x(t_1)=x_1$$

下取得极小值，其中x_0, x_1为R^n中两个给定点。

我们可在R^n上形成余向量(x,p)的纤维(丛)，并在空间

$T^*(\mathrm{R}^n)$(余切丛)上构造"拉格朗日函数"。

$$L(x,p;\dot{x})=f(x,\dot{x})-\langle p,\dot{x}\rangle,$$

其中$\langle p,\dot{x}\rangle$表示 p 与 $\dot{x}$ 的标量积。

然后,将(x,p)视为控制坐标,$\dot{x}$为状态变量,求出(x,p)固定时L的极小值。应用麦克斯韦约定,当$\dot{x}$从使L极小化的一个值跳至另一个值时,就会出现$T^*(\mathrm{R}^n)$中的突变集。在埃克朗德(Ivar Ekeland)的著作中可以找到$n=1$时对解所作的清晰论述。

6.1.2 焦散曲线与拉格朗日流形

在余切丛中,我们称W^n是一个拉格朗日流形,如果基本二形式$\sum dx_i \wedge dp_i$在W的限制等于零。设有规范纤维化$\pi: T(\mathrm{R}^n)\to \mathrm{R}^n, \pi(x,p)=x$,在$W$与它的纤维横截的点$x$处,存在一个局部函数$S(x)$(作用),使$W$在局部上由$p_i=\partial S/\partial x_i$定义,在不满足这一横截性条件的地方,最好取坐标$p$作为$W$上的局部坐标,并称$\sum_i x_i dp_i$在$W$上是闭的。这样就定义了一族函数$G(p;x)$,它取决于基点的坐标$x$。接下来我们即可证明,当维数$n<11$时,这族函数实际上可从中心奇点$G(p;x^0)$的万有开折中导出(尽管函数族$G(p;x)$事先就有一种特殊的形式,也即关于$x$的相关性是线性的)。在这一问题上得出这些重要结果的是莫斯科学派的阿尔诺德(V. I. Arnold)。在几何光学中,拉格朗日流形的这些射影是以焦散曲线的形式出现的。这种射影在物理学理论中有很大的作用。在物理学中,借助于"振荡积分法"(W. B. K.方法)和鞍点法加以定量化,有可能创造出一种演算临界指数的方法,这些临界

指数与中心奇点$G(p;o)$的代数学性质有关。这在目前已成为许多文献的热门课题，[进行这类研究的数学家有马斯洛(Maslow)、赫尔曼德(Hörmander)、马尔格兰杰(Malgrange)等人，在物理学上研究焦散曲线的有贝里(M.Berry)、奈(J.Nye)等人]。

6.1.3 黎曼方程

一维激波曲线$u_t=f(u)_x$可用形式化的初等突变来定义。从初始数据出发，在平面(x,t)上构造一个辅助函数(势)，然后用麦克斯韦约定求其极小值[拉克斯(Peter Lax)提出的定理]。

6.1.4 应用力学

在研究许多系统的平衡问题时，要用到分支理论。我们往往可以应用初等突变论的基本概念，如齐曼所发明的著名"突变机构"，研究临界电荷对变化的灵敏度的科伊特(Koiter)定律等。有时有必要对这一理论作专门研究。[见汤普森(Thompson)和亨特(Hunt)合著的《弹性稳定性的一般理论》(*A General Theory of Elastic Stability*)。]

6.1.5 相过渡理论

从经典的平均场理论或兰道(Landau)理论中直接可得初等突变论的形式。我们知道，这一理论用于定量是错误的，

比如在范德瓦尔(Van der Waal)模型中，根据这一理论得出的是假临界指数；但从定性的角度看是正确的(采用相图拓扑结构的观点)。

6.1.6 数理经济学

从纯粹交换经济的瓦尔拉-帕拉托(Walras-Pareto)经典模型出发，将各种经济因素的效用函数极大化，立即就有初等突变论的形式。这也可从关于麦克斯韦集的一般型特点的结果中推得，此时的需求函数具有连续的(一阶)导数。德布鲁(G. Debreu)学派曾广泛应用一般型技术来刻划一种经济的平衡集。

6.2 突变论的局限性

初等突变论概念具有严重的局限性，这些局限性给某些可能的应用带来了不利的影响。我们将讨论：

(1) 定性动力学现状产生的数学问题；

(2) 突变的时间性演变提出的问题；

(3) 突变的时空集问题；

(4) 将这一理论应用于具体课题时产生的问题。

6.2.1 数学问题

设M是表示过程内部状态的流形。我们假定M是紧的、

$D(M)$表示M上的向量场的空间。除非确定局部动力学的场X只有有限多个能够进入竞争的吸引子，否则就无望创建一种合理的理论。因此，我们希望"几乎所有的"场X具有这一特性。但是，纽豪斯(Sheldon Newhouse)已经证明，在$D(M)$中可以存在一种开基质(open substrate)，使得具有无限多个吸引子的场X在其中稠密。此外，从其环境空间中的局部拓扑来看，我们也不清楚是否"几乎所有"的吸引子都是结构稳定的。根据一个任意的动力场X来提出一种形态发生学的合理理论，其可能性似乎是微乎其微的……

在梯度动力场和具有李雅普诺夫函数的动力场之间，两者差别无疑不很大。我们知道，在每个吸引子的邻域内，场具有李雅普诺夫函数，但这样一个李雅普诺夫函数的奇点并不是函数临界点的万有开折理论所预测的奇点。在此，古肯海默(J. Guckenheimer)提出了这样的反对意见：梯度场在"类梯度"场集合中的万有开折一般要比初始势函数的万有开折来得大。事实上，对于一般的动力场来说，塔肯(Taken)的反例表明，有些向量场的喷射量是无法利用添加高阶项的办法使之稳定的；在这种情况下，万有开折理论的确失去了一切效用。于是，"广义突变"、复杂形态学、分支集、康托集等等概念犹如雨后春笋般地出现了。不过，前述各种形态还是很有可能出现的，因而不应当拒之门外，有些作者称，动物血液的循环以及流体动力学中湍流的"康托式"结构，乃是实验论证的范例。读者还可参阅曼德尔布罗特(B. Mandelbrot)的著作《分维理论：形式、机会和维数》(*Fractals: Form, Chance and Dimension*, 1977)。

最后，我们还要补充一句，哈密顿动力学中并没有吸引

子,(由于刘维尔测度的守恒性)因此我们很难看到可以将突变论概念应用于局部哈密顿动力学的情况。严格说来,这也许就是量子力学没有提出形态学问题的原因。

但是,人们不应过分强调突变论的局限性。也许只有根据经验可以认为是确定的过程以及提出得当的问题才受到最优化原理或极值原理的约束。这一点在哈密顿-雅可比方程中就更为显目了。事实上,阿诺尔德已经证明,只要$n<11$,拉格朗日射影(也即一个流形的余切丛的拉格朗日子流形在该流形上的射影)的奇点局部理论就与初等突变论一致。在一般情况下两者的唯一区别在于,某些内部变量可以直接地理解为余切丛的一个截面关于基坐标的导数,这就对可能的奇点性质施加了限制,使正常情况下的非一般型奇点变成了一般型奇点。

在对满足对称条件的奇点进行研究时也会碰到这一现象,这将在 6.2.4 中加以考虑。

6.2.2 突变的时间性演变

假定在R^3的一个开子集中发生了一个自然过程,且在该过程的一个给定的瞬时,它受一个初等突变的调节,以包含有万有突变集K(类似于麦克斯韦约定)所定义的空间W为自己的万有开折,那末,这一过程的形态学状态可通过名为生长波的映射$G: UXT \to W$来确定。

在最一般的假设下,映射G是可微的,且与突变集K横截。因此,观察到的突变集恰恰就是U中的逆像$G^{-1}(K)$。因为有这一横截性假设,故经验形态并不因初始条件发生微小

扰动而变化，由此也可求得有关被观察过程的"形态发生场"或"育径"的特征。但这要求在过程的起始时刻，映射$G:(U,0)\to W$是一个浸入，换句话说，W上的坐标函数w_i在U上的像$G^*(w_i)$具有最大的秩。我们可说，环境U应在开始时就用这些导出函数来极化。

这样一个假设是不一定能满足的。环境U往往可以认为是均匀的，此时，$G(U;0)$在原则上是到一个单点上的映射。事实上，一会儿以后这一映射就发生"开折"，成为一般型映射。但在这种情况下，研究的已是一种新型的奇点，也就是形为$V(x,g(u))(u\in U)$的复合映射的奇点。至少应在刚刚发生突变的时刻，在可作因子分解的那些函数构成的集合中将奇点开折。

例如，在胚胎学中，卵往往是"齐性"的，至少关于某一对称群是齐性的。将函数G"开折"，所得的一般型奇点呈"折叠"型，这一折叠可用方程$w=y^2$来刻划；因而生成势是关于y的偶函数。在关于y的线性开折（如v,y）中，我们曾得到关于$v=0$的一个对称展开。内部对称可以外部化，这也是对脊椎动物双侧对称性的起源所作的一种自然的解释。

所以，一种未经充分极化的状态可能创造出比平常想象要复杂得多的奇点。演变中何者被严格地称为生长波呢？

显然，我们事先无法对这种演化给定一种规则，但可考虑一般的情况，其中"水平"场H定义在内空间M与开折W的标量积$M\times W$上。通过在W上作射影，可得一个片状可微向量场，其间断点落在突变集K的基质上。（参照"简化场"概念）对于简化场所呈现的结构，肯定不存在进行完全分离的问题。我们也许想知道，在这些水平集H中，是否有些场与原始突变

规范地相接呢？我曾在其他文章中表明，在让分量H复活而消除原始动力场的影响时，的确要取V关于形式$dx^2-k^2du^2$的双曲度量的梯度。若让这一度量（k无限）退化，那末利用“完全延滞”的假设，可知吸引子的极限即为在原始度量上给定的滞后周期。在此至少存在着一种理论的萌芽，可以用来定义突变的“万有开折”（也即用单个初始突变在全空间$M\times W$上定义的向量场）。前述例子在生物学的胚层“代谢稳定”中极为重要，因为它似乎表明，其中有着一种颇具一般性的机理，可以用来说明物理学中出现双曲度量的原因。不管怎样，有一点似乎很清楚，那就是：鉴于我们不希望在空间W上引进新的势函数，因而上述做法是作出形态学解释的唯一经济有效的途径。

6.2.3 突变的时空集

我们可以说，初等突变给出了时空的基本形态学特征。在这一意义上，初等突变的作用可以比拟为算术四则运算。四则运算作用在不连续的自然数集上，并为代数学的形式系统的公理化开辟了道路。两者尽管相似，但也有区别，突变之间的联结不像在形式系统中那样，依赖于某些运算的自动迭代，而是取决于用动力学解释给出的一种内在组合方法。

如果简单地局限于用梯度动力场定义的初等突变水平，那就可作一种明显的推广。考虑余维数$q>4$的势函数的孤立奇点。我们可将W中生长波的演化当作一个R^4来描述，它浸没在万有开折的空间W中，并横截于突变集K。突变集K向R^4的拉回确定了一组具有结构稳定性的初等突变。在关于句法

结构的时空来源的一章(见第十章)中我就应用了这一思想。如果弃之不用梯度动力场的严格形式,而引进简化场的吸引周期,那就能对生物形态学的某些奥秘作出漂亮的解释。例如,“先有鸡还是先有蛋”的问题,就可非常简单地用维数为4的万有开折中一种周期生长波的演化来解释(从而,在配子发生过程中实现的代谢组织中心处的浓缩,就是一个在胞质组织的较低水平上的开折……,就是一个在胚胎发育过程中将会扩大到器官水平上的开折)。显然,这样一种解释还不完全:它要求引入专门创造的“延迟势”(arrest potential),但是,相继发生一系列突变的问题是非常复杂的,甚至在诸如流体动力学和相变理论那样的物理学理论中,我们也无法避免进行这样的探索。也许更为精细的理论应当进行定量的研究,这就可能需要在无限维函数空间中的一种积分了。场的量子理论就可在一种整体上还不十分清楚的情况下给出这方面的一个实例。

6.2.4 突变论及其应用,对称性——受禁奇点

突变论可能会作为一种不依赖于物理现实的抽象理论而受到指责,它本身是纯粹定性的,而且同时也不考虑大小比例和经典物理学中的定量规律。但这两种反对意见是相当矛盾的。

涉及到物理量的每个定量模型都不依赖于测量的单位。因此,所研究的现象对于时空的伸缩应当具有不变性。但是,我们所考虑的现象在普通尺度下却缺乏这种不变性;一只蚂蚁的同位像决非一头大象。因此,只有与时空的几何有关的现

象才是定量模型的研究对象；经典物理学中的重要定律（引力、电磁力）就属于这种情况。即使在此时也要施加这样的条件：即尺寸不能小于10^{-30}厘米。

那末，既然并非必定要严格的定量模型，我们不妨设法考虑基质材料的已知特性。在这一方面，相是一个重要的概念。相可用局部等价的一个拟群Γ来定义，而G是它的迷向群。于是，可以自然地认为李群G非平凡地作用在内部状态的空间M上。局部势函数V应是这一作用下的不变量，而且它的所有开折都相同。我们还可同时地"开折"G的作用，从中可能出现G的子群G'（对称的破缺）。因此，我们可以预计，限定拟群Γ和Γ'的相的所有曲面都具有一般型奇点，这种奇点的性质可通过这一对互相冲突的对称拟群Γ和Γ'来确定。这一理论还有待于从整体上创建。

借助于上述一系列想法，就可应用适当的篇幅来考虑液体表面张力现象。我们已说过，这一现象排除了在液体表面出现椭圆型脐点的可能性。另一方面，根据最小面积原理，这一现象能够创造出局部对称性，例如，射流就有产生关于轴的旋转对称的倾向，因此，在流体动力学中，椭圆型脐点被双曲型脐点所取代，后者是用$V(Z;r)$型的函数加以定义的，其中r是该点到旋转轴的距离。同样，在液体中守恒方程使激波方向上的速度场不会出现某种间断点，例如，液体中不会出现空穴。在两个速度向量与激波面相切的这一点将出现一个间断点（"分裂间断点"）。在此，我们可以说，具有公共不变流形的两个向量场，在场偶的函数空间中，确定了余维数为无穷大的一个奇点。如果说，某些约束（由于对称性或微分条件）会产生出余维数为无穷大的一般性奇点，而这种奇点对于普通理论

来说是绝对不可能产生的，那末我们是不必大惊小怪的。

6.2.5 结论

我们还应指出突变论经常受到指责的一点，即它不易用实验来控制，因而在科学上无多大意义。

对此，我们首先要回答，在突变论的两种模型中作选择，这一问题有时可通过实验来解决，但在实验前首先应该设想出两个模型。（这里还提出了突变论中模型的唯一性这个棘手的问题：若有两个模型M和M'处于竞争的状态，是不是总能找到一个包括这两个模型的一个模型M''呢？）

在科学哲学这个一般层次上，最后应回复到下述总原则。模型的重要性不在于它与实验的一致性，恰恰相反，其重要性在于它的"本体论范围"，也即现象发生的方式和描述相应机理的方式。事实上，给定任一经验性形态，总能找到一种定量性模型，其中包含足够多的任意参数，在给定的近似范围内，这种模型能解释实验。如果需要一个良好的模型，那末这种任意参数的个数应尽量减少，这也是"减少任意参数"问题的一个特例。借助于突变论所提供的动力学解释，就能在某种程度上有效地完成这个"减少任意参数"的任务。为了作出良好的描述，就有必要理解这一点。1925 年到 1935 年间量子力学创造奇迹的时代已经结束了……。

7 争论

突变论的发展史介绍起来相当简短。拙著《结构稳定性与形态发生学》的手稿在1968年送交出版社，由于各种各样的困难，直到1972年底才得以出版。但在那几年里，已有若干抄本在某些人中私下传阅。特别是齐曼(C. Zeeman)及沃里克(Warwick)大学学派对其内容极感兴趣，并开始在许多不同的领域里创建突变论的模型。在1974年于温哥华举行的国际数学家代表大会上，齐曼就这一课题作了非常精彩的介绍，此后不久，报章杂志争相报道，掀起了一股宣传突变论的浪潮。在历史上这是一种数学理论很少碰到的事。一两年以后，反对之声开始出现：先是科拉塔(Gina Bari Kolata)在《科学》(*Science*)上发表的文章《皇帝的新装》(*Le roi est nu*)，然后是苏斯曼(H. Süssman)和察勒(R. Zahler)在《综合》(*Synthèse*)杂志上进行的"致命性"批评。在发表了许多赞成和反对的论文以后，争论已经逐渐平息下来，目前科学界似乎处于一种"折衷"的境地：承认突

变论在力学和物理学中的“严格应用”，但对它的生物学和人文科学的“软”模型却有严重的怀疑。有必要指出，在 1974 年热情高涨的岁月里，突变论的支持者(在某种程度上也包括本人)对于这一理论可以应用的范围，心中并不十分有数。事实上，在此我们面临的是下列更为一般的问题的一个特例：数学在科学中应用的范围到底有多大？对此问题要给出精确答复是不大容易的，下面要提到的在《科学》(*Scientia*)杂志上发表的论文阐明了我在这个问题上的观点。

7.1 数学与科学的理论化

要估价我们所说的突变论对科学发展的影响，无疑还为时过早。即使是在实际应用的领域里，突变论的贡献也是令人失望的，但有一点却可以肯定：突变论对现存科学在良心上进行了一次攻击；它迫使人们对科学的方法和技术作了一次清理。突变论问世后，数学被引入一些学科，如生物学和人文科学，在这些学科中使用数学一直是极为罕见的事。目前，在一门科学中引进数学方法，已被认为是重要一步，因为这意味着走向严密，走向概念上和数值上的精确，从而为人们采取行动提供更为广阔的天地。在这一方面，有人对突变论的潜在价值抱有不切实际的希望。有些模型的发表，其中包括齐曼在人文科学中建立的模型(如狱中犯人暴动模型)似乎更加助长了这种乐观的情绪。对突变论所作的严厉批评，迅速地给这种欣

喜若狂的现象泼了一盆冷水。科学舆论在这场争论面前感到有点惶然无措，实际的争吵固然激烈，报刊上的摇唇鼓舌更起到了推波助澜的作用。人们的主要批评意见是突变论模型缺乏实用性，这在本质上无疑是颇有见地的。不过，这种批评之风未必再会兴起，因为如果在这个问题上抓住不放，那就会扼杀很大一部分现代科学的创造性……

目前，在应用数学家的队伍中，反对突变论的核心力量正在扩大。人们日益担心，在对突变论模型提出的反对意见中，那些最有力的论据可能会反过来反对他们自己的论点，其中我特别要提及，一种虚构的量化模型——虚量子化(spurious quantisation)就属这种情况。即使除了重新挑起关于在科学中使用数学的方法论争论之外，突变论并无别的成果，也已足够表明突变论有其存在的价值。

7.1.1 数学在当前科学中的作用

如果说有一门科学正确地应用了数学，那很明显就是物理学。此外，经典定律(重力、电磁力……)可使构造出来的模型在数值上具有难以想象的精确度(在良好的情况下可达到10^{-20})，维格纳(E. Wigner)已能将这些定律的精确性提高到不可思议的程度。但是，这并不是基本物理学的一个特点，我们以后将回过头来说明为什么会有这样的情况。但同时，一旦离开可以妥善地应用这类定律的某些比较直接的领域，情况就迅速恶化。量子力学在氢原子问题上的良好开端，随着我们走向更加复杂的情况，已经在近似计算这片沙滩上渐渐变得暗淡无光了(我们没有忘记强相互作用之谜，这种作用的确无

法定量化)。在宏观物理学(固体物理,流体力学)中,许多经验性定律并不具有明显的数学形式,例如在热力学中,一种真实流体的状态方程$F(p,v;T)=0$就无法用数学式子加以表述。当我们进入化学时,数学算法的有效性就更为差劲了。两种比较复杂的分子之间发生的反应就很难作精确的数学描述,只是在化学动力学中才有一些情况可用微分方程来描述,但其中的系数(质量作用律常数)可能有变化,这就大大影响到描述的精确性。在生物学中,除了人口理论和形式遗传学理论是例外,数学的应用只局限于为一些局部情况建立起模型(神经脉冲的传递,动脉中的血液流等等),这些情况的理论意义比较小,实用价值也不大。在生理学、个体生态学、心理学和社会科学中,数学不但很少见到,而且通常以统计手段的形式出现,这种统计手段的合法性也是大可怀疑的。唯一例外的是数理经济学,其中的瓦尔拉-帕累托(Walras-Pareto)自由交换经济学模型提出了一些有趣的理论问题,但将它应用于现实的经济生活却仍是相当可疑的。为全面起见,还可考虑图论在人类学和社会学中的某些应用。这样,我们实际上在数学应用于科学这一园地里周游了一遍。

在从物理学走向生物学的过程中,能够应用数学的情况愈来愈不妙,而且这种恶化的速度相当快,这种情况对于专家们来说当然是有目共睹的。然而人们却不愿意向一般公众承认这一点。我认为它们与科学本身的社会学有关的原因有三个:

(1) 人们知道,力学和基础物理学的伟大实际成就使这两门学科信誉卓著,因此,如何使成就较少而又不那么精确的学科也能从这种信誉中得益,成了一件重要的事。于是,这些

学科特有的困难和不精确性也就永远不会被公开宣传了。

(2) 就这些学科的内部实践来说，这种困难和不精确性可以转化为优点，因为数学近似的方法有可能给相当多的"科学"活动带来丰硕的果实。每一次使模型定量化的尝试，不管其内容是多么肤浅，基础是多么薄弱，在科学上都有发表的可能。

(3) 这一切都扩大了计算机工业的影响。每个实验室，不管其规模多么小，必定都有自己的计算机。在连问题的任何先验的定量化都不能想象的条件下，怎么能指望从付出的代价中得到好处呢？信息工业界显然非常想使人们相信，现实世界没有什么事物是不能用定量化模型描述的……

为了给受到这种责难的实际工作者(他们的坚定信念是无可怀疑的)说几句话，至少在大多数情况下有必要注意这样的一点：数学形式化在科学中不再灵验的情况并不是突然发生的。在基础物理学中，我们从一些单纯的情况出发，可以应用(而且也只能应用)某些重要的定律，但不久就会碰到复杂的情况，此时这些定律虽然仍存在，但要完全确定系统随时间演变的情况，光有这些定律就不够了。此时，有必要采用一些特设性假设，它们一般是根据统计学研究和采用近似表达式的经验性规律提炼出来的。在应用力学和流体力学中，这类例子可说是俯拾皆是。在下文概括的表中，我们略去了一种熟知的情况：系统虽可建立精确的数学模型，但由于其复杂性或维数的关系，可能找不到一个有效解。例如，对于n体问题，计算机显然是非常有用的。但这种情况却极为罕见。一般说来，从建立模型的理论(这种理论可能不存在)中产生的错误，可能比用数值方法研究系统的近似方法所产生的错误还要多。最

后，在基础物理学的精确地带与统计学解释和经验数学的贫瘠地带之间横隔着一个灰色区域，正是在这一灰色区域中寄托着在科学中应用定量数学模型的未来。

另一方面，突变论表明，在科学中可能存在着数学的另一种用法，它将不是定量的，而是完全定性的。

由此可以提出下列几个问题：

（a） 什么原因促使我们更喜欢定量模型而不是定性模型？

（b） 在突变论的特殊情况下，是否有希望在定量的模型中强调定性的应用呢？

（c） 从纯粹定性模型中可望得到什么东西呢？

为了回答问题（a），最好提一提一个非常一般的问题：科学的目标是什么？

7.2 科学的目标

如果说，整个科学活动可以比作为一个连续进行的过程，那末我们有理由认为，这一连续过程具有两个极。一个极代表纯粹的知识：就这一点来说，科学的基本目标是理解现实。另一个极涉及行动：按这种观点，科学的目标是对现实采取有效的行动。目光短浅的认识论不大会赞成这种两极说，因为要采取有效的行动，总必须先“理解”。我可不同意这一观点，因为可能有这样的情况，我们对它已经有非常透彻的理解，然而却无力对它采取任何行动（例如，一个人待在屋子里，突然发生了洪水，于是他爬到房顶上避难，眼睁睁地看着洪水上升将自己淹没）。反过来，有时我们对现实世界能够采取有效的行

动，但对其所以有效的原因却茫然无知。我们几乎可以毫不夸张地说，所有现代医学都为这种情况提供了佐证，因为人们很少能在“基本”也即分子生物学的水平上，对一种药物发生作用的药理作出令人满意的解释。

相应于这两种对科学所持的相反观点，存在着两种不同的方法论。“行动”说在本质上是解决局部的问题，而“理解”说却试图要找到通用解(也即整体解)。一个明显的矛盾是，求解局部的问题却需要使用非局部的手段，而可理解性则要求将整体现象化为几种典型的局部情况，由于这类局部情况具有使人明了的特点，因而很快就能为人们所理解。事实上，在采取一种行动时，总有着一种超出现象的目标，因为人们总力图使某种不会自发出现的事有可能发生。突破时空的限制，这就是人类最终的目标；对易于控制的非局部行动的一切模式，都应加以利用。正是这一点迫使人们踏上人生的旅程，发展交通工具，创办通信事业。在生物学的意义上，人会设法尽可能长久地生活下去，也即要尽可能地延长个人和人种的寿命，使之能超出自然界施加的极限。反过来，从纯粹思维的角度来考虑，可理解性要求将现象化为直接可以理解的若干要素(例如，当代原子理论中原子的碰撞)。我曾在一篇文章中说过，历史上最伟大的科学成就(牛顿万有引力定律、麦克斯韦电磁学、量子力学)都是非局部理论，接下去要做的理论工作即是使之局部化(前两项已经成功，但最后一项的收获却很小)。

总而言之，人类在科学方面所作的努力(在某种意义上是在哲学方面所作的努力)可用它与局部之间存在的关系来说明，如下表所示：

	局部的	非局部的
理　解	是	否
行　动	否	是

人类思想只能理解以谓词形式表示的非局部性(语言学上用形容词表示)。例如,一种颜色并不指空间任一特定的位置。寻求可理解性的一切努力都是将(次要的)性质化成用时空坐标给出的主要的性质(简言之,就是用动词来替换形容词)。目前,这一过程显然还没有展开,我们将会看到,突变论正在这一方向上前进。

如今,科学领域中这种两极说已通过在科学中使用数学的方式反映出来了。我们已经知道,"行动"这一极要求我们搜集更加广泛的资料,因为行动的一切目标就是扩大我们的影响。也就是说,首先需要有一些传播的方法,可用来将基础空间中一个区域D上所取得的局部知识推广到更大的区域D'上。在数学上就有一种办法来做这一推广工作,它也是在实践中使我们能够规范地从事这种推广的唯一办法。在此我指的就是解析延拓。利用解析延拓,一个解析函数(用一点处的泰勒级数来定义)的一个芽可以扩展到这个函数的整个定义域(全纯域)上去。这就是说,可用于预测并在实用上有效的数学模型,要求有关函数及其依赖于时间的解都是解析函数。因此,我们进行工作的基础空间就应具有一种自然的解析结构。

另一方面,我们还看到,可理解性要求集中精力将非局部结构化成局部结构。为达到这一要求,有一个数学概念是非常合适的,那就是奇点。现给出一个典型的例子:在欧氏空间的三维坐标系统$Oxyz$中,方程$z^2=x^2+y^2$所表示的圆锥面顶

点是一个奇点。实际上，这一奇点可认为是通过一个连续映射ϕ从一光滑曲面中产生出来的，这一映射ϕ将圆柱面（方程为$x^2+y^2=1$）上的子午圈（方程为$x^2+y^2=1$, $z=0$）映为原点（图7.1）。一般地说，任一奇点总可认为是从一个正规空间E中产生出来的，此即由嵌入这一空间E的一个整体图形摧毁成一点。因此，以梯度动力场的“初等”形式出现的突变论，需要正规地用到（一个函数的）奇点这一概念，也就不足为奇了。

卢瑟福(Rutherford)有句名言："定性概念无非就是定量性极差的概念"，这是19世纪末风行一时的科学思想的一种令人悲观的真实写照。但它至少揭示了某种真理：如果要求模型在学术上有效，那末这种模型一定要包含一种定量的成分，使我们有可能对它所描述的现象进行时空的定位。一个纯粹的定性预测，若不具体指明时间或地点，在实践中意义就不会很大。我可以斩钉截铁地预测，不管在哪种社会中，任何政权都最终要倒台。要是我无法说出倒台的时间（哪怕是非常含混的时间），那末上述预测又有什么意义呢？如果地震学家告诉我们：巴勒(Bale)城将会被地震摧毁，但又不说明这一预言将会实现的某一段时间，那末，巴勒城居民听到这种传说后是不会感到惊慌失措的。换句话说，从实用的角度看，只有那些可使时空定位的模型才是应当考虑的。因此，就这种定位来说，一定要有定量的模型。于是，我们有下列结论：能用来作出有用预测从而能采取行动的模型，必须是定量性模型，这种模型应利用基础空间上解析的数学概念来定义，而且基础空间本身也是解析的。显然，基础物理学中提供的模型就具有这样的特点。而明了其原因则是有意义的。

科学模型中引进的基底空间有两类。一类是普通比例下

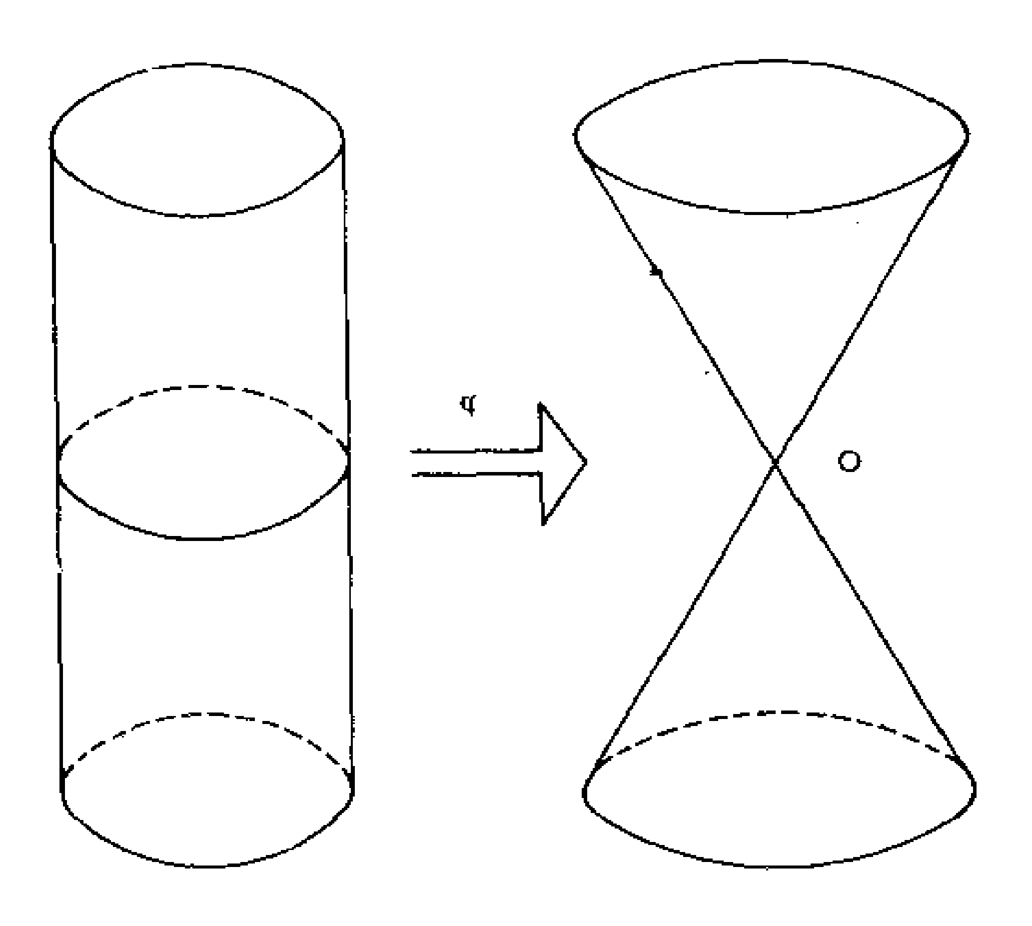


图 7.1

日常生活的时空。所有现象最终都要通过我们的器官来感受，因而在这种意义上可说，时空是最终的基底，所有其他事物都要利用明显的数学结构在这一基底上化约。

另有一类基底空间，其定义不能马上与时空发生联系。统计频率空间可用来测定某一特殊现象的频率，它就属于这一类空间。在一种科学理论中，现象这个概念显然具有一种中介性特点：例如，一条经验曲线上的隆起部分就可看作为一种“现象”，但此时基底空间的意义可与时空毫不相干。

时空本身是否具有一种天然的解析结构呢？是的，因为

如采用物理学的传统观点，时空便是具有等价的连续李群(欧几里得群、伽利略群、洛伦兹群)的一个齐性空间。当然，若用天文学的尺度，那末谁也不会相信这一结论。它只是在局部上有效，而且是用老天赐予的物理定律所具有的那种精确性表达清楚的。事实上，这些基本定律的解析性取决于一种非常精巧的机理：基本物理概念(物质、放射性、基本粒子)可被认为是破坏了时空的整体对称性，因为它们可从偶然特征的局部存在性中看清楚，这类偶然特征使空荡荡的空间(empty space)的均匀性受到了破坏。于是，要引入一种新的基底(substrate)，它是一个“内部”变量，用作表明某种类型偶然特征发生情况的统计频率轴(在量子力学中，由于相的存在，这些轴变量均取复数值)。这样，我们就在时空中定义了一个复丛(complex bundle)，宇宙的一种状态就通过此丛的一个截面来表示。(在两个不同参考系中的)两个观察者的观点是不同的，两者相差一个群的表示(线性表示)，此群就是这一截面空间(在这种情况下是一个希尔伯特空间)中的参考系位移群。两个观察者间的通信问题和时间演化问题都可归结为确定这种群表示的问题。这一表示为什么是解析的？因为在忽略无穷远处的特性时，我们可将它化为一个紧群的表示，而此紧群是解析的[彼得-韦尔(Peter-Weyl)定理]。对一种渐近稳定态的这一要求在某种程度上说明了这样的一点，即破坏对称性的偶然特征本身不会无限制地放大，这种现象的扩大仍然会受到控制，因而不会威胁到时空本身的存在。基本定律表达了时空关于影响到本身的偶然现象进行“调整”的过程。例如，我们可考虑拉瓦锡(Lavoisier)定律，其内容是：在化学反应中，总质量保持不变。但在量子论的水平上，我们可认为

时空只是作为临终状态(只在统计学形式上)得到保留的。这就解释了为什么量子现象几乎不存在空间形态的道理(见第八章)。用天文学尺度看问题,奇点概念是非常重要的。关于黑洞的描述尽管还多半是推测,但我们不得不作出结论:我们所熟悉的时空一旦消失,我们知道的物理学也将化为乌有。

因此,在基础物理学中,为了对物理概念作描述,应引进内部空间的概念,这种内部空间可直接联系到时空或用数学结构定义的等价群。为了解释重要的基本定律及其解析性,并不需要更多的东西。

现在我们来考虑其他的途径,借此可以给经验现象赋予一种天然的解析结构。借助于时空整体调节的概念,我们可以设想出几种局部定性调节的方式,从中孕育着典型的(生物和非生物)重要形态,这些形态应根据其可以识别的个体形式来分类。在此不再存在一个不变的连续群,因为两种形态未必在度量上相等(例如:两条狗)。因此,我们有理由考虑某种形态出现(或存在)的统计频率的空间。这种形式化的方法已在化学中出现,参加化学反应的分子组合过程作形态调节,化学平衡的定律就以此为基础。若能表明,质量律中算出的动力常数k依赖于浓度,而且这种依赖关系并不能"事先"给定,那末抽象出来的模型才能解析地满足有关的条件。

在生物学中,这种形式化方法[又称为分隔模型(compartment model)]可用于人口理论和形式遗传学,但影响到相互作用(如动物捕食)频率的常数无法作计算,特别是不能用解析法计算。由此可知,我们只能研究非常简单的模型,这类模型根本不能用来代表真实生态系统演变的情况。在作这种研究时,即使是从渐近态(平衡点、极限环、奇异吸引子等

等)的本质中得出定性的结论，也可能是难以做到的。

所有的经典统计学结果都以标准分布(高斯分布、泊松分布)为基础，这些分布在统计频率轴上都是解析的。如果用这类分布的频率n来确定解析结构的天然合理性，那就应"事先"指定一个置信度。在此，我们应看到，中心极限定理(由此可得出高斯分布)的条件是极为严格的：概率可加性和独立性往往是很难验证的。物理学家再次发现高斯假设在许多涨落现象(如星光的闪烁)中是非常脆弱的。在此，我给出对"先验"的解析性假设提出质疑的另一条理由。

假定事件e以重数m_i发生，它是用如下定义的确定性机制生成的：过程的初始条件以欧氏空间$E=\mathbf{R}^n$的点为其参数；当代表初始条件的点处于一个开集B_i中时(它具有光滑边界$\delta B_i=H_i$，这是E中一个正则超曲面，且在需要时还是解析的)，事件e就会以重数m_i发生。各个区域B_i都是互不相交的。现假定事件e的准备阶段依赖于控制变量$u\in U$，u的每个值都对应着一个开集P_u，其边界是光滑的，且包含着e的初始条件。开集P_u解析地依赖于u(例如，在E中作平移)。于是，每个$u\in U$都与一列正实数对应：

$$m_i(u)=\mu_i(u)=\mathrm{mes}(P_u\cap B_i)。$$

数$\mu_i(u)$(经过拟正规化)表示求得重数为m_i的事件e的概率。根据在这种情况下往往会作出的解析性假设，可认为有一个解析函数$f(x,u)$，它关于u解析，且$\mu_i(u)=f(m_i;u)$。

在控制空间U中存在一子集K，使对$u\in K$，边界P_u和B_i都与K相切。若发生这种相切的情况，则马上可见，在一段共同的正规边界上，$\mu_i(u)$关于切点值u_0非正规地变化，是一有理次幂：

$$\mu_i(u)=C(u-u_0)^2\ ,$$

此式在奇点的一侧成立，且$\mu_i(u)$的一个导数有一不连续点。这就排除了f是u的整体解析函数的可能性。

对于此例的确定性特征显然是可以提出异议的。在用正合的方法使开集P_u和B_i的边界正规化的过程中，我们显然能恢复$\mu_i(u)$的解析性。但此时函数f的特征就完全发生了变化(从它的各次矩即可看出这一点)。然而，我们是否认为，依确定性动力学目前的水平，确定性动力学系统与随机系统是否在本质上真有不同之点呢？在随机系统中不要求弄清楚确定性，上述假设将用关于噪声的统计学假设来取代，而这在一般情况下要验证是非常困难的……

最后，从上述讨论中可作出下列结论：在科学这个范围内，我们能构造出某些定量模型来用于预测，因此，行动比一般所想象的那样更受条件的限制。基础物理学被一个小小的光环环绕着，但随着统计学研究的崛起，物理学的边界也变得模糊起来了。

7.3 突变论的定量方面

现在我们研究问题(b)：能不能充实突变论模型，使其定量化，从而可用来帮助预测呢？

我们知道，在突变论问世以后，突变论曾给人们带来了巨大的希望，要是能用显式方程建立起不连续现象的模型，那该多好啊！但人们的头脑很快就冷静下来了。初等突变论的模型建立在局部奇点的基础上，因而在本质上也是局部的。我们

知道，在这些模型中，利用映射g，将基底空间S映到奇点的一个万有开折U中，就可得到S中的可观察形态。在经典理论中，映射g受到一般性假设（在O处有最大秩，万有突变集K在U中横截）的限制。欲建立一个用于预测的模型，问题就在于控制映射g（如能控制的话）。

关于S和U所假设的天然结构，事先并没有理由认为这种映射一定要是解析的。是否可以这样说，我们总可用O中的一个解析映射g来接近g？一开始我们就应注意到，接近g可能是不合理的，因为这一过程受到的限制（对称性、初始退化条件）在模型中还未考虑过。而且即使能用这种逼近法，仍有一个弄清楚它的拓扑的问题。因为我们对拓扑C^k（k是有限）已感到满意，那末对于逼近映射g的全纯区域在实际上是不能控制的。因此，我们可肯定，如果不补加一条假设来为我们提供关于系统的更加详细的资料，那末，要从初等突变论中归结出一个可以用作定性预测的模型，那是不可能的。所以我赞成苏斯曼（Süssman）和察勒（Zahler）对这些模型的批评意见。

已经说过，我不认为有必要拒绝突变模型，它不考虑通常的逼近方法，例如用多项式插入连续函数的可能性。齐曼建立在一些模型上的"拟合"必须为这些精神所判别，当然它并不意味着真正有意义的价值，柯萨克（Kossak）构造的蛋白质变性模型（作者向我保证）定量上是非常精确的。某些现象有内在规律性的场合可能允许较好的数值拟合，但我们不能先验地予以确保。

对映射g进行控制的另一种方法是，承认在与突变相应的动力场D的万有开折中，映射g是存在的。这使我们能够确

定突变在时间上演化的情况。此外，这种做法使我们有可能提出突变的一般性理论。在这种理论中，突变是通过形式系统生成单词的方式相互交织生成的。对突变论所作的这种推广，无论在理论上还是在实践上，都是很有意义的。应用这一理论，我们就能在原则上驳斥对苏斯曼模型提出的反对意见，这种意见认为，不能在实际上有间断点的地方引入一个假想的连续点（在狗的攻击模型中，一条狗要末发动攻击，要末不发动攻击，在这两种行为之间不可能存在过渡的情况）。这一反对意见无疑反映了现实情况，但在一个模型中，如果开折中有动力场D，那就能够解释这一点。这个动力场开辟了一个禁区，使空间U的某些区域成为无法达到的地方（正如在鸡和蛋的模型中那样，这种区域往往是组织中心的一个邻域）；动力场也可能在某些确定点处与某几条特定的分支曲线相交（例如，捕获的一条盲径）。在开折U上构造"天然"动力场的问题大体上还是一个未曾解决的问题。我们也不清楚，是否有必要从应用中碰到的具体实例出发，还是尽量地利用数学的潜在能力。我曾借助于用U相乘所得的空间状态的乘积上的一种双曲度量，确定了U中某些天然的动力场。同样地，我们还注意到，利用与初等突变论中的势多项式有关的哈密顿动力学，可以求得几种潘勒韦(Painlevé)超越函数，它们在U中具有一个相应的线性动力场。

下列说法似乎在所有情况下都是正确的：为了使突变论具有实用性和有效性，唯一途径是将（动力场S上的）开折U与基底空间S联系在一起。这样，突变就会在支撑空间S中定义一空间传播(spatial propagatian)。在哈密顿-雅可比理论中，可以在拉格朗日流形（波前面）投影奇点的开折中将现

存情况一般化，此时我们碰到的就是上述情况。于是，在U中存在一个微分形式α，它在与基底空间（坐标为q）相切的空间中的值称为$\mathrm{d}q$，沿着s的一条轨线γ的积分$\int_\gamma \alpha$使S中相应的空间位移取原值。这一空间传播的度量状态是比较容易控制的，它能起到在此不存在的解析延拓的作用。此外，如果有解析延拓存在，那末连接与奇点s_j有关的一层开折所用的s的轨线，就可用来解释为什么突变s_i以后有一天会在空间上生成突变s_j。这样，我们就能展开对突变相互之间连接问题的讨论，这也是生物学（特别是胚胎学）非常关心的一个问题。在此，我们不应忘记，突变论仍处于它的幼年时期，只有系统地求助于实验资料，同时尽量使用已知的或者已经创造出来的解析工具，我们才能在突变的“动态综合”这一朦胧而又重要的领域里取得进步。突变论如果踏步不前，那就会落到控制论那种中途夭折的命运……。

7.4 纯粹的定性模型：模拟与自然语言

即使初等突变论模型无助于我们进行定量的预测，它们的价值还是无可非议的。事实上，有时利用它们可作定性的预测：如果能在开折U中找出这样或那样的一条路径，那末也就得到了这样或那样的一种形态变换。另外，从哲学的高度来看，有一种理论可用来对相似情况作分类，这一简单事实也是一个不容忽视的收获，因为类比这个概念尽管受到新实证主义认识论的怀疑而被拒之于门外，它在科学中发挥的启发性作用还是不可小看的。因此，很有必要为这种曾被废弃的思

想恢复名誉，为此，难道还有比数学形式化更为高明的做法吗？

不过，突变论的单纯类比的用法也有明显的缺点：如果通过这些“突变”模型能将类比几何化，那末在对与自然语言或一个有意思的词联系起来的直观形象建造这种模型时，我们学到了什么东西呢？难道我们不会陷入无益的数学化游戏而使其最终变得毫无用处吗？这种危险无疑是实实在在的，读一读突变的某些“应用”，我们就会确信这事的紧迫性。

我认为在这一领域里，并没有包医百病的良方，解决问题还得视具体情况而定。几何化往往会提供一种整体的看法，总是支离破碎地用语言来表达只能使人得到肤浅的概念。如果所有类比都是显而易见的，则由于诗歌中我们显然感受到的某些比喻所具有的很强的感染力，因而类比可能会落入俗套，也可能突兀新颖。这就是为什么这些定性模型除了主观的东西外既不能被鉴定又不能被判别为任何别的东西。最后，对这类模型的感受是其有效性的终极判据，是一种理智上的满足，它一回到风格特征、准文学或美学的评估，无疑将受到“正统派”科学家的严厉批评，他们中不乏有人会说这些模型根本就“不是科学”。他们抱有这样的观点无疑是有道理的，但认为在科学和非科学之间存在着一条严格确定而又清楚的分界线，那就过于自以为是了。

不过，试用整体上几何化的思想在理论上有着巨大的意义，其原因如下。在许多学科中用到的某些概念，其意思并不清楚，因而无法形式化。例如，在生物学中会碰到这样一些概念：复杂性、次序、失调、组织、(遗传)信息、消息、密码……等等，每个概念都指出了这一研究领域中某种非局部性质。可以

问一问，这些概念尽管具有许多哲学概念的风格，能不能单义地译成世界上所有的语言，并且能合法地给予一种科学记号呢？如果系统地批判这些可争议的概念性工具成为必要，那末这一天将为期不远了。如果希望为这些概念研究一下希尔伯特计划的形式（这种形式可以相似地化约，且与意思无关），那末突变论的几何化阶段似乎是一个极为重要的中间阶段。例如，带有明显主观色彩的语义直观可用几何直观来替代，从而使其目标专门化，并将它与思维科学严格区分开来。

由于突变论基本上是一种局部的理论，因此它消除了这些概念的非局部的、超距的、准魔术般的特点。我们完全有理由认为，根据上一段的精神，我们也可让突变论带有一般性和传播性，从而也能像在形式系统的公理化那样，提出一种归纳推理的模型，但非局部传播性应受到严格的控制。借用上述比喻，即可注意到，一般形式系统的公理① 使我们有可能用一个简短的表达式来代替一个较长的表达式，这些公理在由符号产生的自由幺半群的拓扑中，扮演了一个非局部作用的角色。

这一计划使人想起了莱布尼兹的通用语言，有关工作在目前还只是刚刚开始。极而言之，利用初等突变论及其语言学推广，可以将基本语句的句法情况加以形式化，但在词汇学方面，一部词典的语义结构仍是一个“被人遗忘的角落”。在此，存在着一个被我称之为“理性”(logoi，指将思维活动空间中每个概念稳定化的代数几何结构）的问题，从中可以发现上述动态综合问题的一种特别显目的形式。重要的语法范畴怎样

① 请注意，在此是指消去律。

才能几何化呢？在生物学（基因型-有机体）和语言学（音素-句子）中都存在的双联接(double articulation)作用，是否对于理性的稳定化是必不可少的呢？

面对这一庞大复杂的计划，我们有理由感到不安和担心；竭尽全力沿着这条道路走下去值得吗？对此，我要回答说，“突变”模型已经为我们提供了一些直观的概念，而普通语言却难以做到。事实上，用语言表达的思想总倾向于将概念硬化，使其与词典上某个固定的单词挂钩；从而将概念的内在可变性用助词和语法功能的屏幕遮盖起来了。突变论允许使用一种连续性逻辑(logic of continuity)，借此可考虑“变量”F_u这一概念，其中参数u可在控制空间U中发生变化。当u在U中走过一条路径(uv)时，概念F_u就可能连续地变换为概念G_v，它与F_u间的亲缘关系并不是马上就会出现的，因为在正常思维中都有一个门槛，也即在U中存在着将u和v隔开的一个“禁区”。因此，突变论提供了超越同一性原理的可能性（哪怕是明显地只要在受到良好控制的情况下这样做）。毫无疑问，我们可举一个这种超越的典型实例，那就是“饥饿的捕食者即为食饵”的原理（在我看来，这是动物胚胎学的基本原理）。我们发现，这一原理是将折迭模型应用于捕食过程时产生出来的（图 7.2）；捕食者P在捕获食饵p（分支线上的K点）以后，进入用半圆M表示的睡眠状态（主体和客体无法区分的状态）；醒来时，捕食者以食饵的面目P重新出现，只是在感觉发生突变（在J处）以后，也即在看到外界食饵p并将其吓跑时，才又重新成为捕食者。

在此我想说明一下这一模型的一个奇特而又使人有点困惑不解的地方。当捕食者P认出外部食饵p时，在P和p间存在

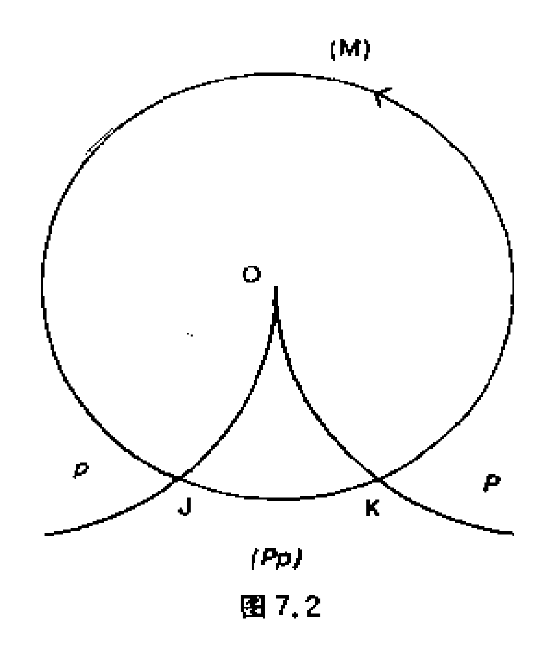


图 7.2

着一种符号识别法，我们可将它理解为在时空的拓扑学中产生的区分P和p的一个柄(图 7.3)。由此可见，空间拓扑显现出一种“激励的”形式，并通过物理化学的调节过程，本身又回复到正常的情况。这一回复过程可通过两种方式来实现：通常的情况是捕食者捕获食饵(这相应于在时空中造出指数为 1

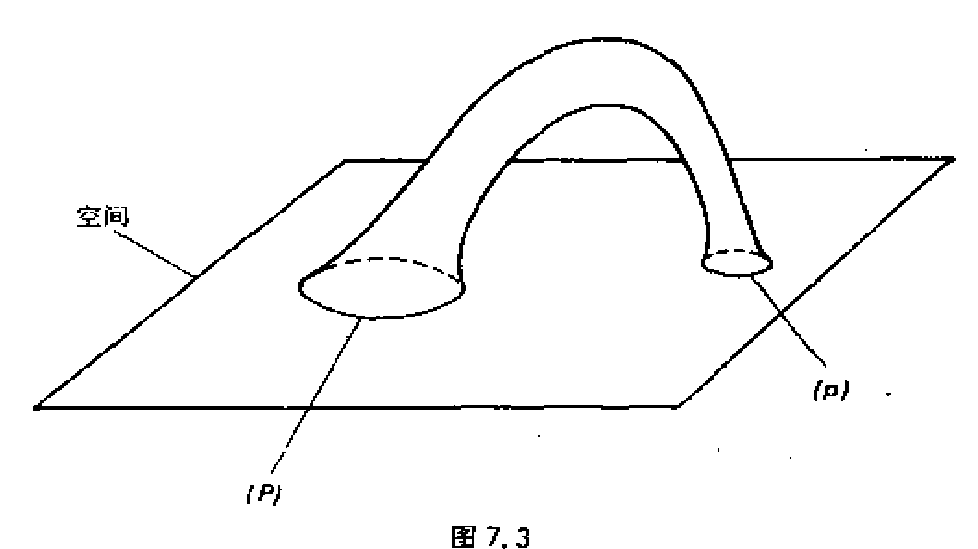


图 7.3

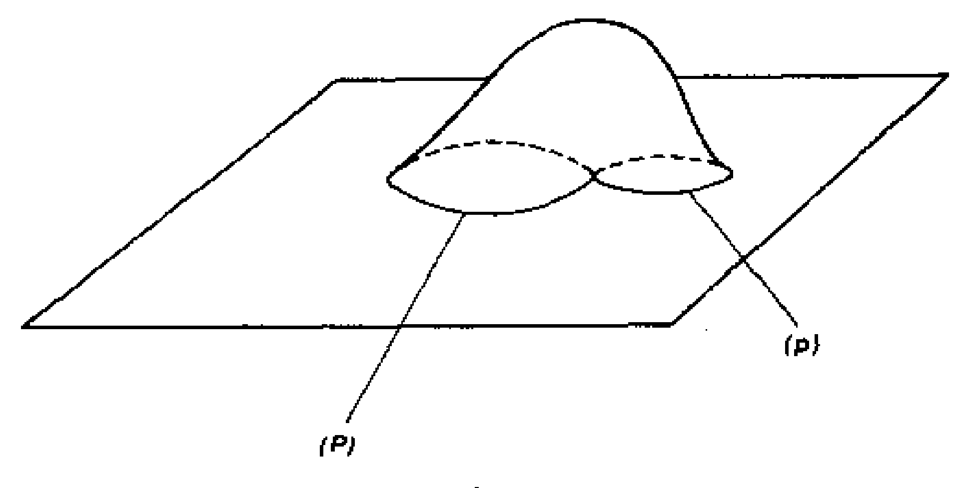


图 7.4

的临界点，从而除去了这个柄，图 7.4）；这个柄也可用指数为 3 且在整个柄内部的一个临界点来拆除（图 7.5），从而回复到发生感觉突变以前的情况①。

于是，这一富于想象力的唯心论模型证实了这样一个行为学论点，即捕食者捕获食饵（或食饵逃走）是物理化学调节过程的结果。而后者是时空中拓扑调节的结果！主观因素是作为使宇宙的一种激励状态局部化的结果（回复到原状的选

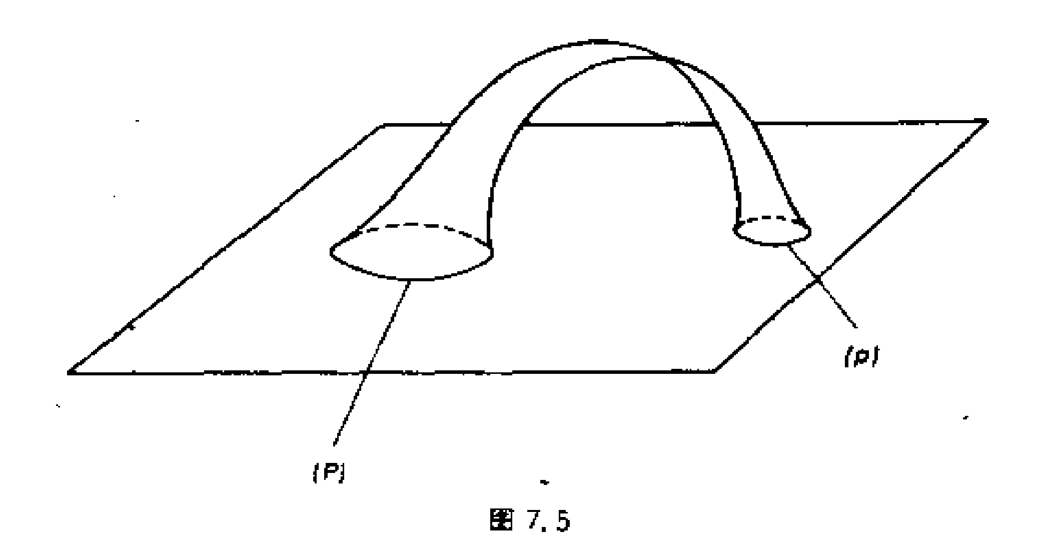
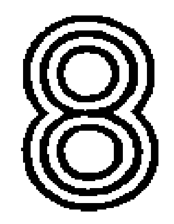


图 7.5

择）出现的。现实与想象之间发生冲突、放松与紧张之间发生冲突，上述模型就可与这类一分为二的情况挂起钩。不过，使用“激励”一词仍带有主观的色彩和想象的痕迹。这也是阈值稳定化的一种情况。这一点马马虎虎算得上是柏格森② 主义，而我想以此来结束本章的研究。

① 换句话说，捕食者已经看不到食饵。食饵的逃走可以通过空间位置的变化来实现；也可以是一种“设想”：食饵为了不让捕食者看到，将自己伪装起来而隐藏在周围的自然环境中。

② 柏格森（Henri Bergson，1859—1941）是法国唯心主义哲学家，生命哲学和现代非理性主义的主要代表。——译者



从物理学到生物学

“空间、科学与魔术”(Space、Science and Magic)①这篇文章是对突变论的一种重要批评意见的答复。这种批评意见是：要是结构稳定性原理真的能够应用于科学，而一些重要的连续性定量规律(如力学中的哈密顿形式、量子力学等)都是用非结构稳定的微分方程表示的，那末它们又是从何处产生的呢？在此，我提出了下列想法：时空在亚量子水平上失去了自己的本体论特点，这有利于产生具有“爆炸性”特征的更加基本的概念。为了完全实现这一计划，显然还应做一种明显的形式化工作……

① 最近，在荷兰奈梅亨大学的研究刊物*de Filosophie vor de Natuur en haar wekendraven*第2期上发表了此文的译文，题为“科学进化中的新语言”(New Languages in Scientific Evolution)。

8.1 空间、科学与魔术

8.1.1 马赫与爱因斯坦的时空

现代科学向我们展示的表示时空的方法并非没有碰到严重的困难，至少在理论上不是那么回事。尽管遭到正统物理学家的反对，我们在研究量子力学时，无疑用到了一些非常管用的技巧。事实上，这些技巧并不是在任何地方都同样有效（例如，能将Lamb移位或g-2算到小数第七位，这也许会使人感到很骄傲。但在一些无疑是更基本然而又懂得较少的问题上，我们却不得不十分谨慎①）。此外，还应看到，在时空的一般形体与物理学对象之间，在物质与放射性之间等等的哲学关系问题上，我们总面临着一种令人进退两难的尴尬局面：一方面，根据马赫（Ernst Mach）的论点，时空与物质形式或粒子是不可分开的，后者充满整个时空，并在某种意义上构成了时空；另一方面，根据爱因斯坦广义相对论的观点（不应忘记这是一种绝对的理论），时空本身就是一种最基本的物质（materia prima），一种中性的以太。物质的放射性则是这种时空的“无序”或奇点。在这两种模型之间，量子理论并没有提供偏爱哪一个的余地，因为它同时采用了这两种观点，将两者臃肿地揉合在一起。量子理论从空间不连续性这一特殊概念出发，并把它与一个变换参考群（即连续李群）联系起来，从这

---

① 例如，质子的稳定性，质子与中子的质量差，μ介子的质量和不稳定性，等等。

个群中能生成欧几里得时空(或闵柯夫斯基时空)——一种齐性空间。两个不同的观测者,通过(线性)变换,总可比较彼此得到的观测结果,这种变换仅与两个观测者的相对位置和速度有关(这两个观测者可被认为是宏观物体,事实上是固体)。因此,我们研究的是一个定义极不严密的"内部"空间(希尔伯特空间),在此空间中,变换参考群是通过表示(representation)发生作用的。一种具体现象本身的定域只能通过偶然的机会才能办得到(例如,将希尔伯特空间看作为在空间的一个区域上平方可和函数的空间,将一个函数的模理解为在有奇点出现这一现象的概率)。一方面现象不能与观测现象的人的知觉分开,而在另一方面,两个不同的观测者所得的观测结果在线性等价的意义上又总是等价的,因而也完全是可以比较的。如同在对量子力学的所谓哥本哈根解释中所做的那样,确认上述看法是正确的,那末我认为其中就有前后不一的地方。当然,上面提到的这种等价性只是在统计学意义上才能认为是成立的,但那就要借用统计学定律(这在文献中是很少有人提到的)来说明同这一现象是怎样为不同的观测者注意到的了。

在哲学家(如果不是物理学家的话!)的眼里,爱因斯坦的论点明显优越于马赫的论点:我们有可能想象出没有物质或射线的空荡荡的空间。另一方面,自然界中未经扩充的元素本身是怎么产生的,又怎么能够构成我们直观上了解的那种连续空间,这一切设想起来也是困难的(如果不是不可能的话)。不过,也毋庸讳言,历史上将基本粒子解释为定义在全空间上的一个场的奇点而作出的各种各样大量的尝试[如德布罗意(de Broglie),海森堡(Heisenberg)等人],的确全都失败

了。目前，人们最感兴趣的是孤立子(soliton)，其出发点仍相同，但在我看来，还没有超出一维空间的范围，其原因如下。在每一种可以设想的奇点理论中，这些孤立子在所考虑的空间中都必须作为"超曲面"(余维数 1)出现(例如，可考虑流体动力学的激波)，而目前已发现的基本粒子都是作为点(时空中的曲线)，因而也是作为余维数为 3 的几何对象出现的①。如果作类比，唯一有效的办法是将每个基本粒子比拟为一种有序介质中的一个缺陷(例如，一个向列相介质的缺陷，其厌恶曲线的余维数为 2)。这要求在介质的每一点都存在一个"配极变换"(向量或张量)。对此我们很难作出物理学解释，因为它是无法直接检测出来的。此外，作为场中奇点的缺陷一般具有分层的结构。它们可以分解为维数依次减少的若干层(正则奇点，奇点的奇点，等等)，但在基本粒子的情况下，尚未找到观测结果能够证实这种结构的存在。形态概念逐步消亡，加上不存在任何可以观测(甚至检测)的形态结构，这一切已经成为量子世界最令人头痛的事情之一了。这就使我们有可能证实这样的说法，即在量子水平上，时空这个概念本身也已失去了意义。

对于这些很难想象的困难，专业的物理学工作者显然是不会很感兴趣的。因此，我在这里提出的思想主要供那些对客观情况实在无法容忍的人作参考，这种人还是有一些的。我认为，回到先前的空间概念也即回到我们在讨论动物生理学和"原始"社会人类学时所用的空间概念，我们就能得到有助于我们想象这个量子世界的若干模型。

---

① 若承认海森堡的测不准原理，那末一个粒子就没有可以感知的轨线，因而就会有构成奇点的一系列定域的过程(由于它是由点构成的，因而余维数为 4)。

8.2 生理学空间

现在，人们通常认为，动物中枢神经系统的首要功能是为有机体周围的空间场确定一个局部映射；在这个场中，感觉活动提供了生物学上的多种映象（如食饵、捕食、性配偶等），映象一经得出，肌肉运动的行为特性也就确定下来（追击食饵、逃避捕食者，等等）。肌肉运动的行为特性是用离散的方式在“场”中确定的（根据沃丁顿的用语，这种场也称“育径”）。比方说，我们可把人走路时跨出的一步当作一个初等场看待。每个场都是通过局部映射内部的一条严格确定轨线定义出来的，这种局部映射与“场”有联系。而每一个这样的映射都与一种“局部意识”有关。我们还没有证据可以表明，动物会经常感觉到自己身体处于局部映射的中心位置，因此，即使在警觉的状态，也不会有“连续的”主观意识。但是，动物对自己的活动地盘可以有非常清楚的记忆表象，它会把一个个映射组合起来，以有助于增大天然感觉（视觉、嗅觉等的信号）。根据自身的生理学状态，动物对某些感觉信号可能比对另一些感觉信号更敏感，这就必然会使空间表象发生扭曲，以满足机体的特定需要。当然，这种扭曲只会特别影响到包括整个有机体的局部映射，因为这一映射的真实性（几何、力学、物理学方面的真实性）乃是有效地产生肌肉运动的必要条件。不过，在整体范围内可能会保留某些塑性。

从动物谈到人时，我们可以发现，开始时情况并无多大区别。一个人类集体的活动区域一般都被分割成若干子区域，每

个子区域都有特殊的经济和文化目标。伟大的传说和神话有一个作用，那就是通过对古人探险旅行的描写，说明这些子区域在地域上排列的方式，其中每一子区域都以一个圣地来命名。如果说由于社会需要，表示这种地域性集体的方式可以固定下来，那末对于个人意识，情况当然不可能是这样。正是在这里我们看到了魔法的准普适现象(quasi-universal phenomenon)夹杂进来了。

8.3 魔法与空间

在法国，莱维-布吕尔(Levy-Bruhl)的名字是与这样一种说法联系在一起的：原始人承认"分身"(participation)的可能性，也就是说，他们认为在空间上互不相交的两个生灵可以合而为一。例如，一个巫师在同一时刻，既是在茅舍中睡觉的男子，又是在远离茅舍的林中觅食的老虎。后来，从杜尔凯姆(Durkheim)起，人类学家总倾向于贬低莱维-布吕尔的法术，他们的主要论据来自语言学：我们有可能不适当地赋予连系动词"is"(是)一种两位一体的意义，在说话者的心目中，它不过是一个简单的断言而已。当博罗罗人(Bororo)说"这是一个arara"，这就无异于说"天空是蓝色的"，因为"arara"是博罗罗人社会的图腾之一。显然，我们不可能在这里详细讨论这一点。我们可以简单地说，上面这一"语言学"论据似乎无法解释一些确凿无疑的情况，例如"分身"意味着两个参加者享有同一肉体之类。在上述"巫师-老虎"的例子中，如果老虎在林中被猎人击伤，那末在茅舍中的"男子-巫师"就会在自己

的肉体上同一地方出现一个伤口。相信这一点也就证实了这样的说法，即“男子-巫师”和老虎具有相同的“局部肉体像”，尽管这些像可以彼此相隔好几公里。根据这一观点，就可以说，魔法的特点主要在于“超距作用”，这也可以认为是对时空的通常拓扑所作的一种修改。换句话说，在确定通常空间的各个局部像之间，连接的方式并不是固定的，可以根据人的意愿（魔术师或巫师）并借助于特殊的方法（变魔术、祭祀等）随意修改。另外，对于一个观测者的各种感觉经验来说，空间的拓扑也不再固定不变，同样会受到魔法的影响。

灵活且有个体特点的时空不再是适合于所有人的普适框架，这一观念显然与现代科学的基本假设（即存在一个对于所有人都适合并且同构的普适时空）针锋相对。莱维-布吕尔在说到“前逻辑思维”时，无疑是想说明这两种观念之间的重要区别。这一用语有点刺耳，因为逻辑在原则上是与空间表象毫不相干的概念。

在关于现实的概念结构（语义学领域的结构）中，作为空间的这个普适的基础具有独立性和固定性，这一点也许注定不会被人们认为是后验的。事实上，对空间作纯粹几何式的无限推广，这与局部形态学偶然性的存在相矛盾，而这种偶然性往往具有一种富于活力，甚至可以异化的特点。这些富于活力的形态在空间上可相距很远，它们之间的同构可以解释为一种不同于通常拓扑的拓扑，而且这种拓扑与通常拓扑可能会发生冲突。作家西蒙顿（Gilbert Simondon）给魔法思维作了生动的描述：

魔法世界是根据最原始而又最富于活力的形式

组织起来的，也即用一种网状结构将世界划分为若干特区和时代。一个特区有一个权力中心，这个权力中心从它所管辖的区域里充分地取得力量和效率，从紧密联系的整个现实中集中并保持这支力量，居高临下地将它组织起来并加以控制。魔法世界就是这样地从地区和事物的网络中交织而成的，这些地区和事物彼此相联系，并且都有各自的权力中心……

8.4 魔法与局部性

我们关于上述原始网络的世界所持的看法，丝毫都没有触及我们在前面介绍爱因斯坦的观点和马赫的观点时所面临的困难：空间的整体结构是由局部事件生成的不变聚合区域产生出来的（马赫的观点），还是由纯粹的“附带现象”（作为各种事物基底的中性以太的一种局部张力的表现形式）产生出来的（爱因斯坦的观点）？如果说，马赫的观点与关于世界的“魔法”观有关，重视局部事件的形式和定性的方面，不利于在空间上将这种局部事件分开，那末爱因斯坦的观点由于对局部性提出了精确的要求，因而似乎是一种典型的“科学”态度了。无论人们原先是多么强烈地希望用魔法的超距作用来解释所作的类比，我们的客观宇宙在时空上的限制却确实存在，因而不能不加以考虑。即使在魔法中，不久也会对局部性提出要求，因为要是一种魔法方案能影响到远处的一个物体，那就更有可能对一个近处物体产生影响了。马利诺夫斯基

(Malinowski)在他关于特罗布里恩岛居民的一部经典著作《纪实》(*Memoires*)中不无嘲讽地说到，基督教教徒在远离田野的一个教堂里祷告，祈求上帝保佑他们获得丰收，这对于他们的尚未皈依宗教的同胞来说，就可能是"莱维-布吕尔式的前逻辑论者"了，因为这无异于根据预定方案和规定在有种子发芽的地面上，表演逻辑学魔术。不过，空间的不变性似乎隐约地包含在口语的语法结构中："名词与形容词"的区别(大多数语言学家都认为这非常重要)，反映在连系动词"is"(是)的非对称性特点上：我们说："The sky is blue(天空是蓝色的)"，但不说："The blue is sky(蓝色的是天空)"。

8.5 魔法与几何学

我们知道，"蓝色的"是一种抽象的性质，在本体论上说，它与如"天空"那样的延伸物是不同的。我们可以容易地看到，是什么原因使这一原始的魔网出现了破洞，又为什么要构造几何学空间。位移的整体有效性要求沿直线传播，这已成为重要的因素。走路时，每一步都在前几步的方向上跨出，只是在特殊情况下，这种在方向上的关系才受到破坏(我们还记得，布朗运动曾被定义为醉汉的游走)。此外还要加上语言存在的作用以及在此基础上产生的概念思维的作用：富于活力的形态一旦取得了名称，它们也就失去了自己的异化特点(见第十四章)。建造欧氏空间的重要一步取决于有没有可能对动力场作分割；在此，我们碰到了生理上显然不可能成立的一件事。希腊几何学利用塞尔(Thale)定理(两直线被平行线切割

所得的线段成比例)的发现，解决了等分线段的问题。这就公开显示了一种重要的论证手段：先用构造性方法作出一个个运动起点(也即在一条辅助斜线AP上将n个相等线段首尾相接)，然后用"直观"的方法作投影(也即将AP上n个相等线段投影到给定线段AB上，见图 8.1)。(这种在哲学上极为重要的构造论证法，在"现代数学"大师们的教学中已停止使用，这可不是偶然的。)

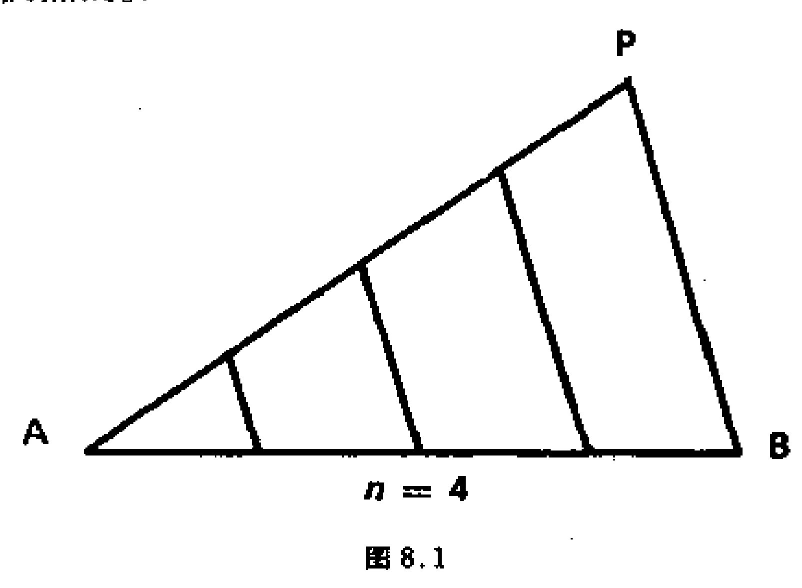


图 8.1

在证实可列无限性以后，空间的无限可分性问题也就比较明确了。无疑，阿基里斯追乌龟的悖论的重要性在于表明，一个有限线段可以是长度逐渐减小的无限条线段的和。但是，我们应当注意，由于物理世界的扩展，单单量子世界的存在就对不变性提出严重挑战，因为大小量级为10^{-13}厘米的物体与宏观物体相比，就已具有截然不同的特性。

因此，希腊几何学成了科学方法的一个至高无上的例子，它用一种文字描述替代了一种非局部的行动(例如，在平面上取两直线的交点)，对这种文字描述作形式分析，就可得知，它

在实际上是自治的，即能独立于用以描述的非局部直观方法。在这一意义上可说，用无意义的文字符号作形式描述，以取代平面上（或空间中）的非局部空间直观方法，正是在此过程中，公理化方法实现了超局部现象的局部化，这就是科学的特点。

但是，在希腊几何学出现以前很久，人类就已经充分意识到，几何学与力学对我们周围空间施加着较为僵硬的限制。如果时空曾是一个可以随意变形并且有涨落和塑性的整体，那就不需要魔术师的特殊天赋和才华来指示这种扭曲的现象。这种扭曲的现象要求专家干预，这一点本身就表明，甚至“普通人”也会充分地意识到，超距作用的确是一种非常罕见而又离奇的特点。用现代语言来说，我们已经建立了在基态上相当稳定和正规的时空概念，但这一时空可能具有极为异常的“激发”态形式。为了实现这一激发态，就有必要在空间中注进一种附加的“能量”，或注进一种“负熵”，它能以预定方式贯穿各种各样的局部波动。这也是祭祀和魔法的目标，它往往需要宰杀活的牲畜，似乎残暴地杀生就能释放出一定数量的“负熵”，牧师用它即可使时空发生所希望的扭曲。

我们在此可见，魔法的概念与我们科学的概念基本上无多大区别。例如，我们在氢原子理论中已经知道，电子的定态能级是用绕核旋转的电子云的拓扑复杂性来测定的。同样，如惠勒（Wheeler）那样的量子论专家也试图用时空的拓扑来解释量子不变性。而在广义相对论中，宇宙的能量密度则是用几何曲率来解释的。

8.6 科学与魔法

但是，科学与魔法之间的历史关系却并不简单。在此，杜尔凯姆同样也不同意莱维-布吕尔的观点。他曾不无道理地说过，在原始社会的大量语言中，可以找到抽象的概念，如Mana（玻利尼西亚语），Orenda（苏族语）等等，表明一个空间区域具有一种神圣的力量。杜尔凯姆从这些概念中看到了“力”和“能量”这种现代概念的前身。因此，在原始魔法思想与现代科学思想之间并不存在巨大的鸿沟。不过，我认为科学与魔法之间主要有两点不同。首先是在社会功能上：魔法着眼于解决个体问题和局部问题；科学则要揭示不依赖于时间的普遍真理。因此，科学将时空当作一个“稳定”的万能容器，其中可以装下所有的经验。根据这一观点，希腊几何学和伽利略的“认识论革命”都可算是具有决定性的步骤。科学反对魔法，坚持局部性观点，不承认超距作用。

也许这最后一点需要多说几句。若问各个时代最为出色的科学成就是什么，我们马上会想到两种理论：牛顿万有引力理论和量子力学。而使人印象最深的是，这两种理论都是非局部性理论。显然，牛顿的引力公式$F=Kmm'/r^2$提供了魔法的一个例子，但这种魔法的法力是可以严格控制的。量子力学的情况也是一样。在用隐参数列出经典公式时，就必定要引进速度比光还要快的超距作用［贝尔（Bell）定理］。科学中重大的实际成就都是与利用明显的非局部作用分不开的。电磁学提供了一个引人注目的例子：两个电荷间的库伦力和电流的

磁作用显然都是超距作用。爱因斯坦借助于他的广义相对论，可使引力"局部化"；麦克斯韦利用他的方程使电磁力局部化。此外，在常人的眼里，现代科学家就象一个魔术师，因为他们知道如何控制卫星并用赫兹波传送瞬时信息。另一方面，局部化理论尽管有其理论价值，但本身并无多大实际应用（例如，我们可以想一想广义相对论）。根据这一观点，在科学中"实践"与"理论"之间确有某种矛盾。要是科学可以用于实践，那就是对那些显然是有"魔力的"非局部因素加以控制的结果。用局部接触来作解释，如果不许任何魔力因素出现，那它本身并不会给行动提供新的可能。突变论是一种典型的反魔法理论，它将局部性原理推到了极端，无疑这也正是它很难有新的实际应用的根本原因。

8.7 描述空间的新方法

如前所述，西蒙顿在描述魔法世界时，也描述了时空，他的网络结构普适基底用"关键点"来确定。但我们要问：这一网络结构是否会不是第一位的东西呢？如是这样，时空的整体结构就应受到一种毗连过程的影响，当空间由与中心点关联的爆发过程生成时，这一毗连过程应随之开始。在一个起组织作用的中心点的这种图像中，我高兴地发现空间概念的基本原型（空间性的原型：Urbild），在星状的支网中这个中心点与一个连带的空间完全相对。不管怎样，引人注目的是，这一图像既出现在宇宙学承认的大爆炸模型中，也出现在量子力学的基本模式中。在量子力学中，定域在原点的粒子作为一

个波(根据薛定谔非相对论性方程)会散开,并立即占满整个空间。同样的情形也可在纯数学中找到。在代数拓扑学里,所考虑的大多数空间是由点基建造起来的,如赛尔(J.P. Serre)的纤维丛理论所述,这个点基往往通过连续路径与空间中一切点相连。我们还可想起代数拓扑学中所用的"星形拱顶"。也许在这一原型的基础上可以找到某些生物行为的图像:一个发育中的胚胎一旦成熟,就会在周围环境中寻找可以长久保存卵的地方;或者,像捕食者追踪食饵那样,交替变换运动场地和感觉探测。不过,既然这样,在量子图式中可以设想,通常的时空只不过是一些高维空间W_i之间的一种商而已(无疑会有涨落),这些高维空间与一个点粒子的爆发有关,彼此之间的毗连方式是由该粒子新的局部化产生确定的,而粒子本身又是通过局部最优化程序在老空间W中确定的①。如果情况确是这样,就应放弃普适的时空,因为这不过是虚幻的想象而已。但是,由于无法比较两个观测者的观测结果,要让学者们取得一致意见也就无从谈起了……。也许,量子图式作为能被世人理解并经适当"调整"的观点,已经走到了极端,再向前迈出一步,科学本身也就走上了末路。

---

① 在这样一幅世界的图式中,鉴于粒子的连续爆发,时间的推移基本上是不可逆的。因此,量子力学的形式可逆性和它的哈密顿特征不但与粒子数有关,而且与最优化原理的专门数值特性有关。最优化原理确定的新的局部化是老局部化的一个函数。



生物学

本章包括"理论生物学"的两篇文章。第一篇文章在抽象的意义上讨论了"空间形态"，可以用于细胞的有丝分裂；第二篇文章比较具体，研究昆虫和脊椎动物的比较胚胎学。这里讨论的问题在现代生物学中是完全受到忽视的。某些看法还似乎只是探索，但都颇有启发性。读者如欲更多地了解胚胎学的数学模型，则请参阅我的论文"脊椎动物胚胎学的整体动力学模式"(A Global Dynamical Scheme for Vertebrate Embryology, A. A. A. S., 1971, *Some Mathematical Questions in Biology*)，见美国数学会编的《生命科学中的数学讲演集》(*Lectures on Mathematics in life Sciences*, ed. American Mathematical Society, *Providence*, 1973, p3—45)。

9.1 对空间形态的解释：还原论与柏拉图主义

9.1.1 形态概述

空间形态总可认为是在一个背景（即“基底空间”）上画出的一个图形。在此，基底空间当然是通常的欧氏空间（或者是如黑板平面那样的一个子空间）。图形和底板的区别相当于一般拓扑学的一个著名概念：一个图形就是基底空间的一个闭子空间，也就是说，对于不属于图形 F 的任一点 x，总存在一个 $\varepsilon>0$，使与 x 的距离小于 ε 的任何点 y 都不属于 F。

在给定空间 E 中，一个形态 F 一般可有许多种空间表示。若 F_1 和 F_2 就是两个这样的表示，则可说 F_1 和 F_2 关于 mod (F) 等价，其中 F 是 E 的闭集之间的一个等价关系。在所有形态学学科（生物学、地质学等等）中都有一个基本定理，对于实验中出现的任一形态 F，借助于这一定理就可说明相应的等价关系具有怎样的数学特性。这是一项困难的任务，只用标准的数学工具乃是不够的。等价关系 F 一般要比直接的度量等价来得弱，但要比简单的拓扑等价（同胚）却要强得多，因为这种同胚一般都应满足度量的要求，而这是很难明确表示的。（例如，可考虑一下生物统计学：找出数值判据，使之能根据一个简单器官，比如一块骨头，就能将有关物种识别出来。）

这些困难毋庸赘言，现假定我们能够充分精确地刻划那种确定经验形态 F 的等价关系。

在一种给定的形态学学科中，有一项任务是分类，也即按场中出现的一切稳定的形态学特征来分类。这里的“稳定”是指数学家所说的“结构稳定”，也即能抗拒初始条件的微小扰动(用生物学术语来说是具有调节性)。为此，20世纪初的胚胎学家博维里(Boveri)和蔡尔德(Child)引入了“形态发生场”这一概念。遗憾的是，他们太粗心了，竟没有将这个概念的描述性作用与其解释性功能区别开来。作为一种描述性工具，形态发生场是完全合法的科学概念(事实上，与生物学家现今所用的某些概念如“遗传信息”相比，形态发生场这一概念更为可取)，但它只能在一个理论模型框架里才会具有解释性的功能(利用这种理论模型，对给定场与其邻近场间的连接就可作出一种解释)。如果不作这种方法论上的区分，那末，形态发生场这一概念就会像在德里施(Driesch)的生命原理(entelechy)中那样，带有一种“活力论”的色彩，因而也就名誉扫地了(至少在正统的分子生物学家的眼里是这样；某些研究人员仍在发育生物学中使用这一概念，而且往往用得相当成功)。

9.1.2 形态发生场与柏拉图的理论

认为形态并不具有随意性，而是由其内部条件和外部条件预先决定的，这种看法是最古老的生物学思想之一(例如，18世纪自然哲学的“原型”论)。这些哲学家将形态总体设想为“柏拉图思想”的体现。根本的理论进展是在汤普森(D'Arcy Thompson)的《生长和形态》(*On Growth and Form*)一书中取得的。这里，预先确定的形态的柏拉图式特点与它的稳定性有关，也即与它求解一个最优化过程的能力

有关。形态的拓扑性质，有时还有它的度量性质，都可借助于一个局部数学模型得到直接的解释。在突变论中，这一切又进一步抽象化了：我们试图将所观察的形态作为基底空间中局部动力场之间发生冲突的结果来解释。作为一例，让我们考虑一下更加严格意义下的初等突变论。设 u 表示基底空间中的一点。假定在任一点 $v \in U$ 周围的局部动力场是定义在空间 $X(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 上的梯度动力场。X 又称为"内参数"空间，它描述了 U 中介质的局部状态。于是，所有可能的局部动力场都可由微分方程组 $dx/dt = -\text{grad}\,V(x;u)$ 给出，其中 $\text{grad}\ V(x;\ u)$ 是积空间 $X \times U$ 上的梯度场。接下来就可写出这一局部动力场的热力学平衡条件。在点 $v \in U$ 处，点 $x \in X$ 应是势函数 $V(x;\ v)$ 的极小点。若此极小点 x_m 是非退化二次点，则（根据隐函数定理）x_m 是 v 的一个局部光滑函数。根据定义，U 中使局部动力场取得稳定极小点 $x_m(U)$ 的所有点构成 U 的一个"相"，结构稳定性的数学理论能够告诉我们"相图"的哪种结构是稳定的。此时，源出于柏拉图思想的这种相接触模式也就不再是神秘而又深奥莫测的了……

当然，应用初等突变论的前提条件是极为严格的（因为动力场是梯度场的情况是少见的）。但对于一些更为复杂的情况（比方说，存在比简单点更复杂的吸引子，在内部空间中存在动力对称性），我们仍有办法来对付。即使是在这种更为复杂的情况下，各相之间发生的冲突，（至少在定性上）也会受到初等理论模式的制约，而且还可在高阶奇点处方便地进行修改。

然而，应当明白，广义突变论尚未成为一种封闭的数学理论（这与初等突变论不一样）。特别是表达相邻"场"间的联系这个问题，几乎还没有人研究过。

9.1.3 还原论方法

人们对形态学学科中的柏拉图观点仍然了解得很少，因此，大多数人，特别是在地质学和生物学中，喜欢用"还原论者"(reductionist)的方法，也就是用简单的元素重新造出复杂的空间。显然，人们可以看到自己正在做着什么事！本节的目的却是要表明，即使是研究装配模型(至少在元素个数较多时)，"柏拉图"方法实际上也是不能弃之不用的。我们将看到，作为一个无可回避的结论，还原论方法给予人们的安全感实际上只是一种虚幻的想象……

(1) 自发的自装配模型

先取一固体系统 F_i，为简单起见，可假定所有的固体是全同的。又假定两个这样的固体 F_i和 F_j之间存在着一个力，这个力由势函数 $V(F_i, F_j)$给出。这个函数的值域是有限的，但当两个元素在空间相遇时，其值就趋向于无穷大(硬核假设)。

在一个盒子 B(例如，一个半径为 r 的球)中给定 n 个这种元素，构造维数为 $3n$ 的空间 G。空间 G 是由 B 中各个元素 F_i的位置构成的(任何两个元素都不会重叠)。空间 G 中每一点处的总势能为 $V(g)=\Sigma V(F_i,F_j)$。使总势能 $V(g)$ 取极小值的位置 g 就是这一系统(稳定装配体)的平衡位置。

现让盒子 B 的半径 r 发生变化。对于 r 的某些(离散)值，空间 G 的拓扑也可能变化(存储效应)；但如固定 n，则对于足够大的 r，空间 G 的拓扑就变得平稳，极小点 g 的个数

也将取定值。这类渐近极小点可以称为装配体的稀释相(dilute phase),它们与 n 和 r 无关。(与之相对照,在存储谱中的极小点可称为"浓缩"相。)

在欧几里得变换下,动力场具有不变性,因此,$V(g)$的极小点往往都是退化的。V 沿着某些子簇 $W \in G$ 达到极小值。使 V 达到极小值的任何点都是局部极小点,因而相应地会出现相混合(mixture of phases)的现象。这类相之间的冲突在空间上将受到突变论类型规则的制约(考虑到极小点退化的情况时,这些规则可能需要作修改)。相本身也会有缺陷(类似于液晶的缺陷)。如果这种缺陷是稳定的,那末它们就可用"克利曼-图卢兹(Kleeman-Toulouse)原理"(因而是柏拉图方式)来刻划。当然,在任何具体的情况下,这件事可能是非常复杂的,例如,至今尚未找到刻划液晶生长的合适理论……但这不应成为怀疑上述概念框架的理由。

(2) 用程序装配

这里我们研究的元素 O_i在外形、位置甚至个数上都可以变化(如生物学中的细胞分裂)。已知 t 时的位置 $e_i(t)$,$t+1$ 时的位置可确定如下:每个元素 e_i都接触环境,然后根据一个内程序(inner program)将其下一步运动(或变化)作为环境的一个函数来确定;如此等等,依此类推。程序假设的主要困难在于它的不定性。观察到的无论是哪一种形态,它总可用一个适当编制的程序来生成。仅当元素的内程序呈现出某种一致性和内在简单性时,这类模型才真正有意义。即使在此时我们仍可问:程序在何处?它是如何形成的?是什么因素促使元素要遵循这一程序?……在活细胞的情况下,通常都是正

式求助于 DNA 结构来回答这些传统问题的。

如欲避开"程序"这一比喻，那就要借用自动机理论的工具了。每一元素都有一个由内部状态构成的空间 S；输入是环境 I，输出 U 则是元素的变化。于是，应定义下列规则：

$$\Phi_1: I\times S \rightarrow S\text{（状态的内部变化），}$$

$$\Phi_2: I\times S \rightarrow U\text{（元素的外部变换）。}$$

若假定 S, I, U 全为光滑空间（流形），上述映射 Φ_1 和 Φ_2 也是光滑的，而且对于任一输入都只有有限个可能的输出与之相对应，那末我们面临的恰恰就是初等突变论的情况，这一理论是应用于元素自身的……

此外，生物学中几乎所有形态都涉及到大量的元素，它们都具有调节性（因而是结构稳定的）。在进行调节实验时，若需要离散地清点细胞数或有丝分裂数等等，那末这种离散模型是注定要失败的。只有在这一过程涉及到显然是离散型的演变时（例如，囊胚作首次同步有丝分裂），这类模型才可能有效。研究整体调节的形态，似乎只要有下列假设就够了：每一元素在自己的内部空间 S 中，都有有待建造的整个图形 W 的模型。于是，每一元素（细胞）都在已经存在的空间构形 W_1 的内部明确自己的位置〔沃尔珀特（Wolpert）认为，这是借助于一种位置信息（positional information）的机制实现的〕，然后将它与 S 中的内部演变所确定的理想位置相比较。设 $D(t)$ 为这两个位置间的距离，那末每个细胞都要使这个距离取极小值。为了做到这一点，它可能在 W_1 中移动，也可能改变自己的内部状态。这样一种演变将会影响到附近细胞的内部动力学场，使之填满那些空地方，从而使整体形态 W 能非常迅速而又非常稳定地建立起来。

如果这种观点是正确的，那末关于整体结构的全部困难都将集中在元素本身上，但这也未必会比研究整体“更简单”（在生物学中，生殖细胞毕竟是全能的）。因此，人们对还原论方法（即用简单的局部来构造复杂的整体）寄予的主要希望也就化成了泡影。有些神经生理学家希望能通过对神经系统中只有少数几个神经细胞的无脊椎动物的研究，揭示出中枢神经系统发生作用的奥秘。然而，他们却发现（我相信他们一定是非常失望的），这些动物感觉运动的特性并不比有几十万个神经细胞的动物的情况来得更简单……

当然，我知道，生物学中正统的还原论态度并没有将细胞看作为原始元素，而是将它们当作分子看待的。但这样一来，元素个数就过于庞大，因而模型也就不好处理了。诚然，在这种情况下，有些得天独厚的分子（所谓的生物学分子，如DNA、酶等等），可能具有一种相互间发生化学作用的内部空间，这种空间至少在部分上能够模拟整个结构的整体形状和特性。例如，DNA 的复制模拟了细胞的复制。用严格的方法论观点看问题，要求生物学家在任何生物学过程的模型中都要回到分子的水平上，那就荒谬可笑了。即使物理学家也做不到这一点！是否因为纳维尔-斯托克斯（Navier-Stokes）方程未能在分子水平上得到合理解释就要禁止在流体力学中使用它呢？

9.1.4 “柏拉图”模型一例：遗传物质之源

要解释遗传物质的功能，通常会提到魏斯曼（Weisman）区分“体质”（soma）和“种质”（germen）的经典做法。如果说，

这种区分对后生动物还是可行的话，那末它对单细胞动物就无明显意义了。这一模型旨在表明，欲在空间复制一个细胞，除了要另加一条“位置信息”型假设以外，还要求在活细胞内部存在一个代谢奇点。这个奇点可用一个“不动点性质”(局部代谢下的不变性)和细胞在其他点以前的复制特性来刻划。此外，这种复制过程在时间上可分为两个阶段：进行有丝分裂的一个长期连续的准备阶段和用于细胞分裂的一个快速的“突变”阶段。

我们首先来考虑复制一个(三维)细胞的几何学。在三个空间坐标上再加上时间坐标，就可得到四维时空中的图形 P，我们可用一条长裤的内部作为 P 的一个四维的类比(图 9.1)。特别地，存在着一个临界时间 t_c，细胞在此时刻发生分裂。正如关于函数临界点的通常理论所述，用于分隔的边界上有一奇点 J，它对应着一个二维“稳定细胞”Γ，其 t 梯度线是从边界上的赤道圆发出的，这个圆就是真核有丝分裂中的著

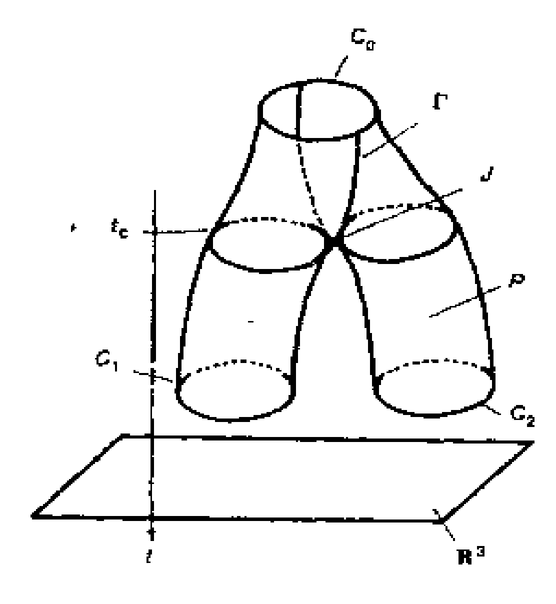


图 9.1

名“赤道面”，它后来就成了子体细胞之间的一堵墙(图9.2a)。在此图基础上还应添加关于“位置信息”的假设，这一假设可以叙述为：细胞中每一点都“知道自己位于细胞中何处”。如用比喻性不那么强的语言来说，就是：如能(足够精确而又巧妙地)分析细胞各点周围局部代谢的本质，那就能够求得作为细胞中整体坐标的局部函数。关于这一假设我们要作一点说明：这一假设虽与将细胞看作为一个“酶袋”这种简单想法有矛盾(在过去十年中，这一简单想法显然已被分子生物学家悄悄地抛弃)，但它本身并没有染上活力论的色彩，因为若让一股流体在容器 C 内流动，那末根据对其中一点处流动所作的研究(例如，求出关于流动的足够多阶的导数)，我们总

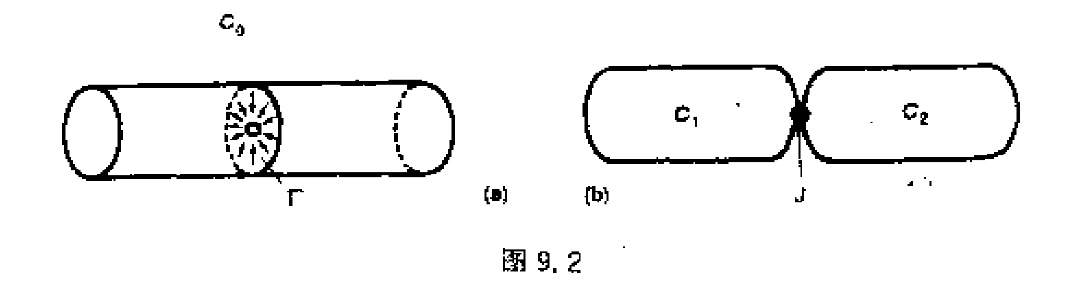


图 9.2

能求得可以推广至 C 中整体坐标的函数。

现考虑这一细胞在开始分裂(在有丝分裂早期阶段 G_1 之固定时间 t_0 处)时的情况。用 M 表示细胞中所有可能的局部代谢构成的空间(可认为是一个光滑的无限维空间)。若对于时间 t 处细胞的任一点，总可找到它的局部代谢和在时空中的位置，则用这一方式就可得到从 G_t 到 $M\times R^4$ 中的一个嵌入 ρ。映象 $\rho(C_0)$ 是一个三维细胞，我们可将这一细胞作为分裂期持续时间内的一个参考细胞，但在分裂的临界时间点 t_c 处，映射 ρ 不复存在。ρ 在细胞 C_0 的边界 ∂C_0 上的限制，在 M

中以一个两维球 S_0^2 为象，我们可为这个球规定一个正方向。

经过复制，从 C 中产生出两个新细胞 C_1 和 C_2。由于分裂过程关于赤道轴对称，因而我们可自然地假定，如果为边界 ∂C_1 和 ∂C_2 所作的定向与"裤子" $P(\partial P = C - C_1 - C_2)$ 的整体定向是相容的，那末到 $S_0^2 = \partial C_0$ 中的嵌入 $\rho_1(\partial C_1)$ 和 $\rho_2(C_2)$ 具有相反的符号。这一情况可阐述如下：作出代谢状态空间 M 与时空 R^4 的乘积 $M \times R^4$，并设 $\pi: M \times R^4 \to R^4$ 和 $q: M \times R^4 \to M$ 是两个规范射影。于是，映射 ρ 将裤子 P 嵌入

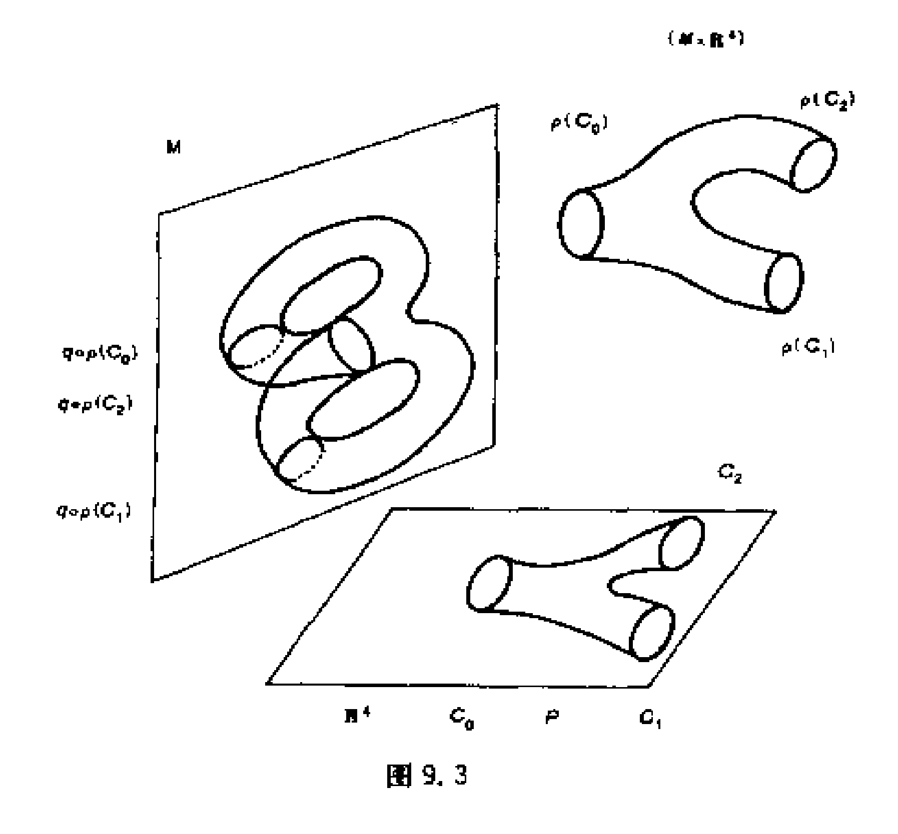


图 9.3

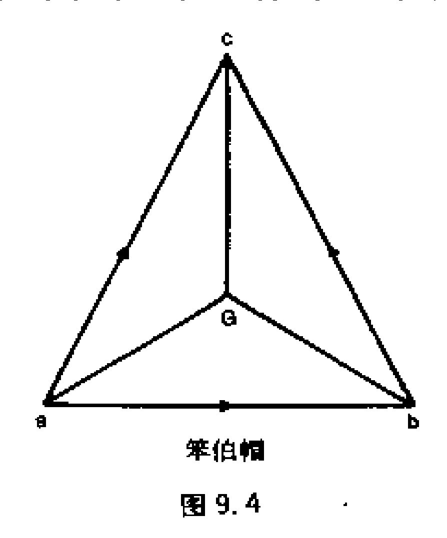
$M \times R^4$。此时，空间 M 的维数非常大。我们可假定复合映射 $q \circ p$ 具有图 9.3 的形状（它是一个四维带洞煎饼状曲面）。在此，我们将有丝分裂视为 M 中的一个**周期性**过程。子体细胞 C_1 和 C_2 的代谢状态（在原则上）是与 C_0 一致的，因此，经过一

段时间 T（生成时间）以后，有必要将映射 $\rho_T(C_1)$ 和 $\rho_T(C_2)$ 看作为与 $\rho_0(C_0)$ 相同的映射。这是通过下列微分同胚发生的：

$$C_0 \xrightarrow{h_1} C_1, \qquad C_0 \cdot C_2。$$

这一微分同胚起到的作用与沿闭轨线的庞加莱-弗洛凯(Poincaré-Floquet)微分同胚的作用相同（参见 2.3.2）。在许多情况下，这些同胚属于一个有限子群 $SO(3)$；这一空间变换用实验的方式描述了子体细胞有丝分裂的赤道面和亲本细胞赤道面间的位置关系。有时，在处于发育阶段的组织中可以给出一种简单的规则，用此规则即可确定定向的序列[参见雷文(Raven)关于囊胚的著作或林登迈尔(Lindenmayer)关于生长中的丝状海藻的著作……]。

若微分同胚能保持细胞 C_1 和 C_2 的正方向不变，那末"裤子模型"就可方便地简化为（拓扑学家熟知的）二维模型——一顶笨伯帽(Δ)，其形状为三角形 abc，三条边 ab, ac, bc 已按其定向粘贴起来（图 9.4)。[我们在此认为另外两个维数起



笨伯帽

图 9.4

着无关紧要的"同纬坐标"(suspension coordinates)的作用。]因此,就有一个射影 $P\to\Delta$,它将细胞 C_1的代谢状态空间映射到空间Δ中.这一映射可被认为是一个几何有丝分裂程序。如 C_0那样的一个细胞(在 t_0处)在Δ中的映像(在 ρ 下)是三角形 abc 内部的一个曲边形(图 9.5)。图上 G 点是三角形 abc 的重心,边界 $\rho(\partial C_0)$被(线性地)映射到边 ab 上,像

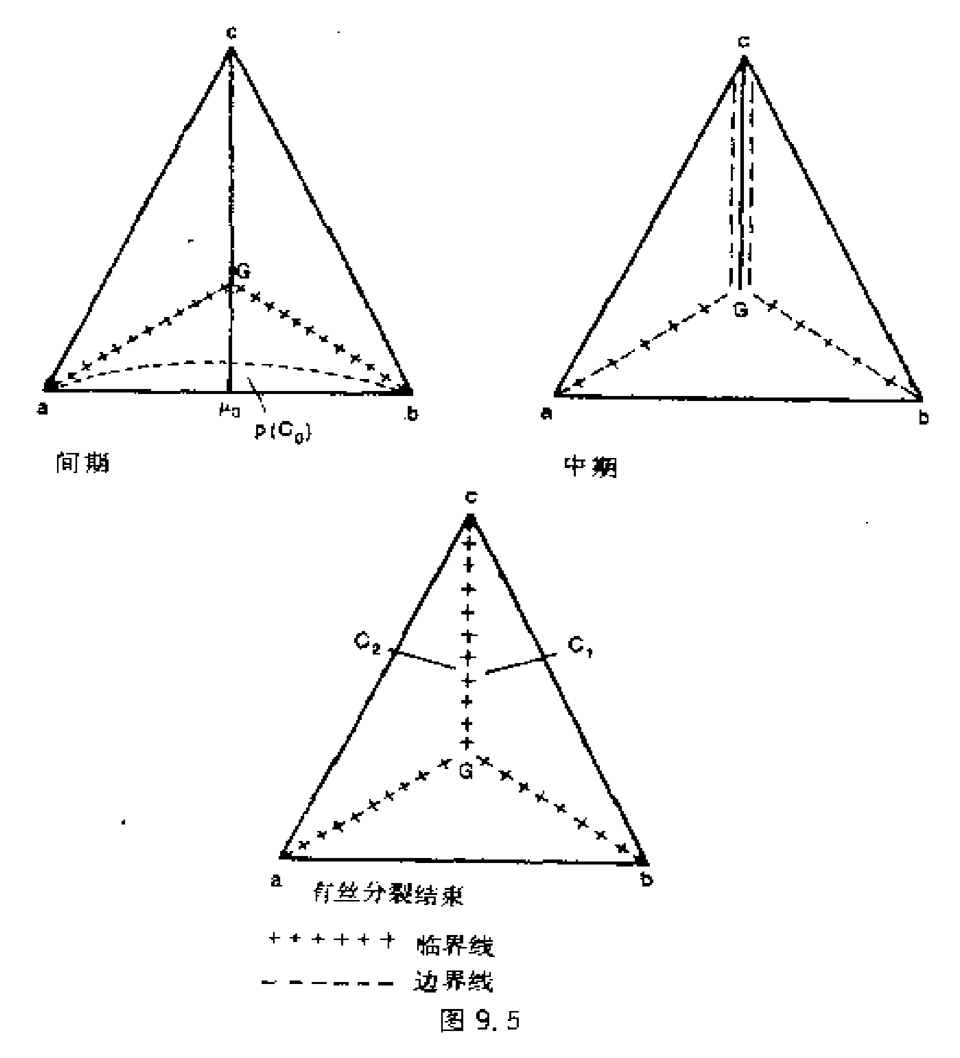


图 9.5

$\rho(C_0)$被一条临界光滑曲线 γ_0'限制在 aGb 中,此曲线在 C_0中的逆像是临界曲线 γ_0,它是附着在某一点($a=b$)处细胞边界 $\partial C=S^0$上的线段。从中可以看出细胞中 DNA-基因组可

能存在的代谢状态。

首先考虑一个植物细胞的情况。这一细胞发生分裂时，在其内部建造了一个“赤道”平面（隔膜）。可将这一隔膜的形成看作为一个圆环中心孔向临界点J收缩而成的结果（图9.2a）。在到达此点时，细胞间的联系受到了破坏，这就是t的临界点J，在$\varDelta$模型中，它在ρ下的映像就是顶点c。我们有：$\rho(\partial C_0)=ab$，$\rho(\partial C_1)=ac$，$\rho(\partial C_2)=bc$。R^3中的时间函数限制在$\rho(P)$上时，临界点J处的二维稳定细胞Γ在$\varDelta$中ρ下的映像为线段G_c。在这一线段上，程序指令是：“建造一堵纤维的墙”。当映像$\rho_t(C)$从ab到$ax+cb$扫过有丝分裂程序$\varDelta$时，就实现了有丝分裂的一个周期。边界的映像$\rho(\partial C_t)$可非常方便地用下列方式来说明：以c为中心作分段直线运动，同时让顶点a和b固定，并将ab的中点μ_0垂直向上提起（图9.5）。此时可看到，当映像$\rho(\partial C_t)$到达重心G时，沿着墙上的赤道环开始了发育。在R^3中的相应图形与图9.2(a)一致。

有丝分裂结束时，它将处于图9.6的情况。边界在C处分裂成两部分。随后不久，边界$\rho(\partial C_1)(aG+Gc)$在边$ac$上消失（图9.7）。

在动物细胞中，与线段Gc有关的指令是：“用管状纤维收紧赤道盘”。经过染色体的细胞分裂后，线段Gc向边界发出命令：“沿着赤道面收紧皮层”。其内在几何与以前相同……（图9.2b）。

在图9.6上，当$\rho(\partial C_t)$向上运动时，临界曲线γ_t也在其上方向上升起。我们应设想线段G_c向下延伸了一段NG，其指令为：“复制DNA”……。此时，曲线γ（在边界∂C之前）

将沿着线段 NG 经历早先 ∂C_t沿 Gc 所作的同样的变换（图9.8，图 9.9，图 9.10）。对于 γ，沿着线段 NG 前进，这是复制有丝分裂过程的 S 阶段（图 9.8a、b）。我们应将染色体复制过程看作为在NG两侧穿上"首尾相接"的一根线（图9.9

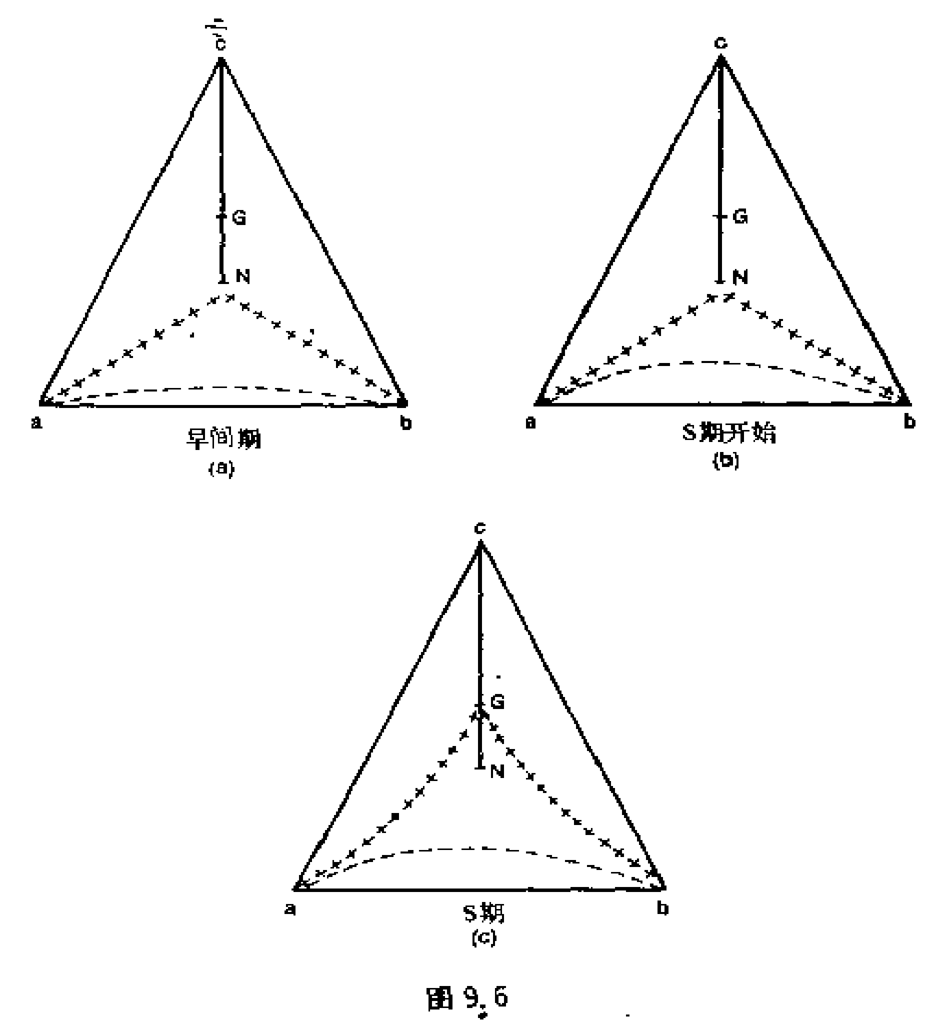


图 9.6

a—c）。当中点$NG\cap\rho(\gamma)$到达G时，发生了细胞分裂的突变，临界曲线分成了两段，它们受到G处的一种不稳定（细胞）作用的排斥（动物细胞有丝分裂轴的作用）。一旦发生了分裂（图9．9c—图9．10a，在图9．9c为γ_1、γ_2处），边界$\rho(\partial C)$就可能沿 Gc上升（图 9.10a—c）。

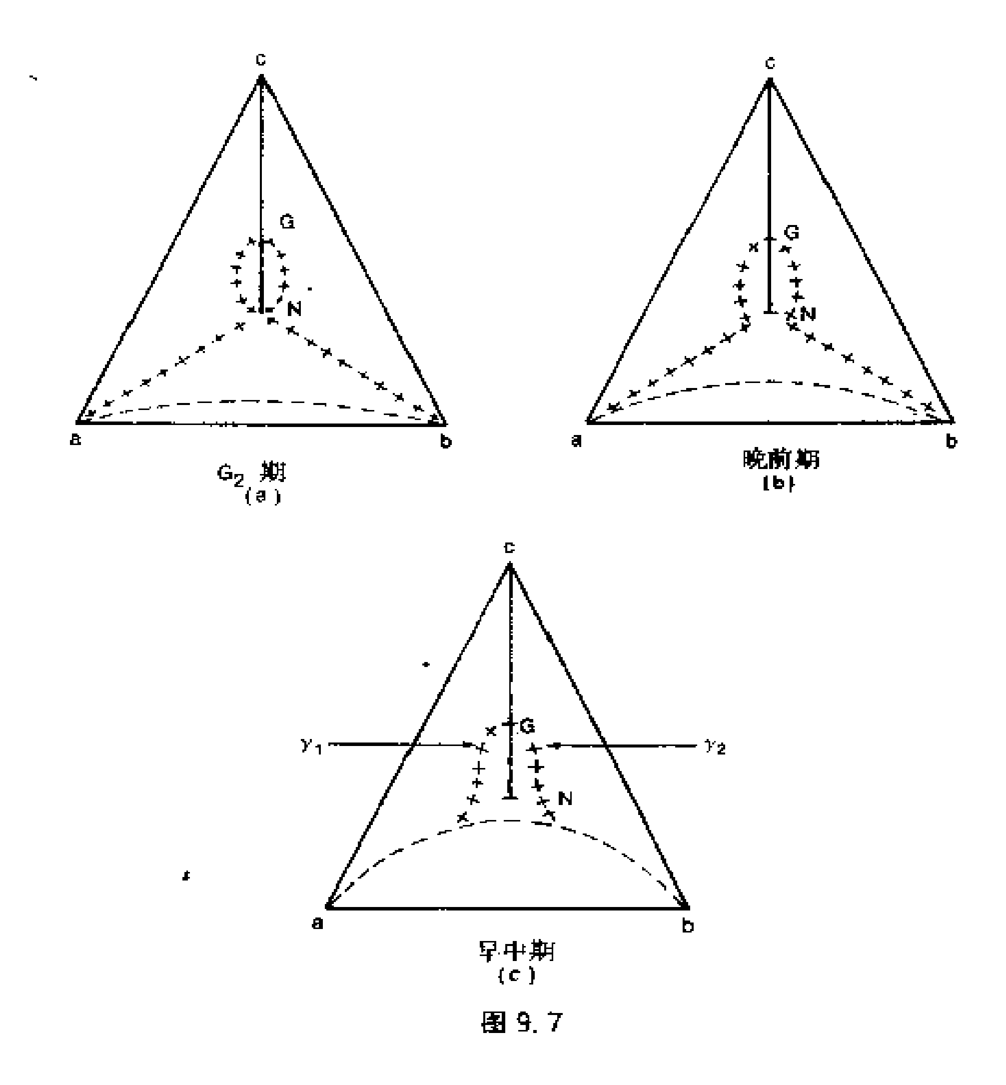


图 9.7

在整个有丝分裂阶段中，$0<t<\tau$，边界线 $\rho(\partial C_t)$ 的映象在空间Δ中必定要穿过临界线 $\gamma'(t)$。例如，在细胞分裂中，$C_0\to C_1$，若从顶点 a 出发，临界线 γ'原先在边界线的左上侧(图 9.8a—b)，但在细胞分裂结束时，在 C_1中，$\gamma'(t)$位于 $\rho(\partial C_t)$的右下侧(图 9.10d)。在一种简单的半线性模型中，临界线位置的这种改变发生在细胞分裂的中期(图 9.6)，此时，$\rho(\partial C_t)$与 $\gamma'(t)$这两条线都与边 $aG+Gb$ 重合。由此得到的是一种高度退化的映射。事实上，这一映射有一种生物学解释，也就是细胞分裂中期一种奇特的代谢状态：任何代谢

活动都消失，用分裂轴的管状纤维（沿着射影 ρ 的纤维）将细胞纤维化。欲使这一退化情况通过一种小变形（开折）生成，那就应考虑下列几点：

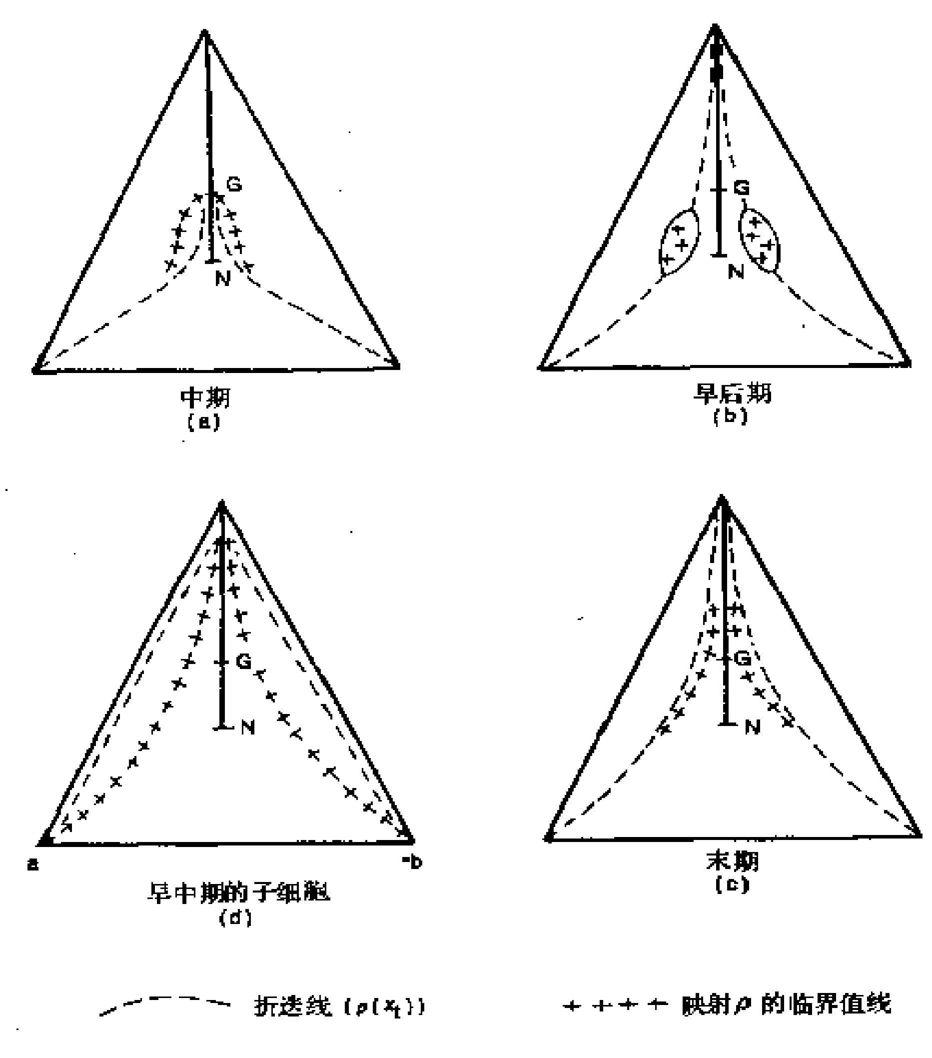


图 9.8

(1) 一般说来，折迭线 $\rho(\partial C_t)$在图 9.11 所示类型的点 u(t)处与临界值线 $r'=\rho(\gamma(t))$相交，其中 γ'不可能延伸至交点 v(t)外。这种情况已表示在图 9.11 上，其中的临界值线 γ'因 γ'和 ∂C_t之间的接触点上移而逐渐消失。我们可将此解释为基因活动状态的减少和核质素在空间的凝缩。

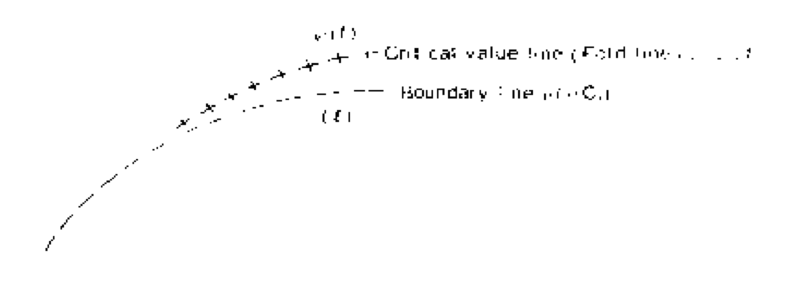


图 9.9

(2) 在一个完全的模型中，如果源空间的维数取为 2，那末边界线 $\rho(\partial C_t)$ 将是二重线（平环的平面射影）。第二部分下边界曲线在细胞分裂前期的末尾有一个拐点，由此引出临界曲线的一段新曲线 γ''，形如一折叠，其方向与原来的一段临界曲线 γ' 的方向相反。由此可导致图 9.12 所示的情况，它是细胞分裂早后期遗传物质所在区域的示意图。也许，整个逆

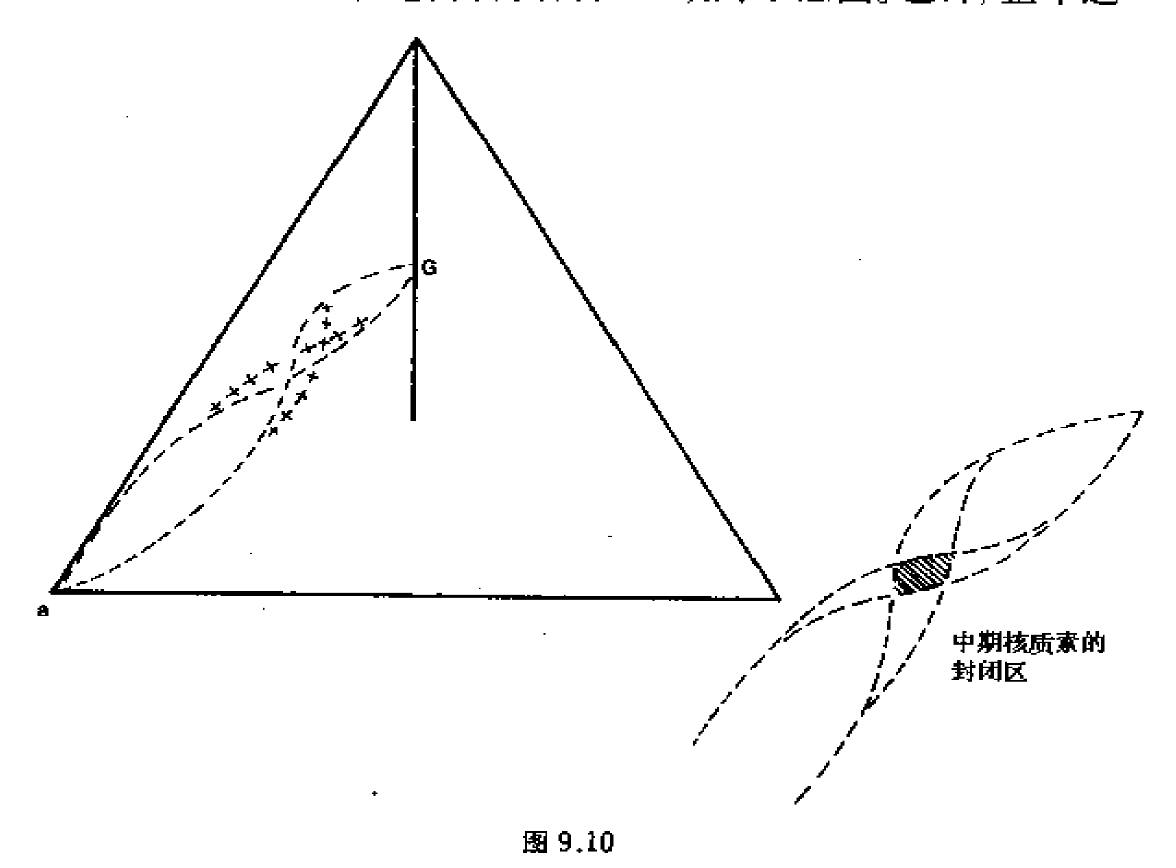


图 9.10

像 $\rho^{-1}(\partial C_t)$ 可以理解为核膜，它在真核有丝分裂期间将发生破裂，而到末期又会神秘地(作为 γ 中新的一段 γ''的延长线)重新出现。

在原核生物的细胞中，有人认为情况可能会简单些，但实际上却更加神秘莫测(将两条 DNA 链分开的机理是什么?)。另外，和真核细胞的情况一样，DNA 复制的机理与细胞复制的机理并不严格相似。虽然这种模型更复杂，但与我在拙著中介绍的那种模型并没有矛盾(在那种模型中，基因组乃是一层膜的边界)。

这些模型显然都具有非常强的探索性，关于有丝分裂，仍有不少东西有待于研究。

9.2 生物学的原型概念及其现代进展

9.2.1 引言

考虑生物学研究的问题时，我们将容易看到，在一方面，这些问题是由实践提出的，而且在本质上都是临床医学提出的，如控制传染病和寄生虫，选取对人类有益的物种和药物等；在另一方面，也有大量的理论性问题，如生命的起源和进化等。而现在，生物学中大多数科学活动却没有集中研究这两类问题。经典生物学以及现代分子生物学在本质上都是描述性学科，它们只是通过某种方式，在各种可以想象的水平和结构上，从分子到有机体，甚至到生态环境，将生命的一切可能形态记录下来，将其解剖学和生理学现象记录下来。这就表

明，生物学在研究一些问题时，还只是尽可能积累有关现象的丰富资料供人们思考，除此以外却没有研究什么特别的问题。对此，有人可能会提出异议，认为生物学在描述多种多样的机能和形态以后，就可设法给出其解释。显然，最理想的解释方案是还原论的：将生命体中每种分子的结构都表示为庞大的一组微分方程的解，这组方程描述了有关分子的运动及其相互之间的关系。但是，还原论方法希望一切都能归结到分子状态这一水平上，这是不切实际的。我们已屡次提到，要考虑的分子数极其庞大（数量级可为 10^{23}），而且显然又很少有人懂得如何做这件事，事实上，两个分子间的相互作用就已经非常复杂，以致目前还无法用数学形式将它表示出来。鉴于这一情况，我们完全可以在较高一级水平上来谈论攻克这一问题的可能性。正是在这一点上需要求助于生理学，而且现已取得了某些成果。例如，我们已有一些可以用来刻划某种局部现象的数学模型，如神经脉冲的传播、主动脉中的血液流动等。但是，我们还需要将这方面得到的局部知识综合起来，成为生物整体动力学的一幅完整的图画，使之可以用来阐述生物调节和生物繁殖的基本规律。于是，生物学家除了起用控制论这种关于调节的一般理论以外，也就别无他路可走了。令人担忧的是，这一理论虽被它的创立者维纳当作一种程序来介绍，但它除了在反馈问题上说明了一些鸡毛蒜皮的事以外，在其他方面至今仍一事无成。到目前为止，控制论连一条象样的定理都没有。此外，控制论中纯粹的技术手段丝毫未触及生命遗传以及胚胎期和青春期发育的奥秘。在此，控制论专家会搬来冯·诺伊曼（Von Neumann）关于再生自动机的理论；但当我们希望从抽象模式向时空的现实模式移动一步时，这一很不完

整的理论同样会碰到严重的困难。(在这一方面,我们不妨提一下,这一理论是在冯·诺伊曼逝世以后才在他的论文中发现的,他本人在生前从未发表过这些论文。)

没有必要否定这样一个事实,即将局部机理综合成整体结构这个问题乃是生物学的中心问题;在我看来,形态发生学就是研究理论生物学的合适理论。

为了攻克这一课题,突变论提出了一种合理的新方法。在阐述与调节机理的几何表示有关的方法以前,在结构层次的分类这个基本问题上讲几句话也许不是多余的。

9.2.2　结构层次的分类

从经验给定的一种形态出发,结构层次的形式定义本身就可能成为一个问题。我认为只有拓扑概念才有可能使这个问题精确化。我们在原则上可说,结构在特定层次上的元素都是拓扑球(细胞)。直观上看,一个物体的统一性和一致性实际上与其所占空间区域的连通性密切有关;将一支粉笔一折为二,就是两段粉笔……。换句话说,元素的空间支撑一般具有收缩的特点(例如,每一生物都是一个拓扑球)。关于科学中两种代表性形态(即生命形态和语言)的知识,就都遵循这一规则。此外,两者都揭示了一种非常有趣的现象;若将元素按其层次或包含关系来排列,那就可能有:

语言学方面:音素,音节,单词,词组,句子,文章。

生物学方面:分子,分子排列,细胞质细胞器,细胞,组织,器官,生命体,群体,生态圈。

在上述各种层次中,可能有几对相邻的层次在上下层关

系上有着更为紧密的结构。例如，“音素-音节”是语音学的研究课题，也是语言学的一个分支，可用来说明哪些音素序列可以构成音节。但诸如“音节-单词”和“句子-文章”那样的相邻层次却不一样，它们不受任何严格的通用规则的束缚。在生物学中，“细胞器-细胞”和“器官-生命体”具有比较紧密的结构，而其他相邻层次的上下层关系一般都难以具体确定。

在谈论“相邻层次对”时所用的“结构紧密”一词中，已经引进了一般意义上的结构这一概念：根据一种完全确定的方式，一个高层元素可以分解成若干低层元素，而且其分解方式往往在事先是可以预见的。让我们再回到语音学那个例子。一个音节就是一个时间区间，几何上可用一条线段来表示。这条线段的起点和终点都是具有非常短促的突变性音素（颚音、齿音），即辅音 C。稳定的音节的中间部分需要有一个元音 V。根据一个音节的这种基本格式 CVC，就可得到更复杂的形式 $CcVcC$，其中 c 表示介于元音和辅音的过渡元素，如流音（l，r）、咝音（s）等。利用这类分解结构，某些语言学家在“同一层次”上纳入了高层或低层的复合元素，并假定所有层次（在组合意义下）都呈现出一种分解结构：“元素-复合”（或“核-复合”），于是，有点像代数学那样，这些层次变成了句法研究的课题。例如，“词组-句子”这一对层次可以引出这样一个简单的句子：

The cat catches the mouse.（猫捉老鼠）。

图 9.13 用生成结构树表明了这一句子的明显分解法。在此，我们同样有一种紧缩的结构（图论中的一棵树）。我们还注意到，复合句是用诸如 and、or、that 等等那样的连接词连接而成的，也就是说复合句是由较低层次中的元素（单词）与词组

连接而成。同样，在许多语言中，某些“语法功能”（也即说明复合元素结构和抽象元素）带有完全属于第一个层次的记号（也就是音素，如表示复数的“s”），因此，一些较高层次的结构可

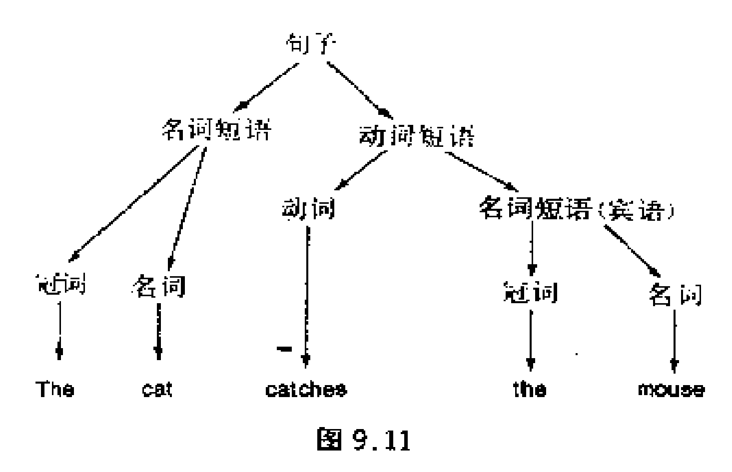


图 9.11

以投射到某些较低层次的“代码”上。

生物形态学也显示出类似的现象。对于结构最为紧密的一对，比方说，“器官-生命体”，我们同样可用一个树结构来揭示其胚胎发育的过程（这就是瓦丁顿的“后成域”）（图 9.14）。

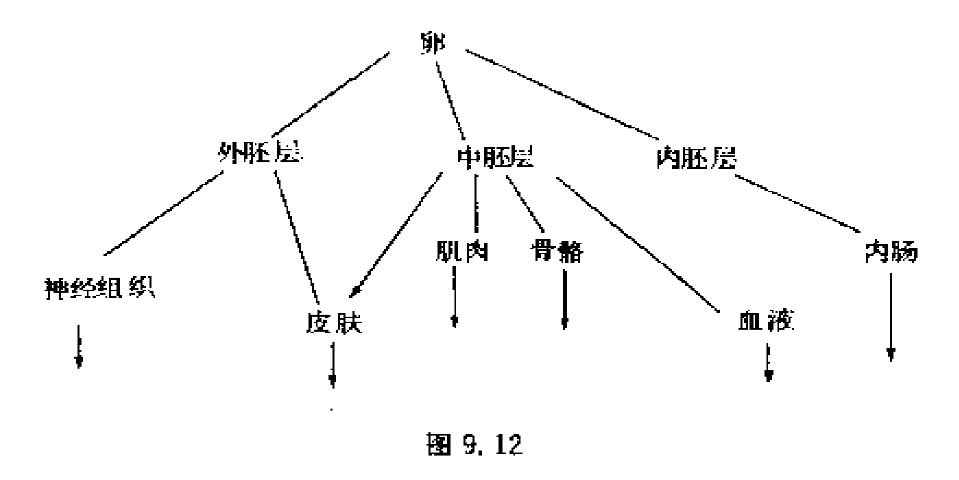


图 9.12

但是，从上面所举的语言学例子中出现了一个实质性困难：语言形态是一个一维概念［正如索绪尔（Saussure）所称，是线性的］，而生命体是一个三维球。因此，树本身无法描述生

命体内不同组织和器官在空间中的排列方式。

9.2.3 生物体普适模式问题

一个自然的想法是，上述这种空间排列的方式理所当然服从先验的约束。事实上，这一想法在历史上早就出现了。让我们先回到人们所说的生物学黄金时代——它的"前苏格拉底"时代，也就是从1800年到1830年间的岁月。在此期间的有名人物有歌德(Goethe)、拉马克(Lamarck)、居维叶(Cuvier)、圣希莱尔(Geoffroy Saint-Hilaire)等。当时，生物体的普适模式问题确实是存在的，只是后来的生物学家才将它搁置起来了。生物学家先是受到了达尔文学说的影响(这种学说实际上只不过得到了纯粹是字面上的解决办法)，后来又受到巴斯德(微生物学)和孟德尔(遗传学)的影响，因此，他们把自己的兴趣局限于对低层结构(细胞，还有分子)的研究，从而出现了还原论的倾向。我认为，还原论的解释作用只是一种虚幻的想象，退一步说，它对作用在生物体上的重要约束条件也没有作出具体的说明。

1830年，居维叶和圣希莱尔两人在法国科学院发生了争吵，对此，上了年纪的歌德表现出很大的兴趣。论题是众所周知的。圣希莱尔借助于一条纯粹的几何学原理，即连通性原理(现在我们称之为"拓扑学"原理)，为不同动物识别出一个又一个器官，从而声称他已制订出适用于一切动物的一个独一无二的组织模式。而居维叶只承认功能同形基本关系的正确性。优先考虑功能的几何学(局部化)这一做法至今仍是理论生物学提出的重大课题之一。许多同时代人都为圣希莱尔思

想之大胆而倾倒，认为居维叶的烦琐考证是只见树木不见森林。但是，多少年后，圣希莱尔的想法被斥之为科学出现前的空想，有人甚至将他关于昆虫同化的思想讥讽为"爬在自己背上的脊椎动物"。尽管关于一切动物结构具有独一无二的组织模式的思想受到了应有的抵制，但我们仍可指望找到许多基本的动物生物体模式。因此，关于结构的普适模式的思想仍是合理的，只是必须承认这种模式不是独一无二的就行了。后面我将说明，突变论能向我们指出将昆虫（节肢动物）结构与脊椎动物结构区分开来的基本差别是什么。

在第一种情况下，可将生物体的普适组织模式作为一种"原型"来考虑。但有必要指出，自从歌德和《自然哲学》（*Naturphilosophen*）的时代以来，人们一直倾向于用原型这一用语来表示一个器官或一组器官的原始形象（原型，*Urbild*），因此往往喜欢用诸如爪、翅膀、叶子等等较为具体的结构，这些结构本身是完整的，而且具有直截明了和终极不变的特点。

这种非常巧妙而又具体地使用原型的倾向在荣格（Jung）① 精神分析学中表现得最明显。在这种理论中，原型被当作具有主观心灵的个体，这种心灵就其复杂性来说并不亚于人的精神。显然，若要恢复原型这个概念的科学地位，那就首先必须借助于简单的情况，也即借助于抽象的概念给它下一个定义。为此，很有必要回到亚里士多德的基本结论，根据这一结论，在胚胎发育的过程中，结构的发展是从抽象到具体，也就是说，在胚胎学这棵树上，每根树枝都定义了一次细

① 荣格(Carl Gustave Jung, 1875—1961)是瑞士心理学家和心理疗法专家。——译者

胞分化，也即为代谢的一个稳定区域，由此可以得出一种本身也是稳定而且受到控制的时空特性。关于组织发育的这种稳定的有向特征相应于沃丁顿所说的育径。在时间推移过程中将不可区分的组织划分为各种稳定且可控制的细胞分化过程，那末这种划分的方法就可用一个“形态发生场”加以描述。如果只有在这样一个场中才能看到相应的细胞分化的空间分布，那末将这样一个场看作本身是非常简单的一个“原型”也就是合法的了。突变论则往往使我们有可能将这个场理解为两个代谢稳定区（也即“育径”）之间发生冲突的基础。

现在，我们就可介绍生物学中的突变论方法了。面对每个稳定区和每种稳定“特性”，我们必须确定可以保证稳定性成立的机理，也即要考虑相应“育径”的调节问题。应当明白，突变论并没有声称可以解决调节的一般问题，因为这种问题属于控制论研究的范围（即使问题的提法不当，是否也必有唯一的解答呢？）。但也有一种攻克的方法，那就要用到“逐次逼近”这个数学概念了。给定一个研究的稳定对象，按预定的方式在

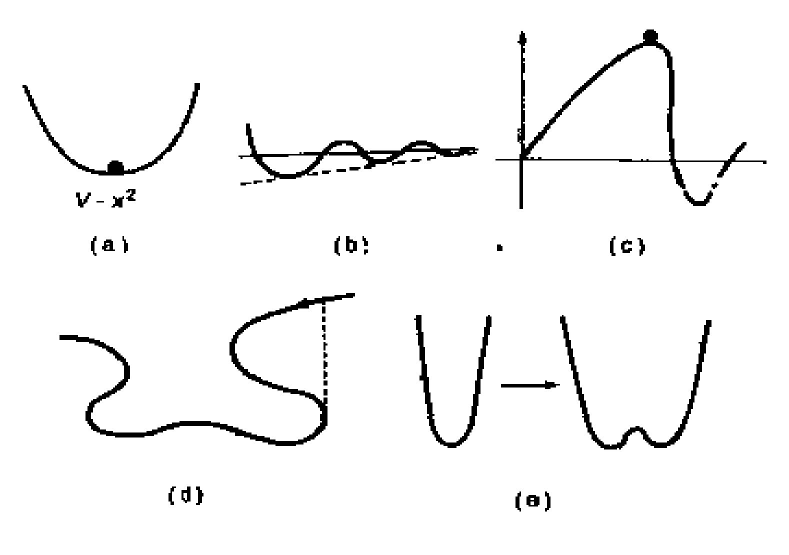


图 9.13

稳定平衡点的一个邻域里建立一个动力学系统的模型，例如，设想在纵剖面为二次曲线的一口井的底部有一个质点（图9.15a）。为了确证这一模型的合理性，比方说，可以研究一下系统受到一次激励后回到平衡状态的情况，它应当是一条具有阻尼的波动曲线（图9.15b）。

要是不出现这一现象，特别是如果调节过程发出了一种补偿性的反射，那末在回复到平衡位置的曲线中会出现一个导数不连续的点，它相应于反射回落时的情况（图9.15c）。我们可用一个"悬崖状"的调节过程来作这种情况的模型，这只要将上面那口原始井的井壁折成悬垂物形状就行了（图9.15d）。如作更加精细的分析，则可研究在多维激励下回复到平衡位置的情况，经过一段时间后，调节过程图就更为复杂了。除了研究回复到平衡位置的情况以外，还有必要考虑系统的起因、来源、形态以及与邻近区域的相互作用和冲突。如果系统由于分支而一分为二，那末作为这种变换的模型，原来的势阱 $V=x^4/4+x^2/2$ 被分为两个（图9.15e）$V=x^4/4-x^2/2$，并有不稳定奇点 $V=x^4/4$。（这是最终会变得非常复杂的基本方法。）

若希望考虑一种复杂的形态，则可设法用势函数 V 的奇点来作为局部特性的模型。在选取势函数时，应使随意性尽可能减小，以保证在形态多变时，势函数仍具有某种连续性。在此，并没有可以事先给定的方法，这也说明了使用突变论之所以需要有技巧的道理。在生物学中，我们在选取势函数时，可以利用同时具有实用性和终极性的物质。也正是在这里，我们重新发现了居维叶-圣希莱尔的"连通性原理"；但居维叶的功能相关可以理解为代谢状态空间中的连络，因而在实际上，

根据相对局部势函数的连续性，可将这些功能相关看作为表明代谢局部状态的内部参数(我将它称为“内部变量”)。用这一观点看问题，对于(用树形图下降路径定义的)每一列势函数，都可用一个函数“有效性”指数与之相对应。这就回到了空间连续性(几何连络)假定，但这一假定是在具有代谢作用或语义解释的“内部”空间上作出的。我打算在对脊椎动物和昆虫作胚胎学比较时，给出一个说明这种解释的例子。

9.2.4 脊椎动物和昆虫的胚胎学比较

大家知道，大多数动物的胚胎都具有一种“三胚层”结构，发育就是在这三个胚层的基础上进行的：内胚层—中胚层—外胚层。胚胎的这种三元结构(特别是脊椎动物)类似于标准句子的三元结构：SVO(主语，动词，宾语)，下列句子即为一例：

The cat eats the mouse.（猫吃老鼠）

中胚层造出骨骼和肌肉，可被看作是语法学上的动词。然而，“主语-宾语”与“内胚层-外胚层”之间的对应却比较含糊。如在上面这一例句中那样，我们将每一项行动都比拟为捕食，那就应将内胚层比作为主语，因为它最终将成为肠粘膜；将宾语(食饵)比拟为外胚层，其根据是：在神经胚阶段，外胚层将造出神经组织。脊椎动物的神经系统是一种器官，可以比拟为外界的状态，并以心理的形态包含了食饵的形态。这就是下列格言的由来：“The hungry predator is its prey”(饥饿的捕食者就是它的食饵)(参见 7.4 节)。

比较脊椎动物和昆虫的胚胎学，可以看到两者之间明显

的差别：在昆虫的胚胎中实际上没有外胚层；每一脊椎动物的形态都起源于脊索(胚孔或原始轴)，而昆虫的形态则源出于腹节。在昆虫的情况下，句法的三元结构 SVO 可比拟为：内胚层-中胚层-卵黄(在胚胎开始发育时)，事实上，一旦形成消化管，胚胎就将卵黄包放在消化管内部(在某些鳞翅类动物中，甚至幼毛虫也会用嘴将外部的蛋黄残余物吞下)。对于昆虫来说，没有神经胚过程，只有腹节壁将来源于内胚层的神经母细胞套入的过程。因此，内部对于外界所作的比拟已得到最大限度的简化。

如何理解这些差别呢？1840 年左右，博物学家塞尔(Serres)称，由于脊椎动物的胚胎比较大，因而比昆虫胚胎具有更多的卵黄素。于是，在昆虫情况下成为脊背的卵黄素，在脊椎动物的情况下，由于重力的作用变成了腹部。我认为从这种差别中应能看到在生命调节方式上的变化。昆虫将自己关在一个外壳里(这一外壳来源于内胚层，并没有中胚层的成分)，以抵御外界的侵扰，这一外壳就是昆虫的马其诺防线。脊椎动物却显示出一种完全不同的生命哲学，它吞下了可以比拟为外界的大部分外层组织(来源于内胚层，也就是神经组织)，从而表现出具有更大的能力。作为脊椎动物表面形态的皮肤来源于中胚层(皮层)，因而皮肤具有起伏不平的边界，它不断再生，完全献身于生物体与外界发生的冲突。不过，在头部这一层次上，消化道不复存在，因此主语的作用只能由内胚层来发挥。于是，在局部上又回到了昆虫那样的情况(在发育的末尾)：

动词——内胚层和中胚层，

主语——神经组织(感觉器官)，

宾语——外部世界。

因此，颅腔盒子用一层骨质外壳(类似于昆虫的甲壳)包了起来。在形成头部的过程中，这种关于"主语-宾语"的变化无疑与脊髓体中脊髓神经束的对生过程并不是毫不相干的。

我认为，这表明了形成动物器官的重要方式是与生命调节的重要选择相应的，而后者就本质上说允许动物变成不同于自身的另一种动物，这取决于原始分化的限制条件。在昆虫的情况下，这一限制条件只在最后一步起作用，它被减小到了最低限度。与此相反，在脊椎动物的情况下，这一限制条件在开始时就已存在，而在人的情况下则达到了极点，因为意识总是自觉的。意识决不是一种自我(这的确是哲学上的虚幻概念)，而是位于时空中的一个外部概念。

9.2.5　科学解释与数学

从上面介绍的方法中可以看到，思维经济的原则起到了关键的作用；我在另一篇文章中曾经说过，科学解释在本质上就是减少描述中的任意性。这一定义带有主观性，这是可以批评的，因为魔法和神秘主义的解释也能减少经验性描述的任意性。这一反对意见是颇有见地的，而且它也同样适用于使用非形式化概念时作出的一切解释。事实上，在现代生物学的语言中到处可见这样的字眼：有序，无序，复杂性，信息，编码，消息……。所有这些概念的共同特点是要确定长久存在的时空关系。按照鲁耶(R. Ruyer)的说法，它们全是"超空间"概念。然而，利用这一点却难以将这些概念从诸如超距效应这种魔法式行动中区分出来。若希望科学思维具有严密性，亦即希望

能将其用于论证并加以形式化，那就必须清洗掉那些模棱两可的概念。这就需要求助于形式化，也就是求助于只依赖于一组局部形态的思维。科学思维应当超脱空间和距离，使用大家都承认的工具。为了从局部走向整体，数学家都在应用一个永远灵验的概念：解析性，一个解析函数的芽通过解析延拓确定了整个定义域内的函数。为了从整体走向局部，数学家则要应用另一个概念：奇点。实际上，我们可说，一个奇点就是整体图形发生塌陷的一点。例如，若有一圆柱的子午圆集中于一点 O，我们就可得到一个圆锥的顶点（图 9.16）。

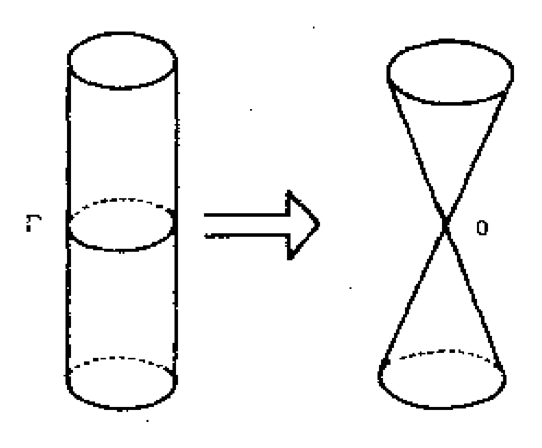


图 9.14

在突变论中交替地使用上述两种方法，我们就有希望对复杂的整体情况作出动态的综合分析。然而，除了数学之外，还有别的学科能够提供这类合适的工具吗？根据这一观点，上述概念只不过具有一种启发性的作用而已，正如莱布尼兹的组合论一样，它是作为一种纯粹的形式游戏提出的……

10 语义学与语言学

本章内容分成两部分。第一部分从一般方法论角度说明，任何称得上有一定深度的语言活动的理论都离不开几何连续性(因此，现代派中盛行的对语言作逻辑学研究的做法，相对来说就不那么重要了)。第二部分"拓扑学与语义"介绍了语言过程的"原型形态学"。第十二章还要更加详尽地展开对这一内容的论述。这一部分还提出了有争议的"逻各斯"(logoi)这一概念，我得承认，在这个概念上，几乎还没有取得任何真正的进展……

10.1 拓扑学在语义分析中的作用①

人们经常提到，语义学中问题已经堆积如山。当我们想要表达一种意思时，可望使用哪一种工具来进行描述呢？很

① 本节内容是我在1971年7月的国际语义学讨论会上宣读的论文。

难想象普通语言就足以胜任这一工作，因为充其量它只能起到一种元语言的作用罢了。事实上，在普通语言中，人们随心所欲地使用语言和元语言之间层次相当混乱的某些概念，因此用普通语言来作研究，出现循环定义、同义反复甚至自相矛盾的危险，这在实际上是不可避免的。而且总有可能对被表示成分(所指，signified)作形式化的描述，即作出在公理化数学和算法逻辑的形式体系中所采用的那种形式。如能作这样的简化，那就可望确定一种规范的做法，将语义学的"深层"结构与句法学的"表层"结构联系起来，后者作为表示成分(能指，signifier)与前者相对应。确切地说，这样一种功能符(functor)虽不是单义的，但还是比较确定的。事实上，能将一段文字意译清楚，也即能确定这段文字的所有"同义语"，这种情况相对说来还是较少的。而在理论上，这也许是转换语法的重要贡献之一吧。

此外，将被表示成分(所指)形式化也是唯一有希望实现的一件事，因为就人们交流思想时所用的技术手段的目前状况来说，我们还看不到会有其他的出路。但在我看来，为了达到上述目的，形式系统的概念恐怕还得作相当大的修改。对这一概念需要作出的改动将会有重大的哲学含义，它也许会深刻地改变人们对形式化所持的态度，因为如果这种态度算不上是赤裸裸的偶像崇拜，至少也渗透着许多"虚幻的空想"。

在"表层"句法结构的平面上，为了描述一部巨著，通常使用的形式系统是远远不够的。要是像乔姆斯基(Chomsky)那样，认为形式化模型之所以不足，主要是因为它不具备生成一种持久因素的能力，那就有点不着边际了。这怎么能使我们相信某些不足之处不能形式化，且无法用规律加以描述呢？另

一方面，一种语言可以生成无穷多个句子，这一结论更接近于词汇的开放性特点（词汇在语义学论域中是非常丰富的），而不是更接近于各种句法结构（句法结构是为数有限的）。对句法生成结构自身固有的这种局限性尚需作出更多的解释。

人们曾经不适当地赞成数学家们这样的一个观点，即认为形式结构因为有其形态，它的生成属性理所当然地应当予以承认，而无需作什么解释。但是，结构又是从何而来的呢？如果根据一个可以验证的假设，就可认为结构借助于自己的真实形态确定在一种基底上，那末有时怎么会发生这样的情况，即我们希望将其范围扩大时，模型的效率反而降低，甚至于完全失效呢？我们又怎样去研究这些"突发性突变"的具体历程呢？（在此类过程中，一种结构完全让位于另一种完全不同的结构。）我们提一下一个众所周知的事实，即在普通语言中，在符合语法的表达和不符合语法的表达之间，并没有严格的界限，正如在不合语法的现象与语义不通的现象之间不存在严格的界限一样。

鉴于上述这些原因，看来有必要重新引入被形式化摒弃的连续性。先可采用一种比较含糊的统计学方法。例如，在由字母 $x_1, \cdots, x_k$ 生成的自由么半群（monoid）中，可给 F 中每一个词赋予一个介于 0 和 1 之间的实数 $p(W)$，这个实数表示相应词的可接受性。$p(W)=0$ 表示 W 应予除去，$p(W)=1$ 表示 W 具有良好的结构。在一个形式系统中，函数 $p(W)$ 受到这样的限制，即结构良好的单词集 $p^{-1}(1)$ 可通过有限多条公理来生成。但我们不妨设想，$p(W)$ 不仅是在各个 x_i 上 W 的内部结构的一个函数，而且也是上下文和语言环境的函数。为了确定 p/W，可以给出具有解析特性或微分特

性的若干规则，这些规则能够表明，当我们从上下文中离开 W 时，语言环境的作用将逐渐削弱。我们顺便指出，要是能知道是否存在这种类型的函数 p，用它即可扩充已知的形式系统，那该是一个多么有趣的问题！（参见最近出现的"模糊集"理论）

但是，要研究变化和历时分析问题，光有这些还不够。在后一种情况下，我们似乎有必要赋予基底随遇的动力学性质（即基底具有"随遇性"，就像在麦克斯韦物理学中基底具有以太那样），并将其作为一种永久动力学过程的基础，这一过程的形式结构将是显示平均"热力学"状态的唯一可观测形态。这种明显的形态动力学结构只是整个冰山的一个顶尖而已，冰山的水下部分要比露出水平的部分不知要大多少倍。

如果说，在一个明显的刚性结构的后面，引进几个动力学"隐"参数来解释（有时是度量）这种结构的稳定性，这一做法的必要性至今尚未有人讨论过，那末，还有一个为这种情况建立一种完整理论的问题。这给我们带来的还不是拓扑学本身，而是拓扑学与动力学之间的紧密联系（在最一般的意义上可说，动力学是在时间作用下关于系统状态的科学）。看来，只有微分方程的定性理论以及"结构稳定性"理论，才能给我们提供攻克这类问题的线索。形态发生学，以及更进一步，还有我所研究的突变论，就是这一方面取得的最有希望的进展。

在第十一章中我将要表明，时间过程的语言学模式可以用结构稳定性的理论来解释。如假定一个核心句（nuclear sentence）本质上是关于局部支配（local regime）之间，〔语言学上称为作用成分（actant）之间〕发生冲突的命题，这些局部支配争夺着四维时空 R^4 的一个区域，那末这种相互作用的

形态个数(在拓扑等价的意义下)比较小(大致有16个原型形态)。这些形态中每一个都确定了沃夫(Whorf)所称的语言作用的一个"隐类型"(cryptotype),用它可以找到动词的一种语义学分类,这种分类法比泰斯尼埃(Tesniére)的组配数限(valency)概念所给出的纯粹句法学分类法还要精细些。

在这一模型中,具有生理学特性或生物学特性的时空相互作用,对于核心句各作用成分间的相互作用来说,将起宇宙保护神的角色。不过,语义学论域无疑更为丰富多采。从科学的一般方法论出发,我们希望将语义学论域描述为一种形态,其基底是维数 N 很大的一个欧氏空间(例如,若采用唯物主义的观点将思维状态看作为相应的大脑状态,那就是神经细胞活化状态空间)。语言活动需要将定义在 N 维空间上的这一形态射影到一个一维空间(即时间)上。早先讨论的关于句法结构来源的理论又反过来假定,这个从 R^N 到 R 上的射影能通过一个中间阶段分解成一个四维空间。

正是这一局部时空的实现确定了核心句的句法结构,它只是一个一维射影而已。此外,这一射影 q: $\mathsf{R}^4 \to \mathsf{R}$ 的几何确定了这种语言的类型。

我们在这一方向上还可走得更远些。表明具有整体一致性的语义学观点无疑会导致本体论。我个人认为,如果这样一种扩充使我们能够直观地认识概念的本质以及概念间语义上的交互作用,那就不应当不假思索就将它拒之门外。一个物质系统,一个物体,一个生物,它们的稳定性取决于它们的动力学结构稳定性,而且其结构还可用一个代数拓扑结构来描述(有时还可以明显地给出这种代数拓扑结构来)。在10.2节中,我们提出将这一代数拓扑结构称为系统的逻各斯

(logos)。由于生命的稳定性是启用相对独立的生理功能的结果，因此，每个较为复杂的逻各斯都应看作为在目的论意义下附属于它的子逻各斯(sublogoi)的丛。显然，有些简单逻各斯是不能化约的，它们就是可用我们时空中的“初等突变”(如变成、结束、联合、分离等)来表示的逻各斯，这些逻各斯受到动词或语法助词的影响。在语义学中可以得出的一般结论是，在物质存在的逻各斯 E 和所对应概念的逻各斯 $C(E)$ 之间存在着一种近似的同构，其中 $C(E)$ 可认为是在精神活动的欧氏空间上的一种空间形式。“抽象化”这一做法就是同时将一个子逻各斯作为 E 和 $C(E)$ 孤立开来。用这种观点看问题，我们就能相当容易地说明语言在刻划世界时的有效性。概念 $C(E)$ 和 $C(E')$ 间相互的语义作用，就是概念 E 和概念 E' 间的物理学作用和生物学作用在语义学论域中的反映。这种观点很可能会不适宜地重新唤起一个具有千年历史的梦想，即希望宏观宇宙与微观宇宙之间存在着相似的关系。但是，对于语言是否足以满足现实需要这个问题，到底还有没有别的解答呢？

10.2 拓扑学与语义[①]

“真主在德尔斐(Delphoi)发布神谕时，既没有说出也没有隐瞒自己的意思，而是用一种手势来说明意思的，”赫拉克利特说道。语义这个问题现已回到哲学研究的前沿。谈到古希腊思想中极为活跃的概念，可以想到赫拉克利特的逻

① “meaning”一词根据上下文内容分别译为语义、意义或意思。——译者

各斯，想到智者派和柏拉图对话的主张。这些概念在被长期冷落之后①，又作为现代思想的重要论点再次出现了。这就迫使人们去建立一门自成体系的学科，并将它称为语义学或符号学。这是关于语义的一般理论，也可说是关于通信系统中常见的“所指-能指”这一对应关系的一般理论。但是，到目前为止，这方面的研究工作还只局限于所谓的“人文”科学。“纯粹”科学家、物理学家、生物学家，甚至还有具有形式主义倾向的语言学家，似乎正在校正自己的研究方向，在他们眼里，这类研究工作至今还被一团主观主义的乌云笼罩着。“语义”这个概念是否仍然停留在客观分析所及范围之外呢？它在一开始就受到心理学因素的侵蚀，我们是否应当永远将它排斥在科学考察的王国之外呢？

10.2.1 信息与语义

从新近发展起来的信息论中，可以看到科学家研究“语义”这个概念的新方向。无疑，这一工作尚不够成熟。香农-韦弗(Shannon-Weaver)的信息论主要用于技术科学，它研究如何用最经济的方式，通过具有给定特点的信道，将预定消息

---

① 从哲学史的黎明时期起，苏格拉底以前的哲学家，从赫拉克利特一直到柏拉图，为什么都给我们留下了如此深刻的众多观点呢？不难想到，那时人们的思想仍处在与现实的准接触状态，文字和语法结构还没有成为思维和世界之间一块扭曲现象的屏幕。在智者派以后，欧几里得几何学和亚里士多德的直观思维逻辑学让位于工具主义的思维，直接观察让位于证明方法。如今，所有逻辑含义的运动精神就是信息内涵的丢失：“苏格拉底会死去”比“苏格拉底是人”告诉我们的东西要少一些。所以，语义问题早在推理结构问题之前就注定要销声匿迹了。认为数学的形式系统已经逃脱了这种退化衰落的厄运，这是一种虚假的想象，在这一方面，现代思想仍在经受这种空想的折磨：形式化本身缺乏可以理解的内容，不可能成为知识的源泉。

从信源传送到信宿。这一理论对于消息的实际意义是漠不关心的，它不但与其意义无关，而且也不能用来确定一个意义。在我们的字母系统中，“enter”（进入）与“leave”（离开）这两个单词的长度相同，因而两者所含的信息量也相同。有谁会认为这两个单词的意义也相同呢？信息论尽管有这一基本的缺陷，但它有两个重要的优点。将信息看作负熵，就能精确计算施加于所有通讯上的热力学条件。此外，信息论还促使数学家们将注意力放在编码问题的几何和泛函方面，将这种问题看作为函数空间之间的一种非常普遍的对应关系。源出于电子技术的需要，人们已表明有可能建立带有“统计学形式”特点的一种理论，这种形式与其孕育它的物理基底完全无关。

10.2.2 生物学与语义

显然，在生物学这一最接近人类的学科中，人们希望能够看到“语义”这个概念会再次出现。它的确已经出现，但它是在两种非常不同的情况下出现的。一种情况是，根据格式塔理论(Gestalt theory)，我们可在感知论(theory of perception)中找到“语义”这个概念。例如，生理学家戈尔德斯坦(Goldstein)、于克斯屈尔(Uexkull)等人在各不相同的领域里工作，旨在再现动物和人类行为的重要特点。这类尝试往往涉及到巧妙而又深刻的分析，但在人们眼里，它们都带有一点语言描述中无法为人们接受的一种终极主义形态的味道，而且还找不到一种联系到生理学和物理化学基底的解释。因此，这类研究仍是与实践领域脱节的。

新近在遗传学和分子生物学中取得的进展，就是生物学

重新引入"语义"这一概念的第二种情况。人们已经发现，染色体DNA的分子对于突变的出现具有决定性意义。有机体遗传性(更准确地说是基因型)已被证实就是用DNA链中一个核苷酸序列组成的一个"单词"，遗传"密码"的发现使我们懂得它是怎样决定蛋白质这种具有生物功能的分子结构的。人类书写所有的字母排列顺序竟能如此逼真地模拟生物化学反应的过程，实在使人叹为观止。我们可以毫不迟疑地说，这一发现是1925—1930年量子力学兴起以来对科学思想的一次重大冲击。但是，它的实际成就却将分子生物学置于一种在认识论意义上的令人不安的局面。它在根本上是一种唯物主义的观点，因为它认为生命结构也只是分子排列的一种方式而已。然而，我们又怎样用分子反应这种语言来说明生物体的稳定性，像细菌那样的生物与分子相比尚且已经很庞大，更不用说像跳蚤和大象那样的后生动物了。用这一观点看问题，一方面要求用唯物主义作为出发点，另一方面在描述生命动力学时又要使用赤裸裸的拟人语言(如分子信使、信息的编码和解码、酶的创造者)，这两者之间存在着鲜明的对照。许多学者沾沾自喜于技术上的一时成功，对于这种内部矛盾却熟视无睹。也有一些人相信在信息论中可以找到解决办法，尽管情况并不是这样。再过几年我们回过头来重温一下某些生物学家的著作，一定会感到滑稽可笑。在这些著作中，生物学家感到震惊，人的基因所包含的信息不见得比低贱的大肠杆菌的基因所含的信息多上一千倍，而比一条蝾螈或一粒玉米的基因所含的信息竟要少得多……好像DNA链中的核苷酸具有一种等概率分布！好像核酸材料的维护与复制不要求存在一种自己能够严格而又具体适应的细胞质环境！在这一点上，似乎

只可能有这样的假设：考虑到系统的整体活力所加的限制，DNA 链应重新组成相对独立存在和稳定的片段，即“有效”片段（significant segment）。另外，这还可以形成一种关于功能附属性的层次关系，就像语言可以分解成句子、单词和字母一样。遗传“密码”直接相应于最初等的一级，这就类似于单词中的字母，也就是语言学家的“第一级发音”（level of first articulation）。基因是在有效片段重组的演变过程（包括复制、重排、拓扑分离等）中形成的，这一过程类似于有机体通过逐步复杂化使各个整体调节结构组合起来的过程。当然，在实际中，我们还只能粗糙地说出这一理论的要点，但这已经表明，掌握一种理论来重新建立整体动力学与局部形态学之间的联系，这是非常必要的。试图说明整体动力学情况（“所指”）和相应的局部形态（“能指”）之间关系的学科不就是“符号学”吗？

10.2.3 客观性与语义

在此我们要提一下形式主义者的一条有名的反对意见：若“能指”是以现象可以描述的形态出现的，而且这种形态往往又是可以根据经验再现的，那末，与此相对照，“所指”就只能通过反省来读出，而且只有一种纯粹的主观存在。在这一方面，如果没有有意识的或能思考的信宿存在，那末不像我们所提议的那样去谈论语义这个概念，岂不是在不可容忍地滥用语言吗？对此，我们的回答是：

(1) 无论做何事，一切科学都以人作为最终的信宿；在这一意义上，所有科学学科对学习和使用它们的人来说都是意

义的载体。这一要求在实际中是自动满足的：一种无法弄清楚的理论，如果一定要提出来的话，那就必然会自行消失。

（2）因此，给观察者造成的"语义"感觉的现象学不变性的各种因素来自于外界的真实性质，来自于与这些事物有关的形式对象的客观存在（我们称之为"语义的载体"），我们对此难道还有异议吗？诗人们就很懂这一点，早在科学家之前就曾有人这样吟诵道：

自然界堪称一座庙宇，
柱石张口却语无伦次，
行人穿越这符号之林，
万千气象啊尽收眼底。

（3）如果我们同意（b）中的论点，而且因为其中的内容涉及到思维的最原始的特点之一而难以忽视，那末，无论如何总应当弄清楚如何才能估量和判断这类符号结构。一切历史告诉我们，犯错误的一个重要根源在于，思维总无可救药地试图将这些结构人格化，将它们作为具有实际效应的客观实体来看待。例如，我们可以想起人们对天空中星系所作的形象化解释，这就给占星术及其他荒诞不经的理论开了绿灯。

我们对思维的这种顽固倾向应当施加怎样的限制呢？在我们看来，只有一种可能，那就是创造一种关于"意义"的理论，其特点应使求知这一行动本身就是这一理论的必然结果。换言之，若有一个现象对我们来说似乎是一种意义的载体，我们就要知道为什么以及怎样才能使其带上形式的因素。我们可以暂时撇开意义的主观性，设法给出一个具有几何学性质

和动力学性质的客观模型。这种模型可在力学的"共振"思想中找到。

10.2.4 动力学中的共振概念

用明显的数学方法描述的共振概念，只是在一种非常特殊的情况下才可能出现：一个线性谐振子受到周期性脉冲的作用，脉冲的频率等于振子的固有频率时就发生共振。但是，"共振"这个词所指的动力学现象却更加广泛。我们要将它作为本质上是一个定性的概念来介绍，因而尽量少用数学概念和数学方法。

考虑两把相同的音叉 D 和 D'，假定 D 发生振动。如将 D 移近 D'，则 D'因与 D 发生共振也开始振动。D 的一部分动能传给了 D'，D'的振动与 D 的振动是同步的。从根本上说，这乃是一切共振的典型模式：开始时有两个完全独立的动力学系统 S 和 S'，其动力学稳定区域分别为 R 和 R'。让这两个系统相互靠近，使其自由地互相作用。一般说来，这样得到的复合系统将不再稳定，因为此时得到的并不是两个系统的简单拓扑的乘积 $S\times S'$，也不是动力学区域的乘积 $R\times R'$，而是向一个公共的更加稳定的区域(即共振区)发生退化。系统 S 与 S'都失去了自己的个性，事实上，此时我们只有一个不可分解的混合系统。

作为一个简单而又典型的例子，可取两个单位圆 C 和 C'分别作为动力学系统 S 和 S'，坐标为 x 和 y。在 C 上给定一个长为 $X=a$ 的常向量场，在 C'上给定一个长为 $Y=b$ 的常向量场。于是，在环积 $C\times C'$(见 10.2.13 附录 1)上，就

有一个斜率为 b/a 的常数场。这样一个场在拓扑学上是不稳定的。若 b/a 为无理数，利用扰动就可将它变换为一个邻近的有理数 p/q。斜率为 p/q 的场退化为一个显示孤立闭轨线的场，这些闭轨线吸引并且抓住了复合系统的演变。若 p/q 不是一个简单有理数，则斜率为 p/q 的闭曲线将非常长，并交织成环面 $C\times C'$，以致在热力学上说来，新的演变很难与初始演变相区分。此时，可说我们研究的是模糊共振(blurred resonance)。另一方面，若 p/q 等于 1 或是某一简单有理数，则其吸引子就非常短，新演变就将截然不同于非耦合演变，并将强烈地显示出同时性。此时就是一种非常稳定的清晰共振(sharp resonance)。上例说明了在哪一点上共振可发生变化。在某些情况下，我们研究的是模糊共振，这种共振相当不稳定，会有涨落的变化，并且对于两个系统的自洽性只有很弱的影响。而在另一些情况下，情况却相反，两个系统都将失去自己的独立性，并且合并成为唯一的动力学系统，也就是共振系统。在这两类情况之间，存在着一个关于共振的准连续区。在两个圆周 C 和 C'的情况下，仅当 p/q 等于 1 或是一个简单有理数(见 10.2.13 附录 2)时，才可能出现清晰共振。

现考虑这一概念所涉及的一种非常普遍的现象：除非两个系统 S 和 S'的振动模式具有共同的定性特征，否则它们不可能通过共振进行能量的交换。

我们还可得出下列结论：对于整体能量 E，在某一辅助欧氏空间 R^4中指定一个形式 $T(E)$，即可确定系统 S 的振动特性，$T(E)$即称为系统的谱，它是 E 的一个函数。当两个系统 S 和 S'开始发生相互作用时，相应的两个空间 R^4将合二而一；两个系统能否通过共振统一在一起，这将取决于两个

“谱”$T(E)$和$T(E')$相互接近的程度。若有一对能量E和E'，$E+E'=h$，亦即h为两个系统的总能量，且两个“谱”完全重合，那就会发生清晰共振。特殊地，若有

$$E=E'=\frac{h}{2},$$

则可使两个“谱”完全重合，此时共振将出现非常陡峭的峰坡。我们认为在此应能看到传输现象中编码的起源。一切相互作用最终都将取决于共振现象，因而欲使传输过程可靠并尽量减少可能出现的“噪声”，那就应当利用稳定而又清晰的共振。这就要求使用能保证信源和信宿同构的装置，并使传送的消息具有一种重复的形态(见10.2.13附录4)。

同样，上面粗略地介绍的数学方法，也可用来说明类似于共振现象的两个图形间的度量对应(例如，钥匙的齿槽必须与锁的结构相配)，这种对应是大家常见而又合理的现象。同样，在结构语言学中，根据泰斯尼埃的定义，动词的组配数限与化学中的原子价一样，可以比作为“核”的一只钩子。

10.2.5 共振与语义

在平常谈话中，如果考察一下哪些语句最短而又能提供一种独立的语义，那就能注意到这应当首推单数第二人称祈使句中的命令词，例如，置于句首的感叹语：Damn(该死！)，Heavens(天哪！)等等，这些词的实质性内容几乎用不到说出来。此外，也正是祈使语为动词提供了一种不大起眼的形式，如dic, duc, fac, fer,…(至少在古典语言中有这种情况)。动物的叫声本身就可看作为祈使语。事实上，有人向我

们发出诸如"Come!"(来!)和"Take!"(拿着!)那样的命令，我们是很难违拗的。大家知道的语言游戏"Simon says…"，其基础就在于各方都自动地听从对方的命令①。我们可以说，"理解"一条命令就是执行这条命令(至少在实质上是如此)，因为何时开始执行命令总是避而不说的，事后所作的分析无疑会表明，我们的大脑理解这条命令，因而就付诸执行了；但这是对一个完整过程作出的分析性说明，它可能是不合理的②。

如将整个大脑活动当作一个动力学系统来考虑(齐曼的模型)，就可假定，对于代表动词的每个运动场在此都对应于一个真模型，即大脑动力场的吸引子A。在听到命令时，大脑动力场受到一个激励s，从而使其进入一种受激的状态。这一状态在为吸引子A俘获时即趋于稳定，与此同时，运动神经细胞受激发，从而产生执行命令的动作。

我们可能感到，这种解释似乎染上了简单化的行为主义的色彩，但是它在更为复杂的情况下仍是有效的。如果谈话对方向你说了一句话，而你想表明自己已听懂，那就会说："噢，明白了，"这就说明你的大脑已进入一种有限的稳定状态，即使对方重复说了一遍，你的大脑也不会离开这种状态。"理解"在某种意义上就是使自己免受在感知消息时形成的刺激的影响，因而能保证对已经出现的情况采取正确的态度。

如在一条消息的影响下，大脑动力学场并没有一个吸引

---

① 在这种游戏中，一方给另一方下达一系列简单的命令，如：举起右手，轻拍左腿……等等，其中某些命令前加上了"Simon says"(西蒙说)一语。对方只能执行最后一条命令，要是执行了前面的一条命令，那就得认输。

② 如我们对发出命令的人没有好感，因而不希望服从的话，那就可以表现出心不在焉的样子：我听到了命令，但没有听懂。

子能够保险地捕获此消息，那末此消息也就没有“意义”了。若将理解与动力学共振作比较，就不难明白，一段文字意义的缺乏决不是完全的，因为它是由不同程度上模糊而又波动的共振形成的，因而它无法抓住大脑的思维。在某些诗作中经常出现的这种拿不定主意的情况，通过诗歌和发音，能使头脑对真实的感情更敏感。但在普通语言中，一般都因为抓住了语义而使真实感情受到了抑制。一条消息在开始时本来就没有多大的意义，后来因为重复，通过记忆的现象，或者经受了类似于药物过敏情况下所观察到的那种敏感性，反而使消息变得更加枯燥乏味了，这种情况也不是不可能发生的。

在简单命令(如：来、拿着等)的情况下，确定执行命令的运动场预先就存在于我们运动生理的结构中。伴随的活动是学会识别相应单词的发音。在更复杂的情况下，为了理解一段文字，很可能需要形成一个稳定区，这一区域在这个人的历史上从未受到过激发，这样，我们在理解自己以前从未碰到过的句子时，就会有新想法形成。此时，相应共振并不是神经动力学场中原先存在的振子产生的结果，而是直接与对词汇所作的理解而引起的振动发生共振时得到的形式。

于是，我们要假设，“语义”一词表达了一个系统在外界扰动的影响下，选取修正区域来消除扰动影响的可能性。为了使这个解释更客观一些，我们以后还要对它作进一步推广。

10.2.6 形态的逻各斯和系统的逻各斯

斯宾诺莎在他的《伦理学》(Ethics)的开头就断言，每种事物都有保存自己的倾向。这一论断在某些人眼里可能被称

作老生常谈，但是它值得我们进一步回味：任何一个事物，不管其本性如何，都可以通向存在，都可以被看作为已经存在，都可以在我们的世界观中用一个词来区分，因此，总有必要在人的认识限度内，使其取得起码的稳定性。考虑到我们的研究手段，这一范围无疑还是巨大的，而且还在日益增大。在空间上，其范围从宇宙的直径一直到质子的半径（10^{-14}厘米）不等；在时间上，其范围从宇宙的年龄（10^{10}年？）一直到大型加速器中质点碰撞所经历的“共振”时间（10^{-23}秒）不等。我们还可注意到，每个事物都可被认为是一种形态，也就是在一基底空间E上的一个局部特征。这个基底空间不一定是通常的时空，它可以是一个抽象的空间，其坐标具有“语义轴”的定性特点。因此，根据这一观点，一切事物的稳定性都是空间形态的稳定性，我们所希望的是要为其找到一种动力学解释。

即使不作详尽而又困难的数学推导，我们也能相当精确地介绍模型的基本思想。这一思想有一个形象化的前身，那就是关于柏拉图洞穴的神话：我们只能看见事物在一个平坦屏幕（也即洞壁）上的射影，永远看不到事物本身。若 E 为基底空间，也就是有待解释的形态 F 在其上出现的屏幕空间，则引入“隐坐标”，也即支撑在一个“内部空间”I 上的附加坐标。动力学过程本身就是在其积空间 $E\times I$ 中发生的。向 E 作射影，则从奇点中即可引出形态 F。

现通过线性谐振子的简单例子来说明上述模型。

设 m 是 Oq 轴上的一个质点，其运动可用一个引力来确定，这一引力的大小与离开 O 点的距离成正比：

(1) $$q''=-\omega^2 q。$$

Oq 轴即为我们的基底空间 E，它也可叫做外部空间。现引入

Op 轴，作为内部空间，而内部坐标 ωp 等于点 m 的速度 $q' = \mathrm{d}q/\mathrm{d}t$。于是，在平面 Opq 上，二阶微分方程(1)与下列一阶微分方程组等价：

$$\begin{cases} \dot{p} = \omega q, \\ \dot{q} = -\omega p, \end{cases}$$

其轨线为圆周 $H(p, q) = p^2 + q^2 = r^2$，圆心在原点。

若对系统施加一个扰动，比方说，加一个外力，或者对引力作修改……但不考虑摩擦，并局限于考察这一保守系统的内部，那末这个微扰系统就可用接近于 $H(p,q)$ 的新函数 $H_1(p, q)$ 来刻划。一个经典定理告诉我们，函数 H_1 和 H 一样，在 O 点邻近也有一个二次极小点。因此，新系统可用一族同心的闭曲线来描述，在所有点处，新系统具有与原系统相似的定性特点。最后，在发自周围环境的连续摄动中，奇点

$$H = p^2 + q^2$$

的代数学特性确保了这一振动现象的**唯一性**和**稳定性**。

这里，我们又一次碰上了赫拉克利特。我们知道，物理学为我们显示了一幅世界的图景，这一图景与 $\pi\alpha\nu\tau\alpha\rho\varepsilon\iota$（泛变性）一致。宇宙只不过是一缸电子、质子、光子……等等，一切事物都飘渺不定，并处于无休无止的相互倾轧之中。在通常的尺寸下，这一缸东西怎么能安定下来，变成比较稳定一致的形态，而远离理论上提出的那种量子力学混沌状态呢？虽然有些物理学家坚持认为，我们这个世界的秩序是基本无序的必然结果，但他们仍丝毫无法给我们提供一种令人满意的解释，使之能用来说明普通物体及其定性特点的稳定性。（事实上，他们的理论基础尚不够稳固，怎么还有可能做到这点呢？）在

这一问题上，我认为有必要采用一种与此相反的观点。希望能将事物分解成一些最基本的东西，然后用其相互作用来说明形态的稳定性，这只是幻想而已。至于上述线性谐振子，一种形态的稳定性就像在赫拉克利特的泛变流动中旋涡的稳定性一样，完全取决于代数-几何方面的结构(如二次奇点 $H=p^2+q^2$)，它对于影响着形态的连续扰动来说具有结构稳定性。正是考虑到这种代数-几何特性，我才建议采用赫拉克利特关于形态的逻各斯这一概念。

代数-几何结构能够充当空间形态的"逻各斯"，但对它进行数学描述乃是一项庞大的规划，很少有数学家撰写过有关的材料，即使写过也只是刚刚开了一个头。定性动力学中的结构稳定性理论推算起来还只是过去十年中的事，概念和方法都还远远没有弄清楚。但是，这一稚嫩的理论在认识论上已经引起人们相当大的兴趣，它还为综合各种截然不同的科学领域提供了良好的前景。下面我就要介绍一点有关这种前景的思想。

首先，我打算用一种非常拟人化的语言，介绍某些与逻各斯有关的重要内容。一般说来，在基底空间 E 中，一个逻各斯对于它所确定的形态来说，具有一种感染力。例如，线性谐振子的"二次逻各斯"利用了弹性介质中波的传播这种大家熟悉的现象来表现自己的感染力。

此外，若在同一基底上定义了多个逻各斯，这些逻各斯最终将会发生冲突(在此又碰上了赫拉克利特！)；但是，在这些不同的理性之间发生的冲突，往往会根据结构稳定的格局，将自己在空间中组织起来，而这一格局本身又受到处于更高层次上的一个逻各斯的支配。这一可用代数方法刻划和说明的

现象可以称作为一个“突变”。在文献中，我已将这些突变（称为初等突变）列成一表，它们就是在我们这个四维时空上的“二次逻各斯”中出现的突变。突变的逻各斯可用一个势的奇点来确定，这一势函数比二次函数更退化，而突变就在基底空间上开折这个奇点。用这种方式可以解释流体力学中波的破裂形态和某些生物形态学现象（如在胚胎学中）。另外，这些突变还可用来确定作为独立成分的不同逻各斯之间发生相互作用的初等图形。我们将用结构语言学的原理来说明这些图形（参见下面之图表）。

除了同一基底空间 E 上各个逻各斯之间突变的相互作用以外，我们还可定义不同基底空间上两个逻各斯的拓扑乘积。设形态 F_1 用逻各斯 λ_1 定义在基底 E_1 上，F_2 用逻各斯 λ_2 定义在 E_2 上，则形态积 $F_1 \times F_2$ 是用逻各斯积 $\lambda_1 \times \lambda_2$ 定义在 $E_1 \times E_2$ 上的。我们说，形态 F 的一个逻各斯是不可分解的，如果它不能看作是定义在基底分解的子空间因子上的两个逻各斯的乘积。虽然一个形态 F 的一个逻各斯一般是不可分解的，但我们往往可在局部上将它分解为两个子逻各斯的乘积，不过，这种分解在整体上无效。

在 E_1 上的形态 F_1 和在 E_2 上的形态 F_2 称为是同构的①，如果两者的逻各斯完全相同，亦即可用同样的代数-拓扑结构来描述。在形态学上欲证两个形态同构（isology），可借助于它们在相应突变中特性的同形。［这使我们想起语言学中的交换准则（exchange criteria）。］此外，还应注意，在非同构的

① 我们提议采用“同构”（isologous）一词，因为“同调”（homologous）一词已被用得十分广泛。

② 在这一术语的通常意义下，类似地也可将它看作为一个非完全同构。

奇点名称	组织中心	万有开折	代表截面	初等互作用图	空间解释(名词)	时间解释(动词) 破坏性意义	时间解释(动词) 建设性意义
简单极小点	$V=x^2$	$V=x^2$			To be, object 是,宾语	To be, to endure 是,持续	
折叠	$V=x^3$	$V=x^3+ux$			The boundary 边界 The end 结尾	The end — to finish 结束	The beginning —to begin 开始
尖角(黎曼-雨戈尼奥特突变)	$V=x^4$	$V=x^4+ux^2+vx$			A fault 断层(Geology)(地质学)	To capture 捕获 To change 改变 To break 打破 To snap 折断	To engender 产生 To become 变成 To unite 联合
燕尾	$V=x^5$	$V=x^5+ux^3+vx^2+wx$			A crack 缝 A corner 角	To tear 拉开 To cleave 劈开	To stitch 缝合
蝴蝶	$V=x^6$	$V=x^6+ux^4+vx^3+wx^2+tx$			A pocket 口袋 A flake 薄片	To peel off 削去 To exfoliate 剥落 To fill a pocket 装袋	To give 给 To receive 接收 To empty a pocket 出空口袋

奇点名称	组织中心	万有开折	代表截面	初等互作用图	空间解释(名词)	时间解释(动词)	
						破坏性意义	建设性意义
双曲点	$V=x^3+y^3$	$V=x^3+y^3+wxy-ux-vy$			The crest (of a wave) 波峰 A vault 拱顶	To break (a wave) 打碎(波) To collapse 塌陷	To recover 恢复
椭圆脐点	$V=x^3-3xy^2$	$V=x^3-3xy^2+w(x^2+y^2)-ux-vy$			A needle 针 A pike 尖枪 A hair 毛发	To prick 刺穿 To penetrate 刺入	To fill 装(洞) (a hole) To destroy 毁坏
抛物脐点	$V=x^2y+y^4$	$V=x^2y+y^4+wx^2+ty^2-ux-vy$			A jet (of water) (水的)喷射 A mushroom 蘑菇 A mouth 口	To break (for a jet) 打碎(喷射) To eject 驱走 To throw 扔 To pierce 刺破 To cut 切 To pinch 掐 To take 取	To bind 捆 To open 开启 To close 关上 (the mouth) (口)

逻各斯之间，在局部上可有部分同构的概念②，以致交换准则也难以应用。在其他方面，对逻各斯的内部代数结构也应提出如何理解的问题。从下例可以看出，这一问题是非常复杂的。

10.2.7 生物的逻各斯

声称一切生物均同构，这显然是荒谬的：动物的逻各斯不可能是植物的逻各斯，人的逻各斯又与狗的逻各斯不一样。不过，生物的逻各斯的确也有若干共同点，这是通过某些功能和某些形态的准普适性表现出来的(如性生殖)。在人类的逻各斯和有机体的逻各斯之间有一个明显的不同点。一方面，人类逻各斯确定了时空的一个结构，也即由年龄为 a 的动物演变到形成一个年龄不到 a 的后代所取的形态；另一方面，在给定的瞬间，生物体的逻各斯是时间的一个截面。粗略说来，人类逻各斯 L_s 可认为是生物体逻各斯 L_o 乘上圆周轨线的一个谐振子的逻各斯 L_s 所得的积。这一乘积不是直积，而是"挠"积，它涉及到生物体形态波在基底空间中的演化，涉及到一条生长波。这一生长波描述了胚胎发育、成熟、有性生殖(形成性细胞)、受精以前配子的演化等情况。因此，我们在此将要研究一个动物体的逻各斯 L_o。作为首次逼近，基底空间 E 可取为通常的空间 R^3。可以设想的整个区域称为"领地" T，它比生物体本身一般要大得多。就其代谢结构来说，在生物体内有恒定的物质流、能量流、"意义"流通过。这就使我们能在生物体内定义一条总的倾斜线，即头尾(cephalo-caudal)线(胚胎期动植物轴线)。一般说来，一个生物体与进入它的领地 T 的

其他生物发生相互作用，争夺空间的竞争就是这种相互作用的最原始的生物学形态之一。这一竞争即取典型的初等突变的形态：捕获式、给予式、切除式……等等。动物头部区域专门化为关于感受环境和摄取食物的突变的支集；接下来是一个"躯干"区域，其中配有器官和功能场，为斗争和捕获的突变作准备。尾部区域是动物排泄突变的地方，同时也是动物衰亡突变的场所。动物的繁衍由调节机构(取决于遗传血缘)来保证，这种调节机构构成有一定大小的图形，称为调节图。这是逻各斯 L_o的一个特殊的开折。我们可将逻各斯 L_o的内部空间视为动力学系统 S 的一个相空间，它所描述的是生物体内部代谢状态的瞬时情况。

在动物其余部分的未受激状态中，一个系统 S 可用一个台球系统来表示，这只台球在相当平坦但内部地形不定的势阱内滚动。现给动物一个刺激 s，通过共振，系统 S 开始稳定下来，它在背景上打出一个局部极小点 q，将系统 S 捕获。激起这一真实模态后，就会出现对刺激的反射和修正。刺激一经修正，激励消失，系统 S 又回复到初始涨落状态，同时中止反射 r。我们可说，当刺激 s 通过共振释放出修正反射 r 时，动物已经"理解"这个刺激。这一共振机理原则上只适用于捕获和摄食这类有利于生物体的突变；而不利的突变(如动物受到捕食者的攻击)有时就成了作出自卫或逃跑反应的目标。伴随着共振的形成是与之相关的一种空间形态的出现(见 10.2.13 附录 3)。

在更高等的动物中，系统 S 存在着一个由神经活动构成的子系统 S'。S'的主要目标是为外部空间 T 提供一个模拟的摹本，其中 T 是由有关对象(食饵、捕食者)以及与这些对

象相联系的肉体位置组成的。有鉴于这一点，与重要生物学功能（睡眠、进食……等）有关的一些大型功能场很快就会得到精神上的表现，因为它们影响到肉体在 S' 中的映象。这样一个系统能更好地复写外部条件，与简单动物的初级机械行为（“刺激-反应”）相比，这种系统显然能对反射作用作出更加适当的反应。根据这一理论，我们仍将把空间表示和空间竞争作为精神活动的原型形态来看待。上面这番开场白对于理解生物逻各斯的基本结构乃是十分必要的。

10.2.8 语言的起源

我们已经看到，肉体的精神映象能很快地与主要的生理调节功能联系起来。动物王国的某些重要特征（如捕食者及其食饵）几乎同时要求有一种结构稳定的神经学映象。如果这种映象有一个相应的称呼，我们就说它已经取得作为概念的地位。猫当然具有对于老鼠的空间和嗅觉方面的映象，而且这种映象是结构稳定的，其逻各斯部分地同构于老鼠自身的特性，因为对于老鼠逃跑这种反应（也许还有其他一些对猫来说不那末重要的反应），猫显然是有所了解的，因而我们有理由认为，精神活动的首要自治机构“同构”于自身（也就是生物的逻各斯）。因此，生物的逻各斯已经成为构成“概念”的普适模式，但逻各斯本身的稳定性却取决于稳定地选择修正区域的可能性，取决于执行调节性反应的可能性。作为推论，构成概念需要有调节性突变存在。

概念具有活力论特点，这在上述论断中乃是无需多加说明的事。事实上，每种动力学结构要是具有非常强的结构，那

就必然会涉及到修改不连续性，也就是调节性突变。这是定性动力学的一个深刻结论。对于定性动力学，生物逻各斯必然是与之适应的。

不管怎样，我们总可以认为，一个特别具体的概念的逻各斯非常相似于一种低等动物的逻各斯。它有一个基底空间 E（维数小于等于 3)、一个领地和一条头尾倾斜线①。它的结构稳定性可由调节性突变来保证，后者的支集本质上处于这个假想的一般生物体的"躯干"区域中。在它的尾部区域中配有衰老和死亡的突变。

我们将看到，上述内容只适用于诸如生物那样的非常具体的事物的作用区。以后我们还要介绍抽象的逻各斯(如语言行为的逻各斯)。事实上，我的看法是，逻各斯的相互作用是借助于语法范畴在句法中作出说明的，它起源于与初等突变联系在一起的空间相互作用。

10.2.9 句子的基本结构

若用动物语言来判断，我们的语言似乎有两个来源：一方面，语言要为从遗传学中得出的某些功能性生物场的程式化服务。例如，小鸟鸣叫是为了明确自己的领地和引诱配偶。另一方面，对于群居动物来说，语言(警告性嘶鸣)主要被用来提醒同伴预防危险和其他可危及个体和群体安全的事件。我们有足够的理由认为，人类语言主要是从第二种情况中发展起来的，因为人类需要将周围环境的变化和"突变"现象告知其

---

① 注意：介词"in front"(在……以前)和"behind"(在……之后)可用在最抽象的名词前面。

他人。

但是，为了具体说明已经想见的突变的本质，句子结构当然应当反映外部突变的动力学结构，至少也得反映想象所提供的动力学解释。主观性在感觉经验的结构中所起的作用往往比人们所设想的要小得多。现以下列句子为例：

The day ends. （一天结束了。）

其类型为

—— ┤……

我们用这个符号表示"折叠"的逻各斯（就像我们用突变来描述事物的终结一样）。科学告诉我们，作为地球与其周围的阳光柱面接触的曲线，这一特殊折叠的确是存在的。而"一天结束"这个"突变"就是从明亮半球到黑暗半球之间的折叠相交线。另外，我们在这里还可以看到逻各斯的感染性质所具有的全部作用。已知在头脑中形成机理的程度（这种机理对于外界发生的事是非常敏感的）时，在我们的世界观中的不连续变化，就应根据相应于空间 R^3 上区域冲突的动力学模式来整理。如为每种句型配上一个初等的互作用图，就可得到如下的一张表，利用此表即可说明上面的结论。

例子

（1） 句型：—┤表示一种状态。例如，

It is raining. （天在下雨。）

（2） 句型：—┤或├—。例如，

The day ends. （一天结束。）

这种句型表示一个事物的开始或结束。动词在语法上呈中性（依泰斯尼埃的说法，是单价组配数限）。

（3） 句型：主语—动词—宾语。

这里我们研究的是一种经典句型。主语这个成分经过突变仍存在，它战胜了突变。宾语一般会受到突变的影响，如果它并未完全消失，那就是在某种程度上滥用了。例如，

Eve eats the apple.（夏娃吃苹果。）

当然，及物动词并非总表示捕获或得到宾语，但是，创造和消灭是典型的及物性动作，利用这种动作，结构形态继承或捕获行动的结构（后者的几何较为复杂些）。

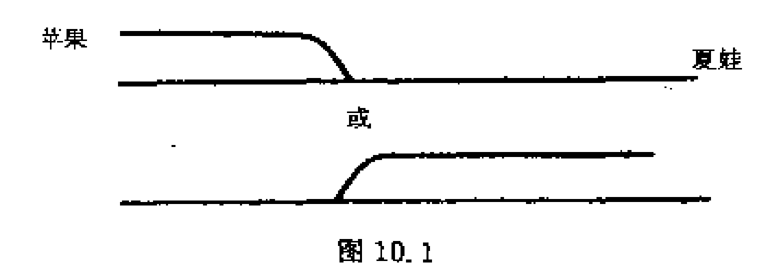


图 10.1

(4) 馈赠式(gift type)突变：泰斯尼埃的三价动词。例如：

Eve gives an apple to Adam.（夏娃将一个苹果给亚当。）

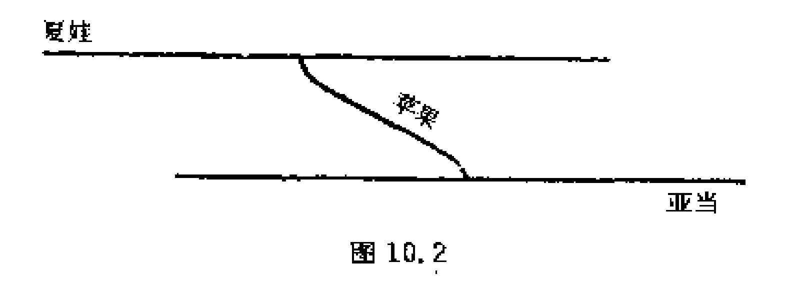


图 10.2

(5) 切除式(excision type)突变。

这种突变涉及到斗争的四价格式：主语 S 借助于工具 I，将宾语切割成两部分，即 E 和 P，P 可被 S 捕获。

例如：

He extorted my money with his revolver.（他

用手枪勒索我的钱财。)

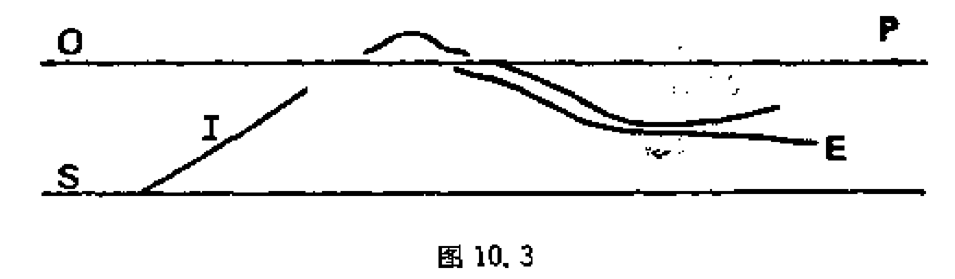


图 10.3

He cut off his head with a blow of his sword.
(他一下子用剑割下了他的头。)
我们注意到，这种相互作用的方式(用我们的术语来说)与抛物脐点有联系，它也是性生殖的方式。我们不是也说"The wife gives a child to her husband"(妻子给丈夫生了一个孩子)吗?

(6) 从同一奇点(椭圆脐点)的另一平面截口，可得用图 10.4 表示的作用图:

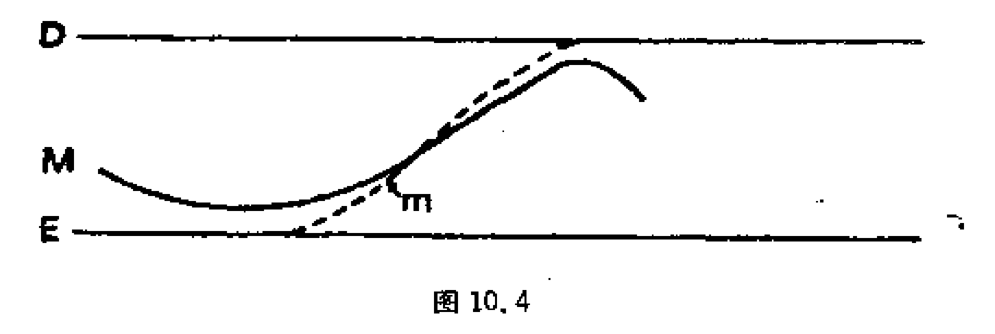


图 10.4

在此，同样有四个作用成分：信源(emitter)E，信宿(destinator)D，信使(messenger)M，消息 m(message)。信使 M 来到时，信源 E 分裂，发送出作用成分 m，这种成分在亚稳定的"连接状态"(M, m)中为信使 M 捕获。这一复杂系统走向信宿 D，并引起(M, m)的分离；"消息"m 为 D 捕获后，被解放了的信使 M 也就走开了。

这种格式在语法上是可以非常清楚地实现的。例如，

Peter sends John a letter by post.（彼得通过邮局向约翰寄了一封信。）

在生物形态学中也有多种实现的方式：在许多情况下，“消息”的功能是“通知”信宿，也就是促使他的逻各斯进入一种新的平稳状态（即新的形态）。在极端情况下，消息的目标可以是“捕获”或摧毁信宿。例如，设消息是一发子弹，射手就是信使 M，那就会发生上述情况。

上述这些例子提出了如下问题：在用代数学理论预测的全部格式中，只有某些格式具有生物学形态或简单句句法的形态，这种“选择”是用什么标准作出的呢？

必须指出，在这一方面，代数学理论能将一个“二次逻各斯”赋予作用成分，也就是说，最粗糙的代数结构就能确保稳定性。显然，在具体情况下，作用成分的逻各斯更为复杂，只有从适合每个逻各斯的理论中由逻各斯得出的格局才可能出现。因此，只有某些类型的突变格局才能取得原型的地位。在这一点上，句法结构形成的集合比生物学结构受到的限制要多得多。例如，从燕尾型奇点的某个截面可以得出图 10.5 所示的图形。对这一图形可以作这样的分析：一个稳定区必定出现，但在消亡以前，伴随着死亡时的抽搐，它会跳跃至境况依然不妙的一个亚稳定区。可以设想，只要语法范畴没有明确表明这一格式来源于活力论，那就不能将它用于概念调节图。我们对自身的死亡机理不是也没有弄清楚吗？

图 10.5

10.2.10 句子意义的动力学解释

现在我们打算说明一下形成句子意义的动力学。中心元素是动词：动词一开始就提供了一个相互作用的空间 U（维数不超过 3）以及谱图 $Q_S, Q_O, \cdots, Q_D$。根据动词的组配数限，这些谱图分别与主语、宾语、……、直接宾语有关。主语只要是一个概念，它就有自己的相互作用空间 V 和谱图 $Q(v)$，$Q(v)$ 是内激励状态的函数；关于宾语也有类似的情况。对于将 V 与 U 粘合的每一映射 h，总有一个形如 $S(v, h)$ 的互作用熵（在 10.2.13 附录 3 的意义下）与之相对应。如果在主语的调节谱中，存在一个修正模态，它的谱图 $Q(v)$ 与给定位置 h 的 Q_O 完全相同，那就会产生清晰的共振，其表现形式就是一种理解的感觉。至于描述空间运动的动词，则可用位移群的某些子群或整环来表示谱图 Q。甚至诸如"想"、"估量"、"判断"那样一些抽象的概念，也可以有空间的谱图。

由此可以弄清楚语法上格和介词的作用。为了不使共振和语义这两个概念出现含糊不清的现象，有一点极为重要，那就是用单词表达的概念之间存在的相互作用应尽可能迅速地提供最大的熵，免得我们瞎忙一气甚至犯下错误。要做到这一点，可为每个名词指定一个激励，也就是对其调节谱施加限制：主格（动者格）激发所有的"躯干区"，宾格（宾语）激发尾部区，与格激发头部区。所有格最难作解释，在"Y 的 X"这一用语中，概念 Y 通过一般方式受到激发而进入状态 Y'，直到超越了它的"自然意义"时为止；然后根据本身受激的某种普通的调节性突变，让它在内空间中与 X 发生接触；最后撤去

激励，Y'就会回复到自然意义 Y。这一共振现象并不是间断的，由它可以得出一个新的起到名词作用的复杂共振。

如果上述这些想法是精确的，那就要求语法范畴具有某种普适性；具体地说，动词的"逻各斯"在层次上就会高于名词的逻各斯，因为前者对后者的冲突起到了组织的作用。因此，动词-名词的区分将会具有一种普适性。

10.2.11 抽象逻各斯

如同调节作用一样，生物内部环境的稳定也可用一整套比较粗糙的生理学功能(如呼吸、进食、排泄等)来保证，所以，一个具体概念的"逻各斯"就可局部地分解为几个逻各斯因子的乘积，进而得到更为简单的调节图。用这种方式描绘的概念，在基底空间的某些方向上，具有一种比较开放的调节图；这些就是"抽象"的概念。在极端情况下，如"end"(结束)和"gift"(礼物)那样的单词，相应概念的调节谱不再能作为单一的语言突变起作用，在这种突变中已有一个作用成分被挑选出来了。

在语言的史前形成期，到底是具体的词出现在先，还是抽象概念出现在先，这是一个需要作些考证的问题。似乎非常清楚的是，一个具体概念预先作为精神中一种稳定的自治结构(如在猫的精神中的老鼠)而存在，我们需要将它归结为一个单词的状态，正是从这种需要中孕育了抽象的做法。我们已经看到，一个概念的调节谱就是一种抽象的动物，现在则可设想，在遗传场侵入大脑场以后，这一抽象动物也会具有生殖的能力和一个性腺(生殖腺)。在某些激励状态下，这个概念会产

生出一个“配子”(gamete)，它就是这一概念的“逻各斯”的载体，也即说话者发出的“单词”。在听话者的头脑中，单词作为概念的真正种子开始萌发并长出幼苗；概念的“逻各斯”得到了开折，并重新组成概念的调节图，语义也就出现了。

正如在有性生殖中一样，生殖体代谢的平息使线状基因中的核酸材料得到浓缩，所以，借助于逻各斯的“组织中心”的重建，使思想过渡到单词，就有必要不断形成瞬时而又经过编码的动力学结构。通过树状分枝结构中的逐步分支，这种动力学结构就可用来生成(或激发)相应于单词的功能性运动场。也许我们可将这种瞬时性假设场当作语义学家的类子(classèmes)来看待(我们会不时创造出一些抽象名词，当然，这只是一种近似)，在诸如中文那样的象形文字中仍有这些“类子”的痕迹。在西方语言的起源中，有些语义学类子与发音字母(或音节)之间大概也有一种双向单义的对应，但发音系统很快就表明自己不适应于这些“类子”了，因而两种系统也就很快分道扬镳了。设法重组(用关于生物的一般功能场的术语来说)原始字母的类子价值，该不完全是乌托邦式的空想吧。

10.2.12 结论

遗传场侵入大脑场，这是概念思维的本源，也是柏格森(Bergson)提出的将器官与工具类比的另一方面。从我们的动力学模型中，可以得到进化过程中器官发生学的描述方法。这一方法可用如下方式规范化：每一种生理功能都对应着一个代谢的“突变性”调节，亦即一种可以验证的生理学“激波”；器官发生学就是这一激波的一种正反馈光顺，由此即能得到

器官的最后形态，因为它的作用能够防止生理性突变的发生（正如肺部呼吸会防止窒息一样）。

抵御外界的一切自卫功能从遗传平面上转移到大脑平面上时，人类出现了，这就极大地加速了进化的进程。但怎样在决定论的框架里对"正反馈光顺"(retroactive smoothing)（亦即一项行动对其前项会产生影响）作出解释呢？（这是一个关于生物学终极性的认识论问题）若认为生物学空间的逻各斯确定了一个连续的时空图，那末通常就可认为这一图形在进化过程中的连续变分将符合一条变分学原理，在这一原理中将不考虑间断点（也即图形的角点）。然而，这种光顺不但在过去的意义上可以实现，而且在将来的意义上也能行得通。

这种方式也适用于新词形成的过程：既然词往往具有与原意不同的含义，那末在概念调节图的某些内边界上就会出现紧张的状况，这种紧张状况完全有可能毁掉这一概念。创造一个新词来容纳新的意义，概念就能得到保护，因而形成新词也就成了不易批驳的拉马克原理（即"功能创造了器官"）的一个例证。同时，这也说明了进化过程已经大大加速，为从遗传平面向大脑平面的过渡创造了有利的条件。

在语言与世界之间的关系这个问题上，上述模型还是比较精确的，语言使我们有可能比较正确地描述这个世界，但它具有一种隐含的结构形态（物理学形态和生物学形态）。说它具有物理学形态，因为每个初等句的结构都与时空中最一般的现象学间断点的结构同形（同构）；说它具有生物学形态，因为每个具体概念都与一种生物或动物"同构"。

但是，我们的理论所作出的最大贡献也许在于它提出了形态的"逻各斯"这个概念。例如，我们知道，至今对生命还没

有一个可为大家接受的定义。我要说，将生命结构与非生命结构分开的性质是相应的调节图和逻各斯的一个拓扑学性质。根据一个明显的循环定义，我又要说，刻划生命特性的就是附属于生命的一切。某些形态受到自己外表的影响较小，那就是非生命形态；与此相反，另一些形态则用聪明巧妙的办法来捍卫自己的存在，那就是生命形态（对于人类的这一特点作出组合论定义，这也许不是空想吧）。最后，即使在物理学这个领域中，我也并不认为逻各斯这个概念是一文不值的。在同形的突变中关联的两种形态必定同构，同样，形式主义的语言学家将一个词的意义定义为这个词的用法，也即它在有意义句中与其他词之间的一系列相互作用。所以，所谓的自举派（bootstrap school）物理学家声称，一个粒子是由它所在的互作用网络完全确定的。

10.2.13 附录

（1）两个空间的乘积

设 A 为一个度量空间：对于 A 中每一对点 a 和 b，都有一个正实数 $d(a, b)$ 与之对应，这个正实数就是 a 与 b 间的距离。这个函数关于 a 和 b 是对称的，当且仅当 $a=b$ 时 $d=0$，并且满足三角形不等式：

$$d(a, b) \leqslant d(a,c)+d(c, b)。$$

设 A 和 B 是两个度量空间，$d(a_1, a_2)$ 和 $d'(b_1, b_2)$ 分别为它们的度量。给积集 $A\times B$ 装上一个度量 D，比方说，可用勾股定理来定义：

$$D^2(a_1 \times b_1, a_2 \times b_2) = d^2(a_1, a_2) + d'^2(b_1, b_2)。$$

这样，积集 $A\times B$ 成了一个度量空间，我们称它为 A 和 B 的积空间。

例　设有平面 Oxy。线段 A 定义为 $0\leqslant x\leqslant 1, y=0$；线段 B 定义为 $x=0, 0\leqslant y\leqslant 1$。（$A$ 和 B 中的度量由欧几里得距离来定义。）于是，积集 $A\times B$ 可用正方形 $0\leqslant x\leqslant 1$，$0\leqslant y\leqslant 1$ 来表示，其中度量也取为欧几里得距离。

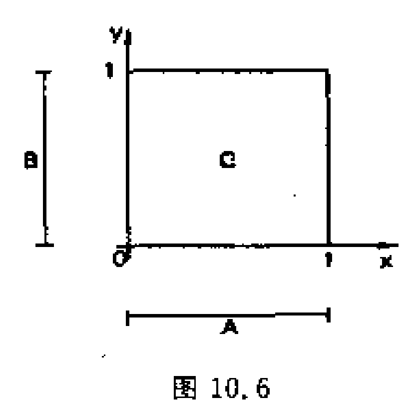


图 10.6

假定将线段 A 的两端 $x=0$ 和 $x=1$ 叠合，则可得一圆周 A'（它具有诱导度量）。（这第一个拓扑定理可以追溯到赫拉克利特：在圆周上，起点与终点是同一点。）类似地将 B 的两端叠合可得一圆周 B'。然后再作出乘积 $A'\times B'$；我们也可直接从正方形 C 将它作出：将图 10.7 中的 p 点和 p' 点叠合，m 点和 m' 点叠合，它们同一个与 Ox 或 Oy 平行的单位平移相对应。这样得到的空间就是两个圆周的乘积，它是一个紧曲

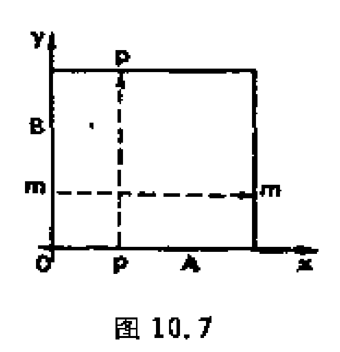


图 10.7

面——环面。事实上，我们可将正方形 C 的内部一一对应地映射到一个回转环面上。图 10.8 中我们标出了其上的一条经线 A 和一条纬线 B。

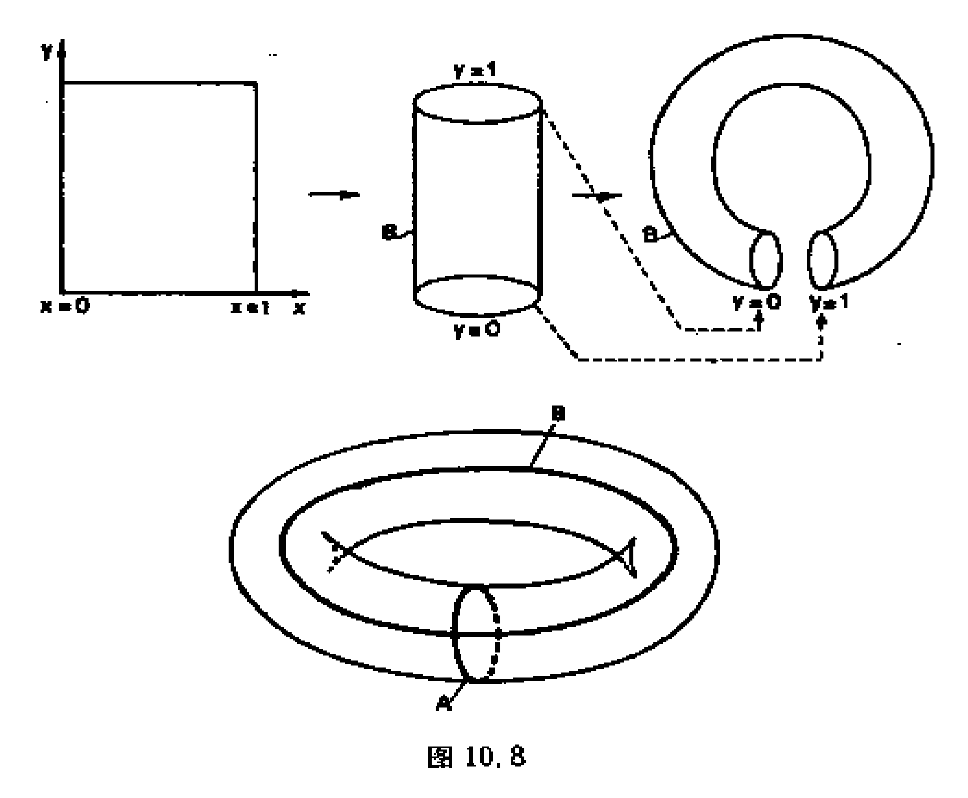


图 10.8

(2) **两个圆振子的乘积**

假定我们在圆周 A 上给定了一个长为 $X=a$ 的向量场 X；在圆周 B 上给定了一个长为 $Y=b$ 的向量场 Y。利用场 (X, Y)（其分量为 (a, b)），可将这两个系统的集合考虑为环积 $A'\times B'$ 上的单一动力学系统。此场在正方形 C 中的轨线为斜率等于 b/a 的直线。若 b/a 是无理数，则任一轨线都不是闭曲线。另外，每一条轨线在环面中都是处处稠密的，也就是说，每一条轨线都穿过环面每一点的邻域，证明可参见《经典力学的遍历问题》(*Ergodic Problems of Classical Mechanics*, V. I. Arnold and A. Avez, Benjamin, 1967,

p 18)。否则，若 b/a 是有理数，即 $b/a=p/q$，p 和 q 为整数，则每一条轨线在绕纬线 B 走过 q 次、绕经线 A 走过 p 次后，即自行闭合。

在环面上的这两个向量场是结构稳定的。我们可以证明(参见 M. Peixoto, *structural stability on 2-dimensional Manifolds, Topology*, 1962)，每个邻近的稳定场都有下列结构：它由有限条吸引闭轨线组成，每条闭轨线的"旋转数"都为 p/q；这些轨线又由同一数目的排斥闭轨线隔开，它们的"旋转数"也是 p/q。其他(非封闭)轨线都从一条排斥闭轨线向一条吸引闭轨线盘旋。参见图 10.9，其中只画出一条吸引闭轨线 Γ 和一条排斥闭轨线 Γ'。

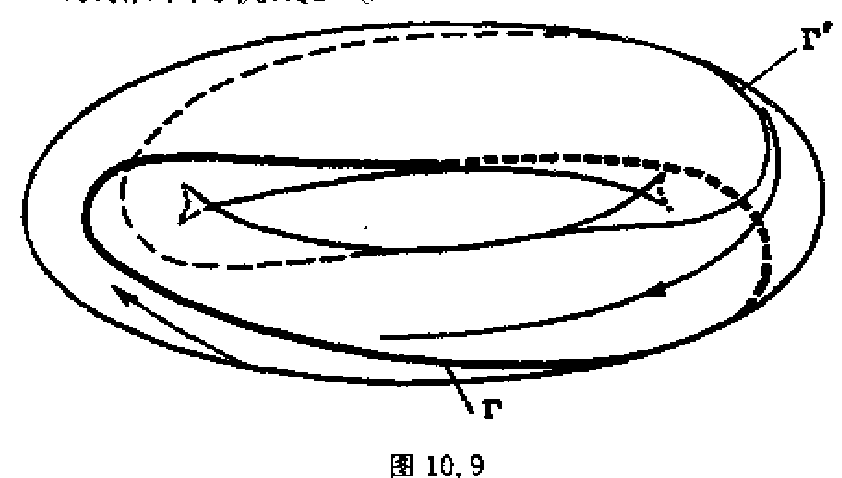


图 10.9

在两个振子 A 和 B 的初始非耦合情况下，环面上的运动是遍历的，也就是说，在一段相当长的时间内，一个代表性的点在环面区域 D 中出现的概率与区域 D 的面积成正比。在场退化为一种稳定情况以后，这就不再成立了；因为要是区域 D 与代表点所趋向的吸引轨线不相交，那末它在 D 中出现的概率就是零。所以，共振的形成破坏了初始系统的遍历性，从而也深刻地改变了它的热力学特性。但是，这种改变在

一定程度上总是可以明确的。当"旋转数"p/q 是一简单数时，吸引子非常短，于是会发生清晰的共振，而且它是非常稳定的。极限曲线Γ的一个邻域只覆盖到环面上很小一部分，此时我们也远离初始遍历的情况。若与此相反，p/q 不是简单数（只与大整数有关），极限曲线就非常长，根据初始系统线性特征的一个残数，极限曲线趋向于用非常均匀的方式（即非常"公正地"）将环面划分成小块。这一曲线的一个邻域几乎可以覆盖整个环面，除了区域 D 中一小部分以外，其遍历性在其他地方都成立。此时，我们面临的是一种模糊的共振（在图10.10的正方形 C 上）。

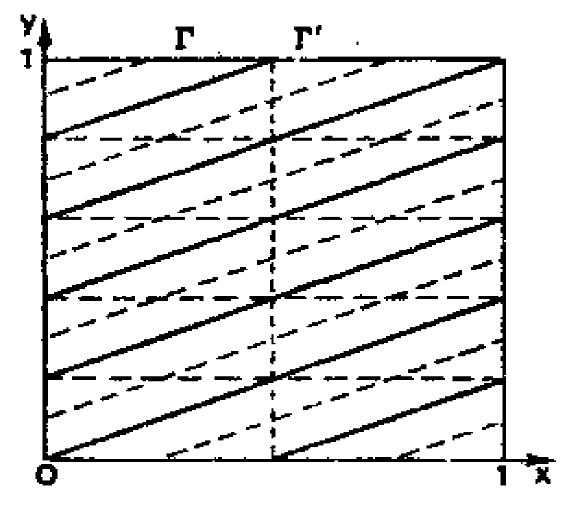


图 10.10 模糊的共振 p=2, q=3

(3) 小结

让我们用经典动力学的语言来作一小结。假定 S 和 S' 是两个保守哈密顿系统，其相空间分别为 M 和 M'，并有哈密顿算子 H 和 H'。M 的演化可用 M 中一个向量场 X 来刻划，X 是借助于哈密顿-雅可比方程

$$P=\frac{\partial H}{\partial q},\qquad Q=-\frac{\partial H}{\partial p}$$

从 H 中导出的，且在场 X 下，等能量超曲面 $H=E$ 不变，在这些超曲面中用刘维尔(Liouville)测度确定的体积也不变。此时，再假定除了能量之外，系统 S 和系统 S' 将一个向量作为(至少是近似地)自己的初积分，这个向量在一个向量空间 V 中取值(如动量矩)，使 S 和 S' 间的关系满足下列条件：$E+E'=$ 常数(能量守恒)，$V+V'=$ 常数。暂设在超曲面 $H=E$ 和 $H=E'$ 上，刘维尔测度是遍历的。利用关系式 $V+V'=$ 常数，就可认为空间 V 和 V' 相同，因而可定义一个从 V' 到 V 上的映射。利用规范映射 $\pi: M \to V$，超曲面 $H=E$ 将自身映射到 V 上。对于 V 中每一个开子集 W，考虑其逆象 $\pi^{-1}(W)\cap\{H=E\}$ 的刘维尔测度，我们就能在 V 上定义 E 的一个密度，记为 $\mu(E)$：

$$m(W,E)=\int_V \mu(v)\mathrm{d}v,$$

其中 $v \in V$。然后用下列公式求出“互作用熵”S：

$$S(E,E')=\int_V \mu(v;E)\mu(v;\ E')\mathrm{d}v。$$

这一函数的值愈大，两个系统间发生相互作用的可能性就愈大。若有一值 E，使 $S(E,h-E)$ 取极大值(严格极大值)，则复合系统 S、S' 向此值靠近，这个值就是这两个系统间发生共振的能量。显然，可有多个最大值，以至在各个最后的共振之间可以有竞争。因此，系统的选择原则上是由它们的初始位置决定的。

(4) 说明

在放下这一模式前，我还要指出一个重要的现象：我们曾假定，刘维尔测度是遍历的，但这一假设根本就不成立；特别

地，能量超曲面 $H=E$ 很可能是由两张连通曲面构成的，它们在 $H=E_1>E_0$ 的一个鞍点处连接在一起。在这种情况下，要是共振能量接近于阈值 E_1，则可望发生粗粒现象(coarse phenomena)，即互作用熵具有一个不连续点。因此，可说我们是在研究一种"突变式共振"。这可以通过其中一个系统(比方说，S)行为的一个粗糙间断点来说明，这在互作用空间 V 中将带来重要而又确定的形态学影响。根据上述模式，在生物形态发生学中，也许还在语义的语言编码理论中，这一现象都会起到非常基本的作用。

我们还要提一提这一模式的进一步推广：假定可通过拓扑空间 G 中的点使系统 S 相对于系统 S' 的位置参数化。在每一点 $g\in G$ 处，都有一个 V 与 V' 间的叠合映射，记为 $g:V\rightarrow V'$，那末根据下列公式，互作用熵 S 也依赖于 g：

$$S(E,g)=\int_V \mu(v)\cdot\mu'(g,v)\mathrm{d}v。$$

在此，系统向一个清晰共振的(可能是剧烈的)演化会使 G 中的 g 发生迅速的变化，因而也就对形态产生了重要的影响。

11 拓扑学与语言学

本章更详细地研究了与动词有关的原型形态等内容。

11.1 作为符号学的语言学

在此我打算介绍拓扑学在语言学中的某些应用。在日内瓦举行的这个纪念德雷姆(Georges de Rham)在拓扑学方面所作贡献的科学讨论会上,请允许我提一提索绪尔(Ferdinand de Saussure)的名字,他在本世纪初在日内瓦所作的著名报告《语言学讲座》(*Cours de Linguistique*),一般认为是语言学作为独立学科诞生的标志。

索绪尔的主要贡献之一是他对语言作为一个"符号"系统所作的分析。根据一个也许已为数学家忽视的定义,索绪尔从"符号"中看到了两个要素之间的联系:

(1) 一个是"能指"(signifier),即为一形态学过程。对于口语,是用声音表达的过程;对于书面语,则是在空间上线

性排列的过程。

(2) 一个是“所指”(signified),也就是我们通常所称的“意义”或“语义”。

索绪尔就是从这两个要素之间的关系中看到了语言的功能(也即他所说的“符号学”功能)。

在这两个要素中,只有“能指”较易作客观描述,并可用实验的手段再生。事实上,一切书面文章都可认为是由有限个不可分元素生成的自由么半群(free monoid)的一个“词”(字母表中的26个字母再加上各种标点符号)。如果不谈分析中的某些困难,那末口头语言也是如此,一句口语就可视作由有限多个不可分元素(“音素”)组成的一个序列。

另一方面,从心理学上来看,“所指”却只能靠反思来作研究,这就为创建理论带来了莫大困难。若能用索绪尔的模式(“所指-能指”)来说明语言结构,那当然是件好事。就从心理学方面的经验来说,人们马上会感到是“所指”决定了“能指”。因为我们希望表达这样或那样的一个想法,所以需要构造描述这一想法的句子。索绪尔提出了“符号具有任意性”这个经典的论断,从而否定了语句内容能够说明语句形式的观点。根据各种语言之间存在明显差别这一事实,索绪尔提出假设,认为在词组的形式中,没有任何因素与其意义和内容有联系。法国人说“berger”(牧羊人)、英国人则称“shepherd”,我们看不出为什么其中一个词比另一个词更适合于表达这一个意思。不过,要是希望严格地根据字母来接受“符号具有任意性”这一论断,那末试图合理地说明语言学形式的一切努力都将是徒劳无益的。我们发现,现代语言学已重新考察并修改了索绪尔的论断,而且在许多情况下已经弃之不用了。

一种诱人的想法是，赋予“所指”一种假设性形态 M，从而将“所指→能指”这个变换作为一个函数来考虑，这个函数将形态 M 映射到语言形态 L 中。事实上，至少在某些情况下我们是知道如何研究形态之间的关系的（例如，这就是信息论中编码理论的任务）。这也是“语义学家”选定的研究方向。有些语义学家（如耶尔姆斯列夫）曾试图给“所指”加上一个结构，但由于他们缺乏足够的数学知识，因而一直没有注意到形态 M 的支集可能是一个维数大于 4 的高维空间。因此，使用他们的这种简化方法只能导致软弱无力的描述。这类描述完全依赖于语言的逻辑分析，而且只能对普通语言作出，因而很难逃脱“语义学论域的封闭性”（closure of the linguistic universe）。（语义学论文中存在的同义反复和咬文嚼字的现象就是语义学论域封闭性的反映。）面对这些困难，有一派“形式主义者”在语言学中采用了一种做法，它类似于关于形式主义化数学的希尔伯特纲领。这一学派（如布卢姆菲尔德，哈里斯）声称，正确地研究语言可以而且应当完全避开语言的内容。任何一种给定的语言都可视为一种形式系统，我们的责任则是在其中指定一组公理，借助于这组公理即可确定哪些是“适当的”用语。这一观点促使形式语言的理论在最近几年里有所发展。这种理论实际上是一种纯粹的数学理论，其中用到非交换代数、群和自由幺半群。看来，这一做法在数学园地里比在语言学园地里能够结出更为丰硕的果实。不过，要将自然语言完全形式化，实际上似乎是很难办到的。这有下列几个原因：

（1）如可能将给定语言和用于理论解释的元语言同时形式化，那就必然会出现使算术都不能在整体上形式化的悖论。

"我现在书写的句子是不适当的"，这个句子就是自相矛盾的。

(2) 即使不要求同时将元语言形式化，自然语言的形式化也必然包括嵌套公理(nesting axioms)，这种公理可使适当用语(well formed expression)的长度增加。例如，设"A"是一个适当用语，则"我说 A"这个用语也是适当的。在标准的形式系统中，对一个人喜欢使用公理的次数并无限制，因此无论多长的用语都可以是"适当的"。但是，即使最最宽宏大量的作者(如普洛斯特)，对于句子的长度也都规定了一个上界。为了说明语言的形式，我们必然要涉及到它的动力学和发生学特点，而对于一个具体的句子，就须考虑有关句法变换的情况及其相应的神经生理学基础。这种句法变换不但可用于生成句子，而且能保证这种句子在语法上的正确性。但是，这几件事都会受到记忆因素和心理因素的牵制，因而能够办到的事相对说来也就不多了。换句话说，一旦用上一条公理，这条公理马上就会显得有点先天不足的样子。

(3) 最后，即使是"适当"这一用语本身，它在自然语言中也算不上是一个界限清晰的绝对概念。在实践中，不合语法或语义不清的现象还是按其严重程度分别对待的。此外，我们还注意到，不合语法和语义不清这两者之间的任何严格界限不可避免地都带有人为的意味。

尽管形式化的尝试会遇到许多难以预料的障碍，实际的形式理论(生成语法和转换语法)不但在数学上有其明显的重要意义，而且对于语言形式的局部描述也有无可怀疑的价值。这一点可从下列事实中明显看出：尽管我们有索绪尔关于"符号带有任意性"这一结论，在所有的人类语言中仍能找到某些特定形式的机制，它们具有几乎是通用的特点。因此，摆在我

们面前的就有一个语言通用性问题，它在若干年前还被人们视为空想，但近来随着形式理论的出现又再次成为研究的课题。

11.2 语言的通用性

下面，我们将要介绍语言的某些通用特点，这些特点可以认为是非常基本的内容。我们所用的形态也许过于严谨了一点，因而在形式上也就显得不够确切了。

(1) 任何文章都可分解成具有各种独立意义的句子，每个句子又可以分解为单词，每个单词再分为音节，音节本身是由字母(音素)构成的(双重分节)。

(2) 考虑一个句子 S。借助于原则上可以形式化的一些变换，可将它变换为一系列句子，称为原子句(atomic)，这些原子句本身不再能用这种方法继续分解。每个原子句都包含着一个词或句段，它对句子意义极为重要，我们将其称为**动词**。每个原子句只能有一个动词。

注意：

(a) 变换能把带有从属成分的句子分解为许多独立的命题。例如，"I have seen the teacher who came yesterday."(我看到了昨天来的那位老师。)这个句子可以变换为："A teacher came yesterday, I have seen him."(昨天来了一位老师；我看见了他。)

(b) 这里所说的"动词"不一定指"语法上的动词"。例如，在"This cat is white."(这只猫是白色的。)这一修饰语

中，"is white"就是"动词"，它是在表语形容词"white"前加上"is"而成的。

设 T_1是语言 L_1中的一个文本(text)，假定它已译成语言 L_2中的一个文本 T_2。如欲将 T_1和 T_2分别分解成原子句 Q_1^i和 Q_2^j，那就可以利用同构原理。

同构原理 在集合 Q_1^i和集合 Q_2^j之间存在着一个一一对应。一方面，它能保持意义不变；另一方面，次序也几乎相同，即若 T_1的第 i 个原子命题被映射为 T_2的第 j 个原子命题，则有 $|j-i|<4$。

有些通用特点不能为大多数语言学家接受，我们对它们就不详细论述了。有些人非常重视原子句概念的任意性，这也不是没有道理的。例如，将拉丁语"Morituri te salutant"译成英语，就要用到两个原子句。但是，不能否认，同构原理至少作为实际工作、特别是翻译工作的假设，还是有效的。在对应"$Q_1^i \to Q_2^j$"中，我们并不要求动词在意义上也要互相对应。例如，英文"It is raining."(正在下雨。)译成波兰文就成了类似于这样的句子："The rain falls"。"to rain"与"to fall"在意义上并不等价。

11.3 一个时空过程的意义

让我们回到索绪尔的模式：

所指——能指。

所指的形态怎样才能清楚地显现出来呢？若不考虑意识和主

观的本质是什么这个问题，我们就可断言，一个精神过程是由伴随出现的（唯物主义者会说“构成它的”）生理过程唯一决定的。但是，借助于齐曼的模型，就可为神经生理学过程给出一种非常一般的数学表示。神经细胞的激励状态空间是一个维数很大的立方体 I^n，精神状态的演变可用一个随时间缓慢变化的向量场 X 来加以描述。一种“瞬时精神状态”，也即一个“想法”，则可用 X 的一个结构稳定的“吸引子”A 来说明，A 在一段时间内的形态不变。若场发生了充分大的变化，吸引子 A 就会因“分支”而受到破坏，让位于俘获它的一个新的吸引子，……等等。

于是，根据内省的哲学原理，我们可望为“意识流”中一系列想法找到一个几何学模型。此外，我们还可注意到，使用一个微分模型并无屈从于形而上学唯物主义之虞（尽管存在着这样的迹象）。一个想法的意义是由这个结构稳定的吸引子 A 的内部拓扑以及它在立方体 I^n中的位置完全确定的。

但在人的一切精神活动中，有一项活动最重要，那就是感觉（视觉、听觉、知觉）组织成周围空间的一种表示——其中包括人的身体。这是一种条件特殊的空间，它的完整性应该得到最大限度的尊重。这种表示外部空间的方式决不局限于语言的功能，对于一切动物，在某种意义上甚至还有植物的生长，它都存在而且具有一定程度的可靠性和精确性。在所指的形态 M 中有一种子形态 E，可被用来真实地描述生物体周围的时空过程。某些善意的人可能对上述空间表示方式的可靠性提出疑问；或者与之相反，可能引用康德的话，断定我们是在向概念框架的外部现实上进行投影，而概念框架却具有遗传学的内在本质。在将一个人送往月球上的时刻，很难声称牛

顿力学空间只不过是我们感觉中事先给定的一个形式。我们至多只能表白，我们可以用遗传性的大脑机制来模拟牛顿力学的"真实"定律，对于日常生活中碰到的实际情况，这种模拟方法的近似性还是相当不错的。

不管人类语言来源于什么，有一点几乎是用不到怀疑的，那就是原始人的社会生活需要在成员之间进行信息交流。为了个人和集体的安全，需要互通信息。附近存在着威胁这种情况，无疑会立即产生信息交流的需要（事实上，群居动物也会发出警告性的叫声）。因此，我们有理由认为，对临近发生的时空过程作出描述，这是语言的首要功能之一。

为了弄清楚"所指→能指"这一对应的本质，我们还要附加一个条件。开始时，可只考虑描述时空过程的文本和谈话。这一方法的最大优点是突破了语言学论域的封闭性；事实上，为了客观地描述一个时空过程，我们可以将过程拍摄下来，或者再次使用笛卡儿坐标 $Oxyz$。现将这一描述方法说得更清楚一些。

为了描述一个形态学过程，可采用拙著《结构稳定性与形态发生学》中提出的思想。令 U 为有关过程所在的时空区域。U 中一个点 m 称为是正则点，如果在 U 中充分接近 m 的所有点 m' 处，这一过程具有相同的定性特征。所有正则点构成了一个开子集，它的闭余集 K 就是过程的突变集。在每一时刻 t，正则点集合可以分划成一定数量的连通分支 V_j。对于用语言学描述的一个过程来说，这种连通分支至多只有有限个，我们可以将它们一个个区分出来。在结构语言学中，这些条件优越的区域就是这一过程的所谓作用成分（actant）。

一个作用成分的区域 $V_i(t)$ 的拓扑类型几乎都是一个球

体 B^3（有时是 B^2或 I，在很少的情况下是一个实心的圆环体或平环）。在一个过程中，随着时间的推移，某些作用成分间会发生相互作用，这就要求相应的区域按照突变点的一个区域互相接触（我们假定突变区是连通的，参见物理学中的位置公理）。若在每一时刻 t，每个作用区 $V_i(t)$都收缩到一点，而在 V_i与 V_j之间的交接地带用 $V_i(t)$和 $V_j(t)$的一个公共向量来表示，那末这一过程的整个拓扑就可用一个图（称为过程的互作用图）来表示。我们提出的基本想法是：若一个时空过程是用一个原子句 P 来描述的，则此过程的互作用图属于下面将要列出的16种类型的图中的一种。换句话说，可借助于原子句描述的过程，就其拓扑复杂性来说，存在着一个上界。另外，互作用的拓扑类型往往（不是总是）决定了用以描述的句子的句法结构。

在用初等句来描述一个过程的拓扑时，主要依据是下面将要介绍的"原型"形态之一，不过还要附加一条限制。有一种动词称为反复体动词（iterative），它所表示的动作可以无限次地反复进行。类似地还有一个基本过程，称为周期，也就是过程重复一次所隔的时间，它在将形态简化为原型形态的过程中需要用到。以后我们在谈论动词的"体"（aspect）这个概念时，还要更加详细地讨论这一问题。

缺乏指导性原理而又急于开列原子句的形态表，那就必然会碰到几乎是不可逾越的障碍。拙著中讨论的形态发生学理论就为我们提供了指南。可以说，每一件"外部"事实都可用一个"初等突变"加以描述，这个初等突变是用时空 R^4中的一个冲突区域定义的。我们可以理所当然地认为，如果一种语言无法表示 R^4上现象的"一般性间断点"，那末它的用处就不

大。在其他方面还可以表明，若有两个动力学系统(M, X)和(M', X')处于耦合状态，它们的首次积分$(M \to P, M' \to P')$可用P与P'间的粘合(identification)，来表示(如关于能量有$E+E'=$常数)，那末当系统M'在互作用势前有一个弱势时，在P上用S型奇点的势V定义的每个"突变"，也会在P'上给出一个S型奇点。但这正是动物感觉器官所处的情况，这些感觉器官永远停留在"阈值"上，随时准备在外刺激的作用下(甚至在微弱外刺激的作用下)采取行动。也就是说，在感觉所确定的耦合"现实→精神"中，只有那些结构稳定的突变才是得以生存下来的"适者"。换言之，"突变"具有"感染性"(contagions)，当它们通过耦合发现了一种合适的基质，就会在其中生根，从而激发起与自身同构的一个奇点。

11.4 初等突变与原型形态

让我们复习一下构造方法的实质。设U为有关形态学过程所在的基底空间，将一个内空间X作为一根纤维与之相联，且设X是内坐标为x_i的欧氏空间。在每一点$u \in U$处有一势函数$V(x; u)$，局部动力学场就是由纤维X_n中的梯度$Y=\mathrm{grad}_x V(x; u)$定义的，$V(x; u)$的极小点构成了$X_u$上的稳定区。为了决定哪一个稳定区占优势，可用下列规则(麦克斯韦约定)作为第一次近似：在每一点$u \in U$，占优势的稳定区就是函数$V(x; u)$在X_u上的绝对极小值所对应的稳定区。U中至少在两点使V取得绝对极小值的点u所构成的集合就是过程的"突变"集，它也是将不同稳定区隔开的

激波曲面集。若已知 $u=0, x=0$，势函数 $V(x)$ 有一个某种类型的奇点，它在代数学意义下是孤立点，那末过程的局部演变可通过一个映射 $g: U \to W$ 来导出，其中 W 是关于 V 的变形的一个万有空间，也就是奇点的"万有开折"。V 的每个孤立奇点具有两个重要的数值不变量：

(a) 奇点的内维数(internal dimension)，也就是空间 X 的内变量的最少个数，其中具有一个不同于$\sum x_i^2$的非退化二次型。

(b) 奇点的余维数，也就是万有开折 W 的维数，同时也就是使奇点稳定而需要在源和目标上所添加参数的最少个数。

对于唯一有名的梯度奇点，可以表明，若要求余维数不大于 4，则内维数为 1 或 2。内维数为 1 的稳定奇点共有四种：折迭、尖角、燕尾、蝴蝶；内维数为 2 的稳定奇点共有三种：椭圆型脐点、双曲型脐点、抛物型脐点。

我们首先考虑这些奇点的万有开折和由麦克斯韦约定确定的突变集。若把每一稳定区当作一个作用区，那就可得一张互作用图。在此只考虑内维数为 1 的奇点(我还未弄清楚脐点型的复杂突变集)。众所周知，这样得到的形态在原则上取决于万有开折 W_s中为时间轴选定的定向。我们将指出改变定向可以得到的各种拓扑类型。

接下来，我们还要说明用万有开折的平面截口(维数为 1 或 2)来定义的图：于是我们终于得到了与自然界物理过程有关的全部形态。例如，我们发现了捕获式形态和给予式形态，可认为这两种形态都是基本的形态。

在第二阶段，我们放弃了麦克斯韦约定，取万有开折 W

的一维平面截口(直线),并将它与内变量空间X的集合$Vx_i=0$中的逆象相联系,从而也就定义了所谓的"生物学"图(因为利用这种图能考虑生物间相互作用的最为微妙的方式)。一个生物作用于一个非生物的情况也可作类似的考虑。

此时,若希望求得一种非平凡的空间形态,则直线就得在脐点的万有开折中选取,因为对于$\dim X=1$,作用成分是良序集。(与尖角型的截口12 β有关的捕获式形态则永远是例外,见11.5 A(iii)。)

我们又有什么根据说明这一方法是合理的呢?应当明白,在一切动物中,总有一个内部的精神过程与其周围空间同构。定义在E上的空间调节机制是一种内在的遗传特性,它确保了生命体空间形式的完整性。这也无异于说,对于动物,周围空间至少在部分上是一个内空间;生物在基底中活动的方式确保了生命形式的空间稳定性。根据这一观点可知,生物和固体之间确实存在着一种密切的联系,因为固体也会尽量保持自己的空间完整性。由此可以看到骨骼的来源(昆虫的骨骼在体表,脊椎动物的骨骼在体内)。这也正是我们对固体力学远比对流体力学知道得更为清楚的原因。

万有开折的线性截口的选取方法也是一个可以考虑的问题。我认为,在这一方面,线性截口提供了最为典型而又最为简单的非可逆过程。如在相互作用上施加可逆性条件(如在两个基本粒子作弹性碰撞时所作的那样),那就必须用抛物型截口来描述它们的形态了。同样,我们注意到,引起切除(excision)式突变和综合(synthesis)式突变的截口23 γ,23 δ(参见11.6.1.5)将要求有某种弯曲(若希望无穷远处有两个作用成分的话)。

"物理学"形态将用拉丁字母来表示,"生物学"形态将用希腊字母来表示。

我们已经说过,有两种形态是基本的(至少在英语中是这样):首先是捕获式形态 12 β,它给出的是"主语—动词—宾语"式句型。主语是突变后仍留存下来的成分,它是胜利者;宾语被捕获(例如,"Eve eats the apple"(夏娃吃苹果))。其次是"给予"式形态 14。

11.5 奇点及其重要截口的代数描述

A. 内维数为 1 的奇点

(i) 简单极小点(0 0),$V=x^2$。这一奇点是稳定的,它就是自身的万有开折,相应形态可用一条连续的射线来表示:

————。

(ii) 折叠(11) $V=x^3$,万有开折为

$$V=x^3+ux。$$

在 u 轴上,一条半直线的形态是稳定吸引子的区域:

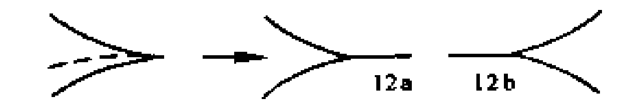
———⊣···

$u\leq 0$。

(iii) 怀特尼尖角(12) $V=x^4/4$,万有开折为

$$V=x^4/4+ux^2/2+vx。$$

在外坐标的(u, v)平面上,尖角的一条明显的周线是半立方抛物线 $4u^3+27v^2=0$。利用"麦克斯韦约定",就可求得一条从原点出发的激波线,这条激波线将两个相互竞争的稳定区隔开,故有下列"物理学"形态:

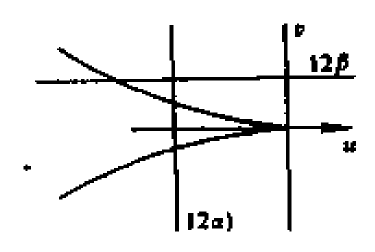


可见截口为

u = 负常数(12 α)

以及

v = 非零常数(12 β)



(iv) 燕尾(13)　$V = x^5/5$,

其万有开折为

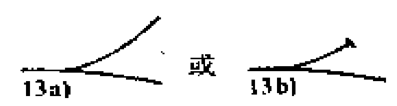
$$V = x^5/5 + wx^3/3 + vx^2/2 + ux。$$

在外坐标的(u, v, w)空间中,曲面在平面上的一个截口

$$w = -k^2$$

具有下列形状:

应用麦克斯韦约定,可得一条从尖角出发,且在二重点的一个邻域中终结的一条激波线,相应的物理学形态具有下列类型:

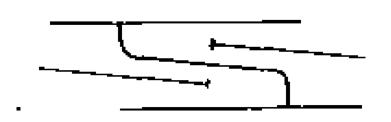


一个值得提一提的截口是直线 13 α。

(v) 蝴蝶　$V = x^6/6$,万有开折为下列多项式:

$$V = \frac{1}{6}x^6 + \frac{t}{4}x^4 + \frac{w}{3}x^3 + \frac{v}{2}x^2 + ux。$$

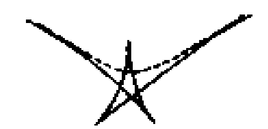
用平面"$t = -h^2$, u = 常数"确定的曲面截口具有下列形状:



从而可得物理学形态如下：

这是一个“给予”式形态。

在平面“$t=w=$常数”确定的截口上，有可能得到一种“给与”式形态，它与下图所示曲线型截口所得的形态相同：



(vi) 脐点。抛物型脐点可由奇点 $V=x^2y$ 来确定，其中 (x,y) 为两个内坐标。加上一个四次项，就可使一个不稳定奇点稳定化：

$$V=x^2y+\frac{1}{4}(x^4+y^4)。$$

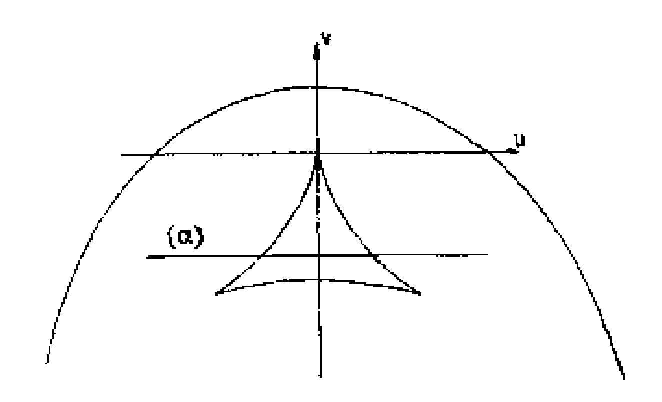
还可考虑这类脐点的椭圆型变形。例如，它可由下式给出：

$$V=x^2y-\frac{1}{3}y^3+\frac{1}{4}(x^4+y^4)。$$

对于这一脐点，可找到下式确定的万有开折：

$$V=x^2y-\frac{1}{3}y^3+\frac{w}{2}y^2-ux-vy+\frac{1}{4}(x^4+y^4)$$

从这族曲线中可取出两种平面截口：$w=h^2$，$w=-h^2$（其中 h 是一个小数）。在这两种情况下，在外变量平面 Ouv 上的周线是同胚的：椭圆型脐点（见图 EU）将自身开折为一条三尖点超摆线，它在原点处有一尖点。当 w 为负数时，相应于超摆线 H_3 所围的曲边三角形内部的新区是一个极小区，因



而是稳定的；当 w 为正数时，则是一个极大区，因而是不稳定的。所选截口是曲线 α 和 β'，它们在其中一条边（在此是与 Ov 轴正交的那条边）的一个邻域中与 H_3相交。

（vii）双曲型脐点。它由下式确定：

$$V=x^2y+\frac{1}{3}y^3。$$

万有开折为

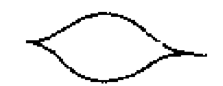
$$V=x^2y+\frac{1}{3}y^3+\frac{w}{2}y^2-ux-vy。$$

然后像前面那样，在其中加上四次项，比方说 $y^4/4$，可使其稳定化。

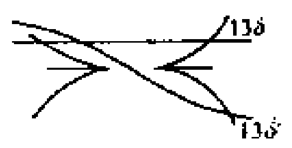
（viii）“过渡性”奇点。接下去应介绍由于有一对尖点产生或消失所得的奇点。奇点一共有两种。一种是唇状奇点：



由此可得物理学形态：



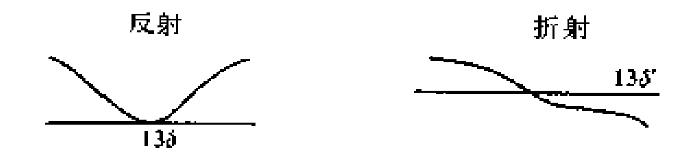
(我们再次遇到了这种与截口 13 γ 相应的内部形态。)另一种是喙对喙奇点：



由此可得物理学奇点：



截口 13 δ 和 13 δ' 相应于两种类型的内部形态：



11.6 互作用形态的语义学和句法学解释

11.6.1 用句子表示一种状态的问题

在句法学中，表示状态 00 的最简单方式是使用一个非人称动词(也就是泰斯尼埃的 0 价动词)："It rains."(天下雨。)但我们也往往使用一个中性动词(1 价动词)："Peter sleeps, Peter is thirsty."(彼得睡觉，彼得渴了。)或者使用起联结作用的动词"to be"和"to have"："The room is warm."(房间里暖和。)后面还要讨论这种动词的地位。

(1) **折叠**(11a)

相应形态为——⊣…(事物的结束)，或与其相反的 11 b

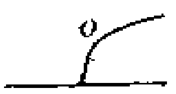
(事物的诞生)：├——。在句法中，这种形态是用一个中性(1价)动词表示的："The day ends, Peter dies."(一天结束，彼得死亡。)

(2) **尖角**(12)

物理学形态 12 a 和 12 b 在语义学上分别表示"合并"和"分离"。图 12 γ 所示之基本形态是捕获式的"生物学"形态：主语 S 在空间上捕获宾语 O。例如，"The cat catches the mouse."(猫捉老鼠。)

将时间之箭的方向倒过来，就有发射式(emission)形态 12 γ：

"John throws a stone."(约翰扔石。)



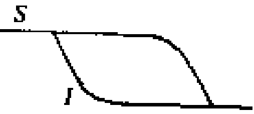
捕获式形态 12 β 是句型"主语—动词—宾语"的原型形态。当然，及物动词未必总表示创造或摧毁宾语。请试一试找出一个上述句型的例句，其中宾语能保存下来，但主语却消失了。我知道在法语中有一句："Le bois nourrit le feu."(木头生火。)

(3) **燕尾**(13)

我们对物理学奇点 13 a 和 13 b 比较感兴趣：13 b 表示一个作用成分的发射，发射后这一作用成分将消失。至于物理学形态，通过 13 α 的奇点截口可被解释为注定要消失的区域，但在消失前，它将跳到一个同样会消失的亚稳定区("一阵痛苦")。这一形态乃是用法语中的副词"presque"(几乎)和助词"faillir"(差点儿)表示的语义学形态的基础。

至于其内部生物形态，则不用图 13 α 来表示，我们将它

理解为"自杀"(suicide)式形态：主语掌握到了一种工具，抓住它并将它毁坏。



(4) **蝴蝶**(14)

与此有关的唯一新形态是馈赠(gift)式形态，这也是通信系统中"信源—消息—信宿"的经典形态。

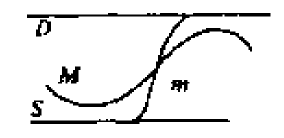


在句法上，它是用泰斯尼埃的3价动词表示的："donner"(赠送)，"dire"(告诉)，"montrer"(显示)。像"aller"(去)那样的运动性动词也会有这种形态。例如，"I go from Paris to Rome"(我从巴黎去罗马)，其中"Paris"和"Rome"就是作用成分。

(5) **脐点**

相应于(EU)中的截口23 α 和23 β，有下列形态：

23αw(负数)：信使



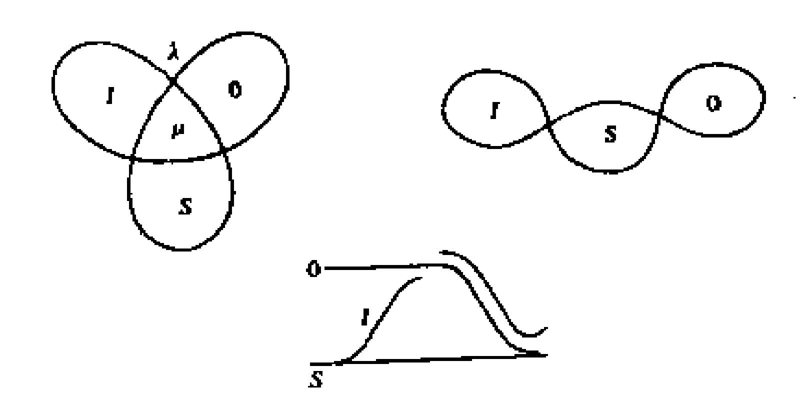
开始时有三个作用成分：主语 S、宾语 D、信使 M。M 走向 S 并碰到 S 时，S 发生分裂并发射出成分 m，m 在一个有限的亚稳定区(M，m)中被 M 捕获：这一复杂系统走向 D；碰到 D 后，成分 m 离开信使 M，并为 D 捕获；信使 M 自由地离开。例如，"Peter sends John a letter by post."(彼得通过邮局向约翰寄了一封信。)"James goes from Paris to Stras-

bourg by train."(詹姆斯乘火车从巴黎去斯特拉斯堡。)

在严格的动力学意义上，这一形态是馈赠式形态(14)的产物。需要有一个信使作工具，这表明实现 S 与 D 间的联络有困难(原因可能是相距太远或地形很复杂)。

我们用通讯的方式说明了各个作用成分在整体上参与的情况，因此，上述困难是可以克服的。例如，在考虑将一颗炮弹发送到 D 处并将 D 摧毁时，信使 M 就是炮手，此时就只需要主语 S 的参与。在第二种情况下，在"信使"m 和"目的地"D 之间的冲突中，前者占优势……23 β w(正数)：掌握(grasping)式形态(参阅 11.9.1)。

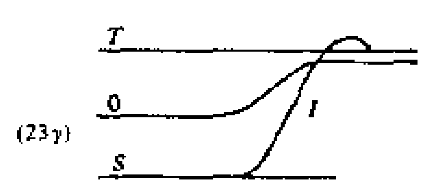
开始时有三个作用成分：主语 S，工具 I，宾语 O(事实上，工具 I 是由主语发出的)。I 接近 O，形成亚稳定的复合体(I-O)；这一复合体接近 S，形成三角形的链(S-O-S)；通过中央不稳定区 μ 与鞍点 λ 相撞，这一链在 O 与 I 间放开，S 捕获 O。



例如，(法语)："Jean met son chapeau (sur sa tete)."(约翰戴上自己的帽子，约翰将帽子戴在自己的头上。)

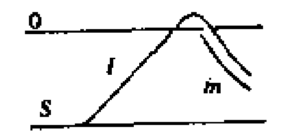
23 γ　综合式突变：

开始时有三个作用成分：主语 S，宾语 O，目标 T。从 S 发出



的工具 I 走向 O，与它形成一个亚稳定复合体(I-O)，再与目标 T 结合，可使之稳定化。例如，“Peter attache sa chève à l'arbre avec une corde”(彼得用绳子将自己的山羊拴在树上)。语义学形态为“lier”(缚住)的所有动词都源出于这一形态。我们还可将它与“comparer”(比较)型动词联系起来。两个物体的比较就是这两个物体之间一种人为的定性冲突。

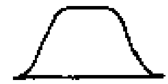
23 δ　切除式突变：



在此，同样有两个作用成分：主语 S，宾语 O。主语 S 发出工具 I，I 走向并攻击宾语 O，使其分裂为 $O+m$，m 为 I 捕获。复合体 I-m 往往(但不总是)回复到 S，并捕获 m。

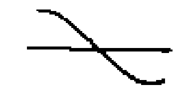
这一形态为有性生殖形态：S 为父体，I 是雄性配子，O 是母体。显然，切除式突变也是生物学中许许多多形态的源泉。大多数动物在将食饵吞下前，都会将食饵撕碎。在句法中也有很好的例子：“Il lui a coupé la tete d'un coup de sabre.”(他用剑一举割下了他的头。)“Jean m'a extorqué de l'argent avec son revolver.”(约翰用手枪向我勒索钱财。)“Couper”(切下)，“trancher(切片)，“arracher”(撕裂)，“extraire”(取出)，“creuser”(挖掘)，“percer”(刺穿)等动词都是从这一形态中出现的。

过渡式奇点



类型图 13 γ（唇状）与反射形态的类型相同。例如，“Pierre agite le bras.”（彼得挥动自己的手臂。）鉴于这是唯一的可逆原型形态，它也是唯一的可以重复而且需要重复后缀的形态。试比较：“Vibrer”（振动），“balancer”（平衡），“remuer”（烦躁），……奇点 13 δ（反射式）包括一切排斥（repousser）式动词：

奇点 13 δ（折射式）包括一切贯穿（traverser）式动词。



11.6.2 关于句子的语法主语的结论

作为一个相当一般的规则，主语这个成分能保存至过程发生第一个突变，这可用沿时间轴方向走下去碰到的第一个顶点来代表。例外情况有：在形态 11 a 中，主语不能不消失；在馈赠式形态 14 a 中，主语一般就是赠送者，在特殊情况下也可是接收者（destinataire）。

在“生物学”形态 23 γ 和 23 δ 中，主语发射一件工具，致使宾语发生所希望的突变。这显然就是生物学中器官发生学的基础。一个器官的功能在于形成激波的现象，也即在足够远离有机体重要器官（如人手、蟹螯）的一个特殊区域中激起冲突。有些动词，如“defendre”（保卫），“protect”（保护）等，可

使语法主语是工具，而语义主语则是语法宾语。

11.6.3 一个原子句中作用成分的最大个数

从附于本章末尾的原型形态表中可知，每个原子句至多有四个作用成分：主语，宾语，直接宾语，工具。这一结论似乎在法语中可以找到充分的根据。[可能存在的例外情况是：动词"partage (entre)"(共享)，它要求至少有两个宾语。]例如，"Jean transporte en camion deux tonnes de fruits de Roscoff à Paris"(让在卡车上装了两吨水果从罗斯科夫运往巴黎)，在这个句子中有五个作用成分。如果希望将卡车作为主语分离出来，那就需要采用一个使役动词，即"Jean fait transporter…"(让设法运送……)。自从泰斯尼埃起，大家都知道这种方式会增加作用成分的个数。

我们还可进一步问：会不会在有些情况下：方式补足语并不等价于工具呢？试比较：

Jean fend la bûche avec sa hache.(让用斧子劈柴。)

Jean fend la bûche avec force.(让用力劈柴。)

在此，我们碰到了"force"(力)一词，它代表传送给一个运动物体的动能，可以比拟为"消息"，而"信使"就是工具。又如，动词"to hit"(打)具有形态 23 α。

原子句只有四个作用成分，这一论断在吉布斯(Gibbs)相律中找到了最终的根据。根据这一规则，可在三维欧氏空间的一点处平衡的稳定区域数(即相数)至多等于 4(见 11.9 的结论)。

11.7 对原子句意义的再分析

描述时空过程的一个原子句的所指内容，除了涉及到空间互作用的类型学以外，还与其他因素有关。这方面我们可提出下列模式：

(1) 意义包含一个核(kernel)，也就是它的中心部分。描述这个核要用到某一个原始形态，在例外情况下还要用到从中取得的一个子形态(例如，图的一个分图)。

(2) 在核的周围，我们“预先假定”有一个“光环”(halo)，它所包含的形态是根据对称性或时空平移从核原型形态中推导出来的。为了将核分开并得出设想的形态，采用的方法是附加词缀。例如，在法语中，“re”表示关于 $t=t_0$ 对称。试比较：

Je viens d'Amérique.(我从美国来。)

Je reviens d'Amerique.(我从美国回来。)

类似地，还有“donner”(给)和“redonner”(归还)；“vendre”(卖)和“revendre”(转卖)等。

有许多动词表示运动，如“vibrer”(振动)，“balancer”(平衡)，“agiter”(挥动)等。即使不给这类动词加词缀，也有所述形态的重复。

(3) 定位子(localiser)[移位子(shifter)]。如果时空过程发生的空间区域关于讲话人和听话人共同关心的时空未定位，那末描述这种过程也就毫无意义了。因此，每个句子都含有定位子，利用定位子至少能在讲话人和听话人共同关心的时空中，定性地指出过程的空间区域。

定位子通常包括：

(a) 时间副词和地点副词："ici"(这里)，"là"(那里)，"hier"(昨天)，……

(b) 动词时态(过去时，现在时，将来时)。

(c) 冠词，人称代词，指示代词(将一个句子 P 的某个作用成分与前一句的作用成分连接起来)。

例如，在英语中，名词前的定冠词"the"意味着用名词表示的作用成分已作为前面句子的作用成分出现过。如果是一个在论域中新出现的作用成分，则在前面应加不定冠词"a"或"an"。例如，"Our cat has caught a mouse."(我家猫逮到了一只老鼠。)

在定位子问题上，各种语言的要求是很不一样的。通常是在第一句中作精确的定位，在后面的句子中则尽量避免再做这件事。所以借助于时空的连续性，定位情况就会一句比一句更深入。某些元素，如动词时态，可以重复或省略(例如，可用陈述式现在时来描述一个过去的过程)。在许多语言中，特别是在非洲人和美洲印第安人的语言中，要求说话人能含蓄地表明他所给出的信息的来源，比如说，他本人看到了他所介绍的过程，他是在转达第三者的话，等等。在这种情况下，定位显然具有一种特别严格的形式，这就不是意义的内在特性了。但是，这不应与"位置格"相混淆，后者是关于过程的时空区域的一个定位子。

在下列句子中，Paris, Rome, refrigerator 都是作用成分："I am going from Paris to Rome."(我从巴黎到罗马去。)"There is some ham in the refrigerator."(在冰箱里还有些火腿。)

11.8 描述状态的句子

如果说，我们的理论对于描述空间过程的句子，尚能妥善地考虑其句法的规律，那末在另一方面，对于描述状态的句子，如"The sky is blue"（天空是蓝色的），"Peter is thirsty"（彼得渴了），这一理论就显得无能为力了。要是如维特根斯坦（Wittgenstein）所说的那样，世界是事实的世界，而不是事物的世界，那就可以认为，描述状态的句型只是语言在后来取得的成就。

根据我们的观点，区分名词和动词，这是所有语言的共同特点。动词原则上用来描述具有原型形态的时空过程，而名词描述的作用成分则是 R^4 中的一个区域。当然，动词的意义包含的内容比相应的原型形态更丰富，特别地，动词可能包含着一些限制条件（如对不同的生物或非生物作用成分控制能力所加的限制）。动词还能在不同程度上自由地说明相应的形态。每个动词都可孕育出一个表示动作的抽象名词。像"fin"（结束）、"don"（礼物）那样的抽象名词并没有时空实体，但它们作为抽象空间中的作用成分却可以具有空间实体。抽象空间是以 w 为坐标的空间，可用来重建"组织中心"，也就是这一动词形态的生成奇点。

为了说明"静态"句子的构造，可以回到前面简单地提到的一个概念，即动词的"体"。在某些情况下，意义并不是在整体上，而是在原型形态的一个分支上定位。于是，互作用模态本身就会进入预定形态的"光环"。这方面的一个典型动词就

是英语中的“to have”(有)。在形态 12 β 后，宾语为主语捕获，但可能有两种情况：一种是宾语受到完全的破坏，并被主语吸收(例如，“猫吃老鼠”)；另一种是宾语作为附属卫星而继续存在。“主语-宾语”系统构成了一个亚稳定的“粘着状态”。主语在捕获宾语以后，如在自身的内容中注进了新东西，那就会发生上述情况。“to have”，实际上还有“to hold”(拥有，拉丁文是 habere)，都可认为是动词“to take”的完成体。“to have”也是动词“to give”(给)和“to emit”(发射)的表始动词。这就说明了为什么动词“to have”在英语中可以充当及物动词完成时的助动词；而在法语中，借助于后缀可以表示将来时。在这一分析中，动词“to have”具有两层意思：一方面可表示“to take”(取)和“to capture”(捕获)的完成，另一方面又隐含地说明了突变的不完全性及其在理论上的可逆性。发生这种情况时，就好像互作用图 12 β 的顶点有一部分失去了稳定性，原先在这一点的定位吸引子的一部分沿着这一分支作流动，并在 t 的正方向离去。在法语以及大多数(具有“to have”那样的动词的)西方语言中，“to have”是“to take”的完成体，又是“to give”和“to emit”的表始体。据我所知，爱斯基摩语却与此相反。

余下来还要说一说动词“to be”(是)，例如，这一动词在下句中出现：“The sky is blue.”(天空是蓝色的。)这要求我们创立一种关于形容词的理论。描述感觉属性的一个形容词，可以看作为描述这类感觉属性的内坐标，也就是空间中的一个作用成分。例如，“红色的”描述了三维空间中关于色彩印象的某个特定的区域。这类区域的控制机制比名词的控制机制要简单得多。事实上，它们不像生物或固体那样一定要作严格

的空间调节，相应的洼的边界既不精确又不确定。红色在哪里终止，而橘黄色又从哪里开始呢？对颜色作控制，并不像在生物那样的情况下需要涉及到复杂的内部机理，只要使用势函数的简单梯度就够了。

对于诸如"The sky is blue"那样的句子，我们可以这样地来描述其形成过程的动力学：在空间 R（外部空间的精神表示）与颜色的三维空间 C 的乘积中，将天空表示为一种空间形式 F，然后用一个具体的激子(exicter)（也即用"colour of"表示的所有格）产生的激励，将这一形式投影到空间 C 上；射影 $p(F)$ 将位于"蓝色"吸引子 B 的"洼"中；重复吸收映象 $p(F)$ 而受激的这个吸引子将使说话人发出句段"is blue"的发音，而在听话人的心目中，句段"is blue"的作用是在局限于圆柱 $p^{-1}(B)$ 中的空间 C 上激励形式 F，其中 B 就是颜色空间 C 中的蓝色洼。这样，在记忆中立即打上了 F 的这种格局的印记，尽管此时仍会重复地吸收整体的激励。从这种看法中可知，对主语属性的预测原则上总可认为是可逆的。如果在语句"The sky is blue"中含有重要的信息，那就意味着在当地的气候条件下，天空常常是灰色的。从定性动力学的角度出发，可认为在"The sky is blue"这个句子中，"The sky"是从系统中发出的激励，最后要传给作用成分谱振子"blue"。因此，我们可将它与发射式形态 12 γ 联系起来："The sky 'emits' blue"在动力学上等价于"The sky is blue"。反过来，在词组"The blue sky"（蓝色的天空）中，"blue"只是一个描述性的形容词，因此整个词组可以看作是从捕获式突变中得到的一个作用成分，也就是说，"The sky"带上了"blue"，因而具有"blue"。这种理解清楚地表明，在形

容词与动词之间可以找到深刻的类比，而在某些语言(如日语)中，这一点在形态学上就有所反映。

11.9 结论

我们对原子句所加的限制只是为了描述时空过程的方便，因而并不能算是苛刻的。事实上，正如齐曼模型表明的那样，我们为什么不可以认为每个精神过程都是高维空间中的一个动力学过程呢？只要某些作用区中附上"内坐标"，那末任何用语在实际上都可以找到一种空间的解释。例如，任何一个感觉性动词，如"to fear"(担心)，"to hope"(希望)，等等，都可以利用内坐标给出一个关于"未来"的形态，这一形态是通过吸引或排斥接受下来的……这就清楚地表明，在基底空间 W 中的一个原型形态可以扮演基底空间 U 另一形态作用成分的角色。这是从泰斯尼埃开始就已知道的现象，可称为"翻译"。通过翻译，任何动词都可以转换为具有名词作用的动词不定式，利用"The fact that…"就可将任何句子转换为名词。在几何上，我们可将这一过程理解为每个原型形态集中于一点(即奇点的组织中心)。这也是在形式语言中引进的嵌套公理的来源。这种方法经多次使用，可分辨性就会大大下降(故至多只能使用四五次)。现再回到齐曼的模型。可以断言，根据我们的精神活动的动力学在功能方面的明显特点，可知有相当多的初积分存在(至少在近似的意义上)，如：外部空间的表示，感觉的特性，……等等。这样，我们就能形成动力学吸引子结构的概念(这种结构与余维数远大于 4 的结构稳定奇

点有关）。但若要表达这一概念，那就得借助于一种局部时空实现的方法，将奇点"开折"成一系列维数至多为 4 的局部截口。由此即可得出用互作用图刻划的一切思想的表示方法。在互作用图上，顶点本身可以局部地嵌入原型形态中，某些作用成分即可爆炸而成为次要的形态（就像是幻灯片中的骗局）。我们可以问一问自己：如此特殊的思维结构又是从何而来的呢？也许，我们从中可以看到我们生活的空间是一个三维空间所带来的后果。为了从整体形态（即一种"格式塔"）上把握住一个集合，各个不同的元素 a_i 在整体知觉场中应继续存在，这就要求神经生理的动力学代表区域具有互不相交的支集，而在系统显示出来的局部平衡处，这些支集应有一个公共点。根据吉布斯相律，至多只能有四个独立的系统处于平衡的状态（在胚胎学中，可用遗传的方式，借助于一组互相竞争的"梯度"，将这种平衡系统构造出来）。每种可以分辨的遗传结构至多只能有四个元素。由于这一原因，我们可以注意到，一个音节很少会包有四个音素（至少在英语和法语中是这样），一个单词一般不会有四个以上的音节，一个句子很少包含四个以上的成分！我不敢妄称这一推断对一切语言都成立，不过我的确认为，语言的"双重分节"（double articulation）可以从这种空间限制中找到自己的来源。

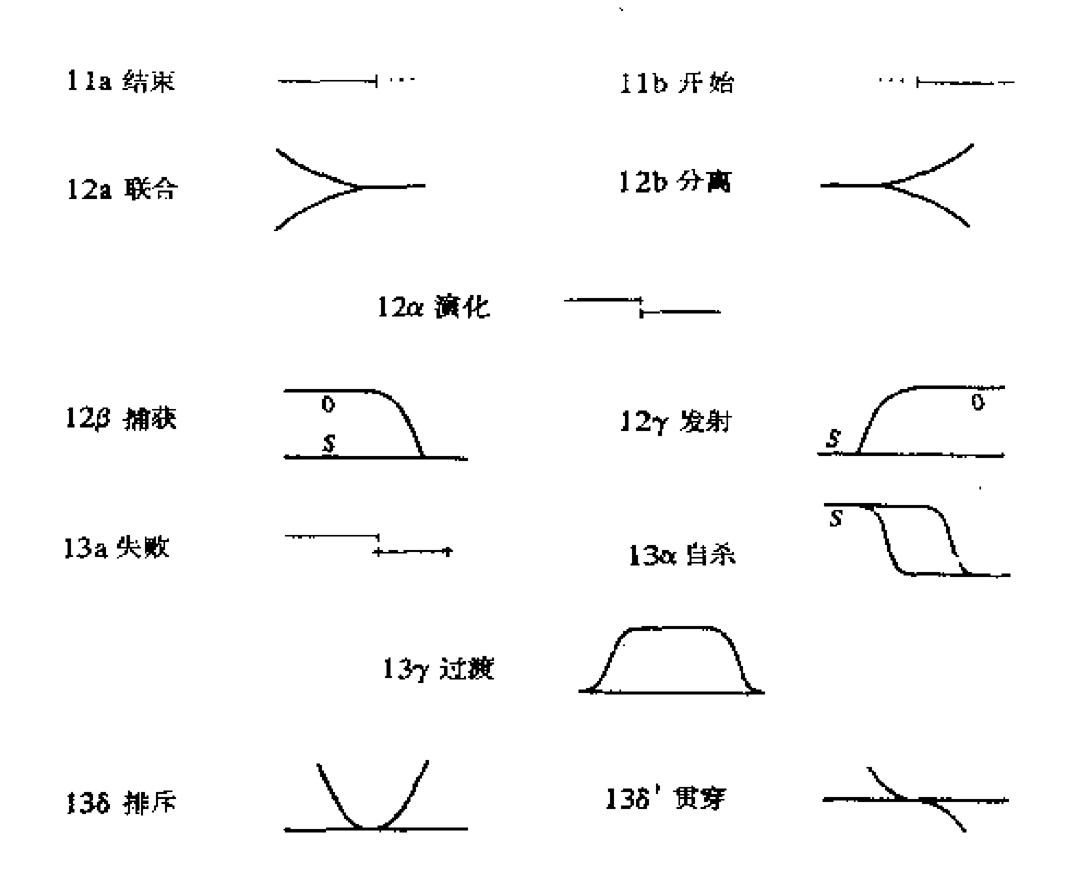
11.9.1 说明

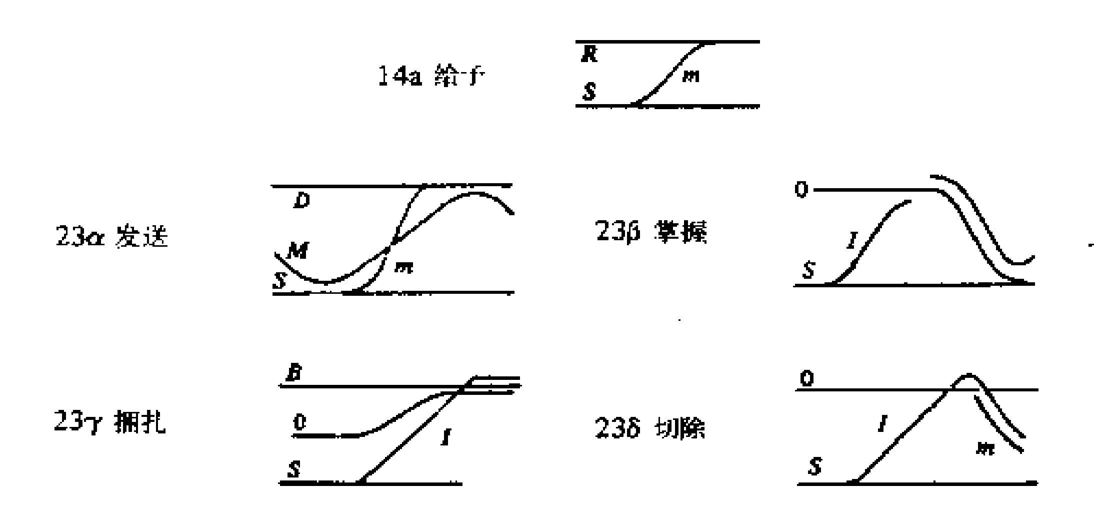
正如齐曼向我指出的那样，为了求得联结四个作用成分的切除图和联络图，不可避免地要创造出"双尖角"奇点，其方程为 $V=x^4+y^4$，它的拓扑余维数等于 7。此外，可以看到（除

了由椭圆脐点的开折(10)中轨线｜α｜定义的“信使”以外)，所有原型形态都可借助于两个 γ 型分支之间的组合来求得。与主语有关的一个形态≺描述了主语发射工具 I 的情况；另一个形态⟸描述了宾语的分裂与综合(如在馈赠式形态中，一个部分宾语与工具 I 可以是一致的)。在某些动词形态中，主语作为捕获式形态的牺牲品出现在结尾。这种非唯动格(non-ergative)的动词在古典的欧洲语言中，往往是由中性语气的动词表示的。

原型形态表

00 存在————




14a 给予
R
S
m
23α 发送
D
M
S
m
23β 掌握
0
I
S
23γ 捆扎
B
0
S
I
23δ 切除
0
I
S
m

12 语言与突变

我们再回过头来更加清楚地讨论数学模型。本章①原稿讨论的是突变论模型中根据吉布斯相律对势函数作一般动力学分解的问题。对于其中最后一段所考虑的句子，我在另一篇文章中从另一角度进行了研究，这篇文章的题目是《通用语法中的二重维数》(The Double Dimension in Universal Grammar, *Les Lettres Modornes*, Vol. 89, 1978, pp. 78—96. Paris)。

12.1 句法结构和语法范畴

一种语言L的文本T，无论是书面文字还是口头语言，总可分隔为一个个片段，起这种分隔作用的，在书面文字中是标点符号(如句点)，在口头语言中则是语气的停顿(换气)。

① 本章内容首次发表于*Proceedings of the Bahia Symposium for dynamical systems*, 1972, Academic Press, New York.

这些片段就是句子。通常还有一些更小的片段，即单词(在多数语言中都标有重音)。进一步还可找到更小的片段，那就是音节。最后，不再可分的单位是书面语的字母或口语的音素。

这种语言学形态的分级方法(句子—单词—音节—字母)似乎具有普遍性，也即适用于世界上所有的语言。毫无疑问，语言学家对于“单词”的精确定义是颇有争议的，在许多情况下都难以断定，某个词缀应当算作单词的一个附属成分呢，还是可以视为一个独立的元素。例如，在葡萄牙语的“depois de deixar-la”中，“deixar-la”应算作一个单词还是两个单词？在此，我们就不触及这类困难了，对于更低层次上的字母和音节也将不予考虑。字母和音节的意义永远与上下文有关，然而处于较高层次上的单词和句子，却具有自身内在的含意，这种含意一般总与具体情况下的上下文无关。我们希望将句子分解成单词，这也是通常所称的句法学研究的课题。

根据我们的经验，句子一般都是复合句，可以分解为若干个“基本句”。结合句子的方式可分为两种：一种是并列复合句，一种是主从复合句。当然，要将这两种结合的方式截然分开，我们还缺乏严格的准则。如果一个句子不再能用这两种方式分成更小的句子，我们就称它为基本句。也可用一种比较简单的性质来定义一个基本句。在每个基本句中有并且也只有一个通常所说的“动词”。这个动词是不可缺少的，否则就会严重影响句子的意思和句子在语法上的正确性。因此，要是一个句子只剩下一个单词，那它必定是动词，这种句子一般是祈使句，如“come! ”(来)。

说明　在一般语言学中，能否只借助于形态学的检验方法，就能为所有语言分辨出起动词作用的一类单词，这是一个

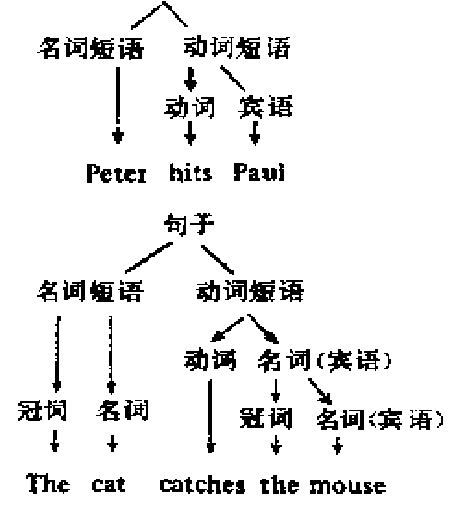
颇引起争议的问题。将动词定义为带有时间标记的单词(过去时,将来时),这是最有把握的检验规则之一。但语言学家根据某些外来语(如 Nootka 语)的特点否定了这一规则,因为在那些语言中,似乎是用名词排列起来成句的。后面我们还要回到"名词—动词"的区分方法上,因为这种方法具有无可争辩的语义学基础。

12.2 基本句的句法结构

对基本句系统作更深入的分析,就可发现除了动词之外,还有另一种基本的单词,即名词。在"Peter sleeps"(彼得睡觉)这一句中,"Peter"一词指的是一个确定的个体,对于说话者来说,这一个体在他说话时具有一个确定的空间位置。第二个词"sleeps"是动词,它描述了个体"Peter"的一种生理学活动。"Peter"称为这个句子的主语。这个主语可用另一个词组来取代,如"The cat sleeps"(猫睡觉)。我们可说,在句法中,词组"The cat"等价于如"Peter"那样的一个专有名词,也就是说,前者可以取代后者,意思会改变,但句子的语法正确性不变。我认为,我们可以相当有把握地将名词定义为能够取代专有名词的单词(有时还可能带有诸如冠词和指示代词那样的助词)。

有些列举事物的句子,如:"In the refrigerator there are eggs, ham, sausage, milk, coffee, …etc."(冰箱里有鸡蛋、火腿、香肠、牛奶、咖啡等等),带有较多的并列性。如果不考虑这种句子,那就可说,在一个基本句中出现的名词数,其

个数不会很大，至多是四五个。形式语言学或结构语言学中有一个重要的发现，那就是：基本句的结构可用一张图（事实上是一棵树）来描述，用它可以说明在语法正确的句子中动词与名词之间应当保持的关系。



Peter hits Paul.
（彼得　打　保罗。）
The cat catches the mouse.
（猫捉老鼠。）

如果基本句是简单的命题，那末只需要用几种树就足以说明其结构。法国语言学家泰斯尼埃用不超过三的非负整数来刻划这些结构，并把这种数称为动词的“组配数限”（价）。例如：

零价	It rains（下雨）	无主语
一价	Peter sleeps（彼得睡觉）	一个主语，无宾语
二价	Peter beats Paul（彼得殴打保罗）	主语和直接宾语
三价	Eve gives an apple to Adam（夏娃将一只苹果给亚当）	主语，宾语，间接宾语

能用一棵树造出一切句子，这就给我们带来了莫大希望。形式派学者（布卢姆菲尔德、哈里斯）怀有准希尔伯特式的勃勃雄心，他们试图全凭不依赖于意义的形态学方法建立一套完整的形式化规则。遗憾的是，面对堆积如山的困难，后来不得不放弃了这一做法。

我们很快就会发现，有些句子具有异乎寻常的结构。疑问句即为一例，这种句子旨在取得信息，而不是要传送信息。从句则是另一例子，它们往往属于不同于主句的类型。因此，乔姆斯基的转换语法就以填补这一空缺作为自己的任务。对于这类奇特的句子结构，可在句子树上进行积极的形式转换，相应的树也就转换为一棵"正常"的树了。这是一个将"树"射影到时间轴上的问题。但是，要确定转换方法，说明其中道理，那可不是易事，因为特殊情况实在太多了。有些语言学家希望确保形式通用性，因而只承认一种基本图，也就是二分图人(三叉图)。他们试图通过这类三叉图的各种特殊组合，重建日常遇到的所有图。显然我们总能做到这一点，但是，多次任意地应用转换规则，这种简化方法的好处也就所剩无几了。

结构语言学碰到的主要困难之一是，作为一棵树所考虑的基本句子缺乏独立性。具体地说就是，一个句中的名词习惯上可分为两种类型："作用成分"(actant)和"补充成分"(circumstant)。主语、直接宾语、间接宾语无疑都是作用成分，用以补充说明工具或方式(如时间和地点)的名词就是补充成分。

我个人倾向于用语义学标准来作这样的区分。我认为，在"Peter cuts the cord with his knife"(彼得用刀割绳子)这个句子中，"knife"(刀)在过程中起着决定性的作用，因而是一个作用成分。而在"Peter cuts the cord with force"(彼得用力割绳子)这个句子中，"force"(力)是动作的一个定位子，故我们更有理由将它看作是补充成分。如果采用这一看法，那末基本句中的名词就可这样地分成两类：一类是作用成分，它们在一棵确定的树中互相联结在一起；另一类是定位

子，它们将动作定位于时空中或具有语义学特性的某个空间中。只有附属于作用成分的定位子才是在语法上不可缺少的，而附属于由动词表示的整体动作的定位子则可以略去。在给动作定位这一基本步骤中，我们很少用名词，一般用副词或代词（这种代词代表前面句子中已经出现过的作用成分）。

一开始我们就得作一重要的说明：一个句子的能指性特点与所述过程或发音本身在时空中的地位无关。

可以认为，在语义学论域中，位移群作用的方式是与意义协调一致的（我们知道，作用于句子的时空平移可能会影响到它的精确性和有用性，但此时我们就离开了语言学本身而进入逻辑学或心理语言学的领域了）。由此可以推知，时空定位子在句子结构中是相对独立的。

寄予形式语言学的希望也就成了泡影。然而，这种情况只是表明，赋予基本句一种以动词为中心的树结构这一做法，在语言学中并非是普遍可行的。于是，一个古老的问题又被重新提了出来：习惯上从拉丁语中借用的动词、名词、形容词、副词等语法范畴是否具有普适性呢？

历史上最早的一批语言学家是一些传教士，他们在18世纪热衷于将《圣经》译成外国语。为此，他们必须懂得一种语言的语法，并且按照拉丁语语法模型用最朴素和最自然的形式将其记录下来。事实上，我们今天在古英语语法中仍可找到这一痕迹。例如，古英语中不用“rose”这个词：“Nom.（主格）—the rose; Acc.（宾格）—the rose; Gen.（所有格）—of the rose; Dat.（与格）—to the rose;…等等”。19世纪和20世纪的语言学家也许对这一幼稚的做法感到非常可笑，不过，应当指出的是，用这一做法所产生的离奇规则更具有形式化的特

点。事实上，它并没有成为这些传教士完成翻译任务的严重障碍，他们硬是把《圣经》这种比较困难的文字译成了各种不同的语言。

现在，我们将借助于拓扑动力学模型，进一步论证基本语法范畴（如动词、名词、形容词、副词）的普适性，也就是将每一种功能看作为语言动力学模型中一个结构稳定的元素，并尽量就其内在本质描述其结构方面的特征。

12.3 突变论与物体概念

12.3.1 经典动力学的缺陷

在下面两小节中，我们打算从定性的角度，介绍一种基于定性动力学的语言理论的基本结果，进而说明经典动力学模型为什么以及在哪些方面还无力攻克这些难题。

主要困难在于“物体”的表示方法。在经典模型中，系统状态可用相空间（一般是微分流形）中的点来描述，其演变过程是用 M 的一个向量场（流动）X 来确定的。这就要求我们原来就清楚系统的各种可能的状态。但当我们在语言学上研究诸如生物那样的物体时，马上就可得知这一要求在实践中是无法满足的。历史上，经典动力学模型源出于对物体所作的研究，这些物体间存在着相互作用或接触（完整性条件），彼此间也可能通过超距作用（n 体问题）。在所考虑的情况中，这是非常特殊的例子。研究流体或塑性体时，需要引进无限维流形 M（对于这一流形，场 X 是非常难以处理的，更不用说积分

广)。此外，经典动力学假定物体具有严格的局部确定性，而在现实中，普通"物体"总会受到随机力的影响，这种随机力可用场 X 的扰动来表示，而其扰动情况一般是未知的，而且还难以估计。经典动力学中有一结论说，对物体施加的扰动可以影响到它的动力学特性，但不会影响到相空间，相空间的拓扑具有不变性，只要系统不消失，它就不发生改变。也许，这就是拓扑学的美妙之处吧……

但是，假定相空间 M 可以与物体赖其存在的动力学特性一起发生变化，也许显得更为自然些。简言之，经典动力学既不研究物体的发生，也不研究物体的终结。(在相互发生接触的固体系统这一经典情况下，我们是用普通语言说明系统生成过程的，因此，恰当地说，这实际上不是一种动力学的过程。)

12.3.2 物体的持续性

经典模型的另一困难是，用它研究独立物体的稳定存在性，那是非常吃力的(这是已被充分证实的普遍经验)。两个独立系统 (M_1, X_1) 和 (M_2, X_2)，实质上可被看作为已经"分裂"的一个系统 $(M_1 \times M_2, X_1 \times X_2)$。但在 $M_1 \times M_2$ 上的动力学空间中，分裂的动力学函数集(或与其拓扑等价的集合)一般是无处稠密集；仅当这些系统全是梯度型[或一般地称作库普卡-斯梅尔(Kupka-Smale)型]系统时，才可望使这个分裂的动力学系统稳定。如若不然的话，那末由于每个系统得出的都是闭轨线，因而在环面(也即积空间)中就会出现"共振"的现象，从而使动力学系统失去分裂的特点。

说明 1　时间离散的动力学系统(微分同胚)不具有上述特点；事实上，两个阿诺索夫(Anosov)微分同胚的乘积是一个分裂而又结构稳定的阿诺索夫微分同胚。因此，不可能使两个能重复出现的系统都处于动力学独立的状态.这似乎是时间连续性的一个必然推论而已。

说明 2　斯梅尔曾经举出一个关于乘积$(M, X)\times(N, Y)$的例子，其中 X 是一个梯度型系统，Y 可重复发生且是结构稳定的，因而乘积$(M\times N, X+Y)$不是结构稳定的。但是，我们尚不清楚这是否会影响到乘积的分裂性。

说明 3　量子力学模型可以避开上面对经典力学模型提出的第一条批评的意见。在量子系统中根本就没有确定的空间。希尔伯特状态空间是一种“手提箱”，其中一切点都可以实际达到，这一结论是值得怀疑的(关于状态迭加原理，一般无法用实验手段来证实其可加性)。此外，利用场论中关于产生和湮灭的算子，我们就可将系统的开始和终结加以形式化。

另一方面，量子力学却逃不脱关于分裂系统不稳定性的某些批评意见。一般说来，为了描述粒子进入或离开碰撞的情况，一个系统的状态只是渐近地分裂的$(t=\pm\infty)$。如果说，借助于系统在准备工作方面的原因，还可认为 $t=-\infty$时状态是分裂的，那末要理解 $t=+\infty$时几乎仍有这样的情况，那就比较困难了。

12.3.3　芽动力学系统

为了避免对一个物体的整个状态空间过早地作出定论，我们假定可用欧氏空间中一个开子集 U 的点作为状态空间

的参数。动力学系统 X 将不在整个 U 上作定义，而只在使 X 稳定的 U 的一个闭子集附近以及在原点处才有定义。另一方面，我们不能不认为，当一个物体开始形成(或反过来开始消失)时，代表它的动力学系统不大可能是非常复杂的。如果像诗人① 所说："宇宙只不过是虚无之纯洁性的一个疵点"，那末我们就应当认为，物体在其诞生(或消亡)时，乃是虚无的一种最简单的一般性变形而已。

一个物体的复杂性，可用相应的动力学系统在创造或消灭这一物体过程中经历的分支数来衡量。

这一想法也许有一点形而上学，但它使我们能够系统地研究最简单的芽动力学。对于一个点系统，可以求得零系统的典型线性变形，也即双曲型奇点。若限定系统是梯度型系统，那就可得一个二次势函数。同样，哈密顿动力学系统的芽可用哈密顿二次函数来表示。

说明　芽动力学这个概念提出了一些有趣的数学问题。例如，对于孤立奇点处的一个梯度系统来说，我们总可作形式的分解：$V(x,y)=Q(x)+H(y)$，其中 $Q(x)$ 是一个非退化二次函数，$H(y)$ 是一个势函数，相应的泰勒级数的首项次数大于等于 3。这种分解不是唯一的，但任何两个这样的分解都是同构的(这是从马瑟关于微分映射的稳定性理论中得出的结论)。对于一个二次全退化势函数，我们可以猜想说，形如 $V=V_1(x_1)+V_2(x_2)+\cdots+V_k(x_k)$ 的两个分解必定是同构的(其中每个 $V_j(x_j)$ 都是不可化约的，也即不能再构成更小的项)。在一种复杂情况下，塞巴斯蒂安尼(Sebastiani)和托

① 见瓦莱里(P. Valéry)的《蛇》(*Le Serpent*)。

姆(Thom)得出的一个结果似乎是支持这一猜想的。

动力学系统的级联 给定两个动力学系统(M, X)和(N, Y)，我们说，(M, X)是(N, Y)的一个扩张，若存在一个具有最大秩的满射$p: M \to N$(其中$\dim M \geqslant \dim N$)，使$p(X) = Y$。

研究动力学系统(M, X)时，了解它是不是维数较小的一个系统(P, Y)的扩张，这是非常重要的。这也适用于点芽动力学系统。我们看到，若(U, X)是一个梯度系统，它将自身射影到梯度系统(V, Y)上(两者均为点系统)，那末这一扩张就会分裂。哈密顿系统的情况也相同。另一方面，对于一般动力学系统，则很可能有非平凡扩张存在，例如，用一系列霍普夫(Hopf)分支可将纤维定义为非平凡圆周。

除此以外，我们还注意到，甚至在二次函数的情况下，根据相应特征值实部的模，就可对有关项作自然的分级。我们还可合理地认为，快振子确定了纤维，慢振子确定了基础的动力学系统。

对称性 将研究局限于一点处的芽动力学，这实在是一种非常苛刻的要求。根据经验可知，自然对称性往往会带来某种稳定性。因此，有时可以系统地研究一种芽动力学系统，它在支撑空间中的某个李群作用下具有不变性。同样，还可研究这种系统的分支与开折(若存在的话)。在一种特殊的对称情况下，可取所有微分同胚构成的群，此时唯一不变的动力学系统就是零系统。于是，利用零系统的扩张概念，就可得到初积分的经典概念。若(M, X)是$(N, 0)$的一个扩张，则纤维化$M \to N$就是(M, X)的一组初积分。对称稳定性问题就是对称稳定性的破缺问题，它是一般动力学中最为含糊不清的

问题。

在下面，我们将局限于说明这样一点：如果两个哈密顿系统(M, X)和(M', X')都在李群 G 的作用下不变，两者间的耦合作用也是一个 G 不变量，那末对于其中每一个的对偶李代数所定义的初积分，都可用相加的办法得到向量的一种叠合映射（如关于球面对称或轴对称系统的动力矩定理）。系统的演化遵循物理学定律，而在具有空间对称性时，就常有上述这样的情况。因此，若用初积分来说明两个系统之间的相互作用，那末这两个空间往往就是同一个空间。这就将能量守恒定理 $E=E_1+E_2$推广到了两个保守系统发生哈密顿耦合的情况。

12.3.4 突变论介绍

给定一个动力学系统(M, X)和一个空间 B，如成立下列条件，则称系统(M, X)可以扩张至B：对于每一个子集 $U \subset B$，都有一个系统(M_U, X_U)，使得在 $V \subset U$ 时，(M_U, X_U)就是(M_V, X_V)的一个扩张。这种扩张显然满足传递性。如对 B 中每一点 b，我们都可确定(M_U, X_U)在 $U \to b$ 时的一个归纳极限，那就可以将 b 上面的纤维动力学系统定义为(M_b, X_b)。于是，(M, X)规范地浸没在乘积 $\Pi_b(M_b, X_b)$中。

扩张系统的动力学状态可通过截面 $s: b \to (M_b, X_b)$来确定。如用不到那末精确，则可用这一截面在纤维动力学系统中的渐近状态 $S(t=+\infty)$来确定。这类状态可能不是从初始系统(M, X)的整体动力学状态中产生出来的。一般说来，截面 s 或它的极限可能会有间断点，这种间断点的集合构成了

B 的突变集 K。

在 B 中每一点 b 处定义的截面 s 确定了 B 上的一个形态，K 就是这一形态的突变集。我们假定，空间 B 在 b 点的定性特征可完全由截面 s 所定义的局部系统的渐近状态来决定。

扩张在一个空间上的动力学系统总能保证存在某些系统，这些系统将会在一个支撑空间上产生下列现象，也即需要作一次局部化运算。

通常，支撑空间 B 是一个度量空间（对于实验科学的形态来说就是通常的时空）。我们认为，若开集 U 是两个开集 V 和 W 的并，这两个集互不相交，且在 B 中相隔甚远，则 U 上的局部动力学系统(M_U, X_U)将非常接近于分裂系统$(M_V, X_V) \times (M_W, X_W)$，这与量子物理中的定域公理一致，这一公理认为所有的超距作用都是不可能的。

12.3.5 渐近状态（吸引子）与芽动力学系统

用截面 s 定义的局部渐近状态是纤维动力学系统的一个吸引子。但是，一个吸引子对于它所吸引的轨线可以具有一个局部的李雅普诺夫函数。因此，我们在衡量一个吸引子的内部稳定性时，可考虑在它邻近处的芽动力学系统，这是一种梯度型系统。显然，除了点吸引子的情况外，这种芽系统将不是点系统，而吸引子的拓扑也将涉及到它的定义。不过，我们完全有理由认为，当吸引子不再稳定时，它所经历的分支可通过芽系统相应的分支情况来描述，而点芽系统的形式在某一作用下或在一个李群表示下应当具有不变性。如果发生了这样

的情况，我们就能对自然对称性的起源作出解释了。在此，我们记得，所谓的初等突变论是通过空间 R^4 上的势函数分支给出的，并没有什么对称性方面的限制。它对应于局部极限状态是用点吸引子描述的情况。

在文献中，似乎还未明显见到扩张在支撑空间 B 上的动力学系统的概念（量子力学中的经典场论就是未明确说出的一例，其中的场是用空间上一族连续的线性谐振子定义出来的）。我在以前的几篇论文中曾将展布在 B 上的一个系统称作 B 上的代谢场。空间 B 不应被认为是由初始系统 (M, X) 的初积分构成的系统，它是用构造性方法由动力学系统"从" $F=\prod(M_b, X_b)$ 的初积分构成的系统，也就是纤维系统的乘积。不过，我们已经看到，给出截面 s 并在实践中能有效实现的真实系统 $\mathcal{D}$ 正好介于 (M, X) 与 F 之间，即

$$(M, X)\supset\mathcal{D}\supset F。$$

对于纤维空间 M，当然可让 b 变化，后面我们要举出一个例子（语言学中动词的模型），其中空间 B 本身就是一个变量（所属动力系统的一个函数）。

12.3.6 两个扩张动力学系统的耦合，两种形态之间的相互作用，突变的有效耦合与感染性

假定有两个动力学系统 (M_1, X_1) 和 (M_2, X_2)，它们分别扩张在维数相同的两个欧氏空间 B_1 和 B_2 上。为确定起见，设 X_1 和 X_2 分别是由势函数 $V_1(x_1)$ 和 $V_2(x_2)$ 定义的梯度场，其中 x_1 和 x_2 是 B_1 和 B_2 中的局部坐标。乘积 $(M_1\times M_2, X_1+X_2)$

是扩张在 $B_1 \times B_2$ 上的一个系统。若 X_2 为零系统，则此乘积系统的形态只是 M_1 在 $B_1 \times B_2$ 上的同纬形态。再引入两个系统间的互作用势 V_{12}，这是一个很强的势，它能使两个维数相同的纤维空间 x_1 和 x_2 统一起来。例如：

$$V_{12}(x_1, x_2) = k(x_2 - x_1)^2。$$

将乘积系统 $M_1 \times M_2$ 在 B_2 上扩张，就可得纤维上的动力学系统，它可由下式给出：

$$X' = \text{grad}\ V_{12}(x_1, x_2) + \text{grad}\ V_1(x_1) + X_2,$$

其中最后一项 X_2 为零系统。为了求出势 X' 的极小值，可令：

$$-2(x_1 - x_2) + X_2 = 0,$$

$$2(x_1 - x_2) + \frac{\partial V_1}{\partial x_1} = 0。$$

因 X_2 被假定为零系统，故极小点位于对角线 $x_1 = x_2$ 上。现在 B_2 上考虑由 $V_1(x_2) = V_1(x_1)$ 所确定的形态。又若相互作用被局限于 $B_1 \times B_2$ 的对角线上（这条对角线确定了 B_1 与 B_2 间的一个叠合映射，试与一般的物理学定律所确定的初积分的迭合映射相比较），那末在 B_2 上（通过叠合映射 $B_1 \cong B_2$）可得到 B_1 上用 M_1 确定的形态的一个真正的复本（copy）。此时也可说系统（$M_2, X_2; B_2$）关于系统（$M_1, X_1; B_1$）是**胜任的**（competent）。B_1 上的形态称为诱导形态（inductor morphology），而 B_2 上的形态称为被诱导形态（induced morphology）。

例子 （镜面反射象） 形态（$M_1, X_1; B_1$）是由通常的欧氏空间 B_1 上的源象确定的；B_2 是关于镜面 H 作反射而得的同一空间。等式 $x_1 = x_2$ 表明了入射线通量和反射线通量相等，势 V_1 确定了一个形态，它是根据给定方向得出的照明强度空

间的一个形态。在此，照明场反射出来的动力学系统 X_2实际上是零系统，所以我们可用完全反射来表示镜子 H 的均匀特性。

若有非零系统 X_2，它以及它的导数（在 M_2上）均比较弱，那又会发生怎样的情况呢？可在方程 $-2(x_1-x_2)+X_2(x_2)=0$ 上解出 x_2。若 X_2的导数足够小，那末解 $x_1=g(x_2; b_2)$将在纤维上确定一个微分同胚。于是，V 的奇点就是 V_1关于 x_1的奇点，因而在原则上也可确定同样的形态；但在 X'中加上 X_2这一项时，就会影响到所得的形态。若此形态是结构稳定的，X_2（及其导数）又比较弱，那末唯一的影响是使被诱导形态相差一个 ε 的变形（微分同胚）。但如初始形态是足够稳定的，我们就应将被诱导形态简化为稳定形态。因此，通过结构稳定的方式确定的这种类型的形态，在扩张系统之间发生耦合的过程中，将会显示富于弹性的特点。这种形态在符号的数学理论中可被称为孕育态（prégnante）①，它是与欧氏空间上的稳定突变联系在一起的（空间维数等于 $\dim B_1$）。若在 B_1上存在这样一个形态，那就会在 B_2上诱导出一个同构形态来。这就是突变的感染性原理。

在某些情况下，系统 $M_2\to B_2$是塑性的，也即具有记忆力。在一块蜡上打下一个固体的印记，就会发生这样的情况[柏拉图在《泰阿泰德篇》（*Theaetetus*）中对此曾作过描述]。B_2上存在记忆，这就意味着在每一时刻，只有 B_2的一个空间截面可与诱导系统发生关系。意识面对外界现实时出现的耦合现象既是胜任的，又是塑性的。说它是胜任的，因为对于一

① 孕育态与心理学中的格式塔（Gastalt）现象有关，也就是向形态的完全性和永久性演变的一种倾向。

个动物来说，估算距离和解释形态往往是极为重要的。如果是捕食食饵，或者是从捕食者那里逃走，判断错误不但会使努力受挫，甚至可导致死亡。灵巧的感觉器官可以充分地利用“不适当地精确的物理定律”（维格纳的说法）。例如，眼睛这种器官就完全模拟了光学定律，因而在度量上是胜任的。另外，我们也有理由认为，（动物和人的）感觉器官的主要功能是尽可能忠实地（甚至在度量上）复写周围的宇宙，尽管哲学家们一直在喋喋不休地指责我们感觉所犯的错误，说我们的感觉“歪曲”了现实世界。坚持不懈地“复写”宇宙，这就是每个人的“意识”，或者说是“主观意志”。塑性本身显示了知觉或记忆的积累，可供需要时应用。但是，知觉或记忆的逐渐退化（包括遗忘所造成的最终退化）确实提出了一个重要而又困难的问题。根据布卢姆（Blum）新近发表的理论，伴随着一种形态的感知，总有向模样轮廓（stylised skeleton）的退化（更精确地说是向形态“刻印轨迹”的退化）。这一退化的重要特性在形成直观记忆时是一种稳定的因素，也就是形成某种先后的次序。这种理论显然与关于突变的感染性和孕育态的想法是紧密相关的。

用突变的感染性得出的形态奇点在其局部拓扑中必然是比较简单的，具体地说，它们满足“吉布斯相律”：在 n 维空间上至少有 $n+1$ 个处于稳定平衡的局部区域（参见 12.3.7 附录）。由此不应得出结论说：在人类所用符号的形成过程中，只可能出现孕育态奇点。这一说法是错误的，我们无疑可这样作解释：在一种胜任的环境空间上，结构稳定奇点除了自身外产生不出别的东西来，但在人类（或动物）的符号系统中，一条消息在形式上是与其要点或意义不同的，它可激起对方的一种

复杂微妙的行为；因此，我们有必要使消息处于一种形态上的不稳定状态，它在对方行为的局部稳定的网络中将会稳定下来。不过，正如我们在上面看到的那样，感觉的交流是非常精确而又“胜任”的，因而有可能让这类非常不稳定的形态得到传送和接受。在后面介绍的语言理论中，我们将看到，与大多数语法功能有关的结构都是不稳定的。

12.3.7 附录：吉布斯相律与突变论

在此，我们就像麦克斯韦约定中那样，假设纤维动力学系统都是点梯度系统。

于是，一共有三类突变点：

(a) 冲突点：在这种点处，势函数有 k 个非退化绝对极小点。由于我们有 $k-1$ 个独立的方程：

$$V(c_1)=V(c_2)=\cdots=V(c_j)=\cdots=V(c_k),$$

因而这些极小点构成了余维数为 $k-1$ 的一个层(stratum)。

(b) 分支点：在此点的唯一绝对极小点 c 是退化的。

(c) “混合”点：冲突层与分支层的交点。

应当指出，余维数为 k 的层在万有突变空间中至多附有 $k+1$ 个正则分量(余维数为 0 的开折层)，在每个这样的分量上都有一个非退化绝对极小点。

对于每一层 Z，我们只需考虑相应的绝对极小点集合就够了。每个这样的极小点 c_j，根据其类型，都可定义出一层 Z_j。取一个值 a，考虑势函数 $V(x)$，使 $V(c_j)=a$。这就在 Z_j 中定义了一个余维数为 1 的一个子流形，因为用 $V(c_j)$ 定义

的映射 $Z_j \to \mathrm{R}$ 显然是秩为最大的满射。但在 Z 中，由

$$V(c_1)=V(c_2)=\cdots=V(c_j)=\cdots=V(c_k)=a$$

确定的集合也是 Z 中余维数为 1 的一个子流形 Za; Za 还是各个 $Z_j(a)$ 的横截交，因为每个这样的条件 $V(c_j)=a$ 都将空间 (x) 划分成一个个互不相交的部分。由此可知，

$$\operatorname{codim} Z(a)=\operatorname{codim} Z_j(a),$$

$$\operatorname{codim} Z+1=\sum_j \operatorname{codim} Z_j+1。$$

设 c_j 为在 Z_j 的邻域中局部极小点(靠近 m_j)的个数。若能证明 $\operatorname{codim} Z_j>m_j-1$，就可得到 $\operatorname{codim} Z>m-1$，因为可以得到的局部极小点数 m 是各个 m_j 之和。

于是，只要对 Z_j 型的分支层证明吉布斯相律就够了。但是，对于每一个孤立临界点（若临界点在原点，则其商代数 $R((x_j))/Vx_1$ 的维数为有限数 r)，马瑟的理论都给配上了余维数为 $r-1$ 的一个"万有开折"。此数就是相应层 Z_j 的余维数(仅当余维数小于 6 时才成立；若超过此数，则只能说 Z_j 的余维数至多为 $r-1$，这在本问题中无多大意义)。数 r 称为米尔诺(Milnor)数，我们对它有一个简单的解释：它是用 V 的局部变形(至少在复数域中)可以求得的非退化临界点的最大个数。但在这样找出的 r 点中，至多有 $r/2+1$ 个点可为极小点。事实上，莫尔斯(Morse)理论告诉我们，如果 m_0 是极小点数，m_1 是指数为 1 的鞍点数，那末就有 $m_1\geqslant m_0$。由此可知，当维数 $n<6$ 时，

$$\operatorname{codim} Z_j=r-1,\ m_j<\left[\frac{r}{2}\right]+1 \quad (\left[\frac{r}{2}\right] 是整数部分),$$

$$m_j<\left[\frac{\operatorname{codim} Z_j+1}{2}\right]+1。$$

但若 codim $Z_j>3$，则有

$$\left[\frac{\text{codim}Z_j+1}{2}\right]<Z_j,$$

因此，我们证得了所需的结论。若 codim $Z_j=2$ 或 3，则应将不等号改为等号；若 codim $Z_j=1$，则拓扑学要求 $m=2$。

显然，如能挣脱 $n<6$ 这个假设条件的束缚，那将是很有意义的，因为微分映射稳定性的微分理论和拓扑理论都需要解决维数很大带来的困难。

12.4 调节

定义 一个物体 A 称为被调节系统，如果它能用欧氏空间一个相对紧的区域 U 中的点作为参数来表示。一般说来，U 的边界是由 R^n 中的超曲面 H_i 构成的。当状态的代表点 u 穿越 H_i 中的一个面离开 U 时，事物 A 就不再存在了。如在物体 A 上施加一个振幅不太大的刺激，代表点会离开 U 的内部区域向边界接近，此时，与 H_i 横截的一个向量场 X_i 会给出一个修正力，使其重新进入 U。

12.4.1 调节图

每个物体，只要是稳定的（每个物体都是稳定的，否则我们就无法知道它的存在了），都是以这样或那样的形式出现的一个被调节系统。在上一章里，我曾提议，将区域 U 所构成的形态以及确定场 X_i 的各种不同的修正机制统称为一个物体

的逻各斯。在此，将更加通俗地说一说调节图。

从上面介绍的情况可知，被调节系统的演变未必总具确定性。在 U 的内部，代表点 u 的运动一般是不确定的。势函数洼中的一个粒子就是一个典型的被调节系统，显然在这种情况下，系统具有确定性。超曲面 H_i就是从围起洼的各个鞍点中得到的一个稳定的流形；这些超曲面构成了一个局部多面体（总存在尖角奇点），其尖角奇点在一般情况下是由形如 $y=Ax^{\alpha}$的方程定义的。在更一般的情况下，在物体存在的区域 U 中，极小点可能不止一个。例如，假定在火山口中确定了势函数 $V(x)$，火山口内壁比较陡，中心部位由一些较浅的洼组成，彼此间由一些略有隆起的鞍面相隔。火山口内壁上还可以有一些悬空的小湖，这些小湖确定了系统的受激状态。此时，给以一个外部扰动，由于扰动比较弱，因而不致于将代表点抛到火山口的伽莫夫（Gamov）壳之外，但这一扰动可能改变内部的洼，也可能使其与一个悬空的小湖分离……

用一个微分动力学系统来调节，这在理论上最简单，但它有一个严重的缺点。我们知道，一般情况下，一个动力学系统仅对 C^r扰动（$r \geqslant 1$）才会呈现出结构稳定性，对于 C^0扰动（简单连续性）则不然（更不用说对冲击了）。为了找到一种调节方法以解决间断点问题，修正机制本身就应当是不连续的。

具有垂直内壁的势阱就是一个重要的例子。但是，像在生物学中一样，我们往往用一个悬崖状的内壁并根据下面将要介绍的机理来进行调节。

例如，设 U 是 Ox 轴上的区间 $-A \leqslant x \leqslant A$，在平面 Oxy 上有一曲线 $V(x)$，它在区间 $-A \leqslant x \leqslant -B$ 和 $B \leqslant x \leqslant A$ 中是一多值函数；我们只要求 $V(x)$是关于 y 的一条三

次曲线即可：$x = y^3 - ay$。在 $B \leqslant x \leqslant A$ 的上方的三个根中，外面的两个根代表稳定状态，中间那个根代表不稳定状态，它在大多数情况下是见不到的。

当 V 值较大时，"受激状态"总对应着一个非常强的场 X。另一方面，在下方的分支上，"水平"场 X 为零或略指向外部。显然，这一方式可以确保进行良好的调节。在外扰动的作用下，当代表点经过点 $x = B$ 后，场 X 向外的倾向进一步增强；最后到达点 $x = A$ 时，就有一突变发生；相应的 V 值发生变化，跃迁到曲线的上部分支上。此时，恢复场 X 开始起作用，使代表点返回至 $x = B$，此时又发生新的突变，代表又回到 V 的较小的起始值（图 12.1）。

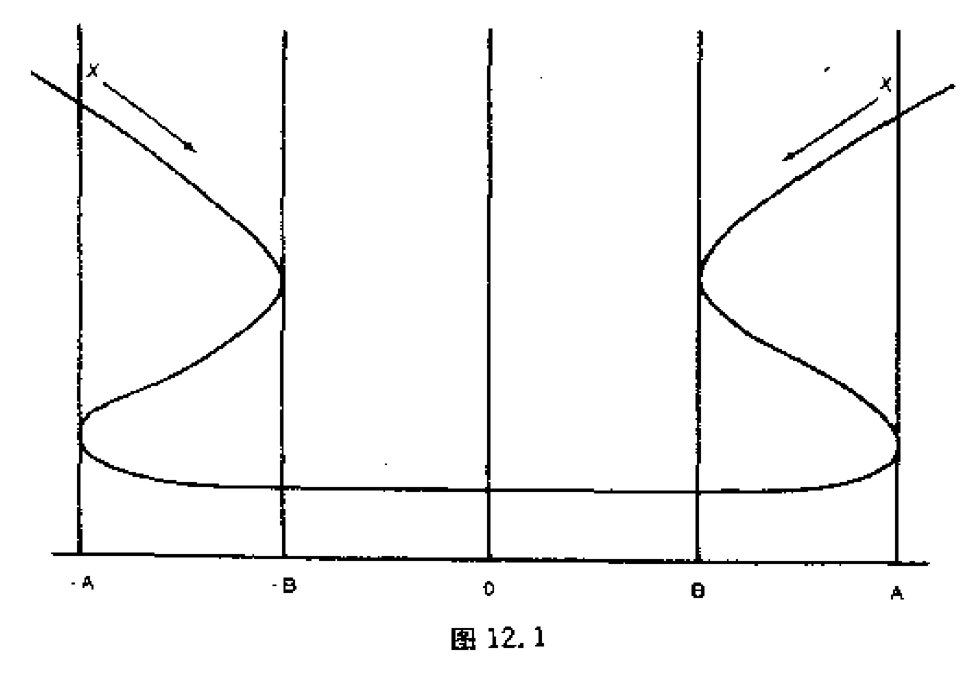


图 12.1

应当明白，这只是一个象征性例子。当变量不止一个时，就可能有许多调节图。例如，可以是以原点 O 为中心的平环（$b \leqslant r \leqslant a$），上方有悬崖（图 12.2）。同样，也可以是以 D，D'，D'' 这三条直线为边界的三角形内部构成的一个图，状态

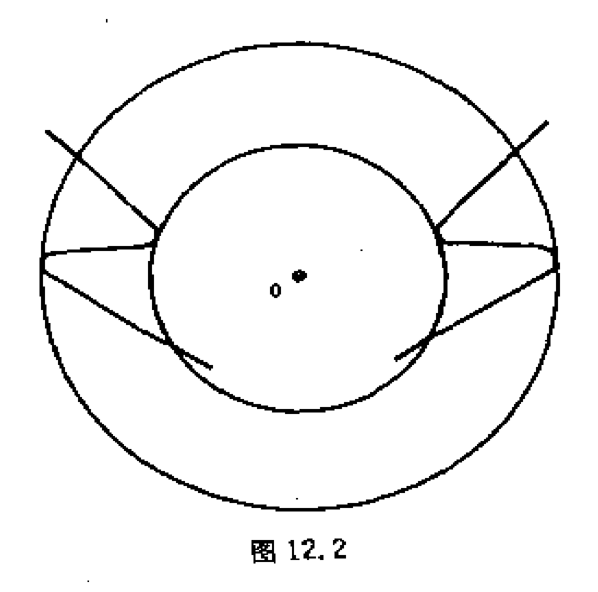


图 12.2

过渡的情况是：在 D 上，$1 \to 2$；在 D' 上，$2 \to 3$；在 D'' 上，$3 \to 1$。适当选取相应的场 X_1，X_2，X_3（图 12.3），就可得到一个吸引圈。而这仅是无限多种可能情况中的一种而已。

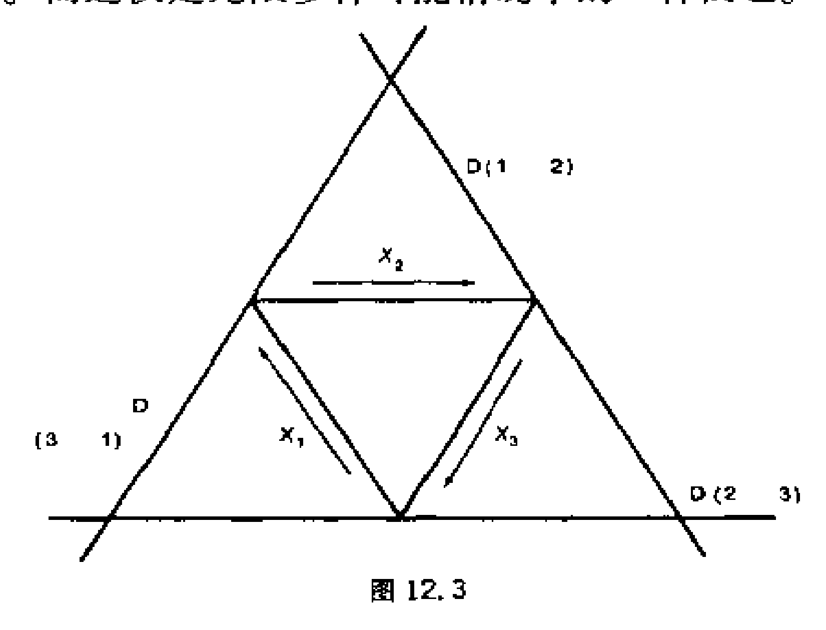


图 12.3

用实验方法确定一个物体的调节图，那可不容易，确定这种图形光凭经验是不够的。为了克服这一困难，求助于数学简化是一个好办法，最重要的一点是利用系统发生学的研究成果。

12.4.2 调节图的发生学

根据上一章提出的哲学观点，我们有理由认为，一个物体的创造与消灭，总会有最简单的动力学形态：一个二次势函数或哈密顿函数。只是在此后才会出现更加复杂的调节系统。让我们说明一下这是通过什么机制发生的。

势阱中的"塑性"变形 设想有一个势阱 $y=V(x)$，它是从沙地那样的活动物质中开凿出来的。若质点 m 具有的动能取决于它的高度 $y=h$，那末这一质点的存在对基底材料具有侵蚀的作用，使势阱的外形发生变化。对于使 $V(a)=h$ 的点 a 来说，m 的存在密度可算作无穷大[在平面(x,x')上将轨线(圆)投影到 Ox 轴上就容易得知这一点]，因此在端点处侵蚀作用是特别强烈的。

势阱的外形将会发生下列变化：唯一的极小点 $x=0$ 将会把阱底分割成两个极小点，在中间的 $x=0$ 处将隆起一小圆丘，它将两个极小点隔开。如果这一演变过程继续下去，就可看到一条悬崖形曲线出现，也就是用曲线 $y=V(x)$描述的一个悬崖(图 12.4)

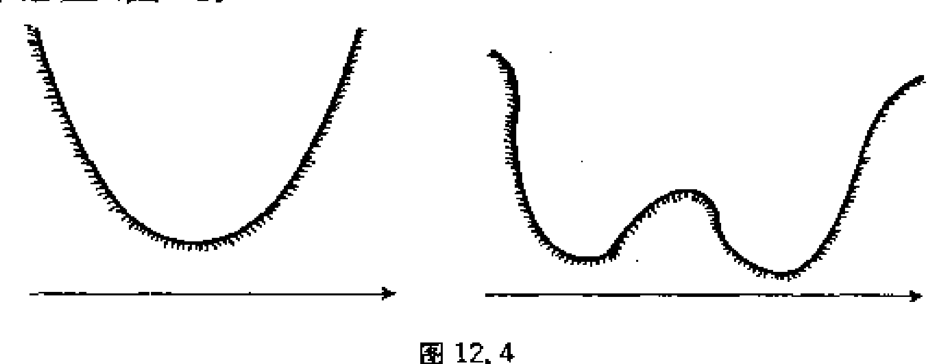


图 12.4

数学上，曲线 $y=V(x)$的特性有点像空间 Oxy 上的一

个波面；这条曲线由“$S(x, y; t)=$常数”来给出，其中 S 是下列哈密顿-雅可比方程的解：

$$\frac{\partial s}{\partial t}+H\left(x, y, \frac{\partial s}{\partial x}, \frac{\partial s}{\partial y}\right)=0。$$

在这一演变过程中需要用到哈密顿函数 H，但不必担心，因为我们只需要明确，在演变的过程中以及演变结束时，超曲面“$S(x、y; t)=$常数”在 x 轴上的投影只有与波面有关的一般性奇点。不管有多少个参数 x，这种演变总是可以确定下来的。在二维情况下，两栖动物原肠胚显示了这一悬崖在卵的营养极周围的一个平环上形成的形态（与此同时，中间的中胚层从背部经线开始也会很快稳定下来）。

可以想见，利用超曲面 $y=V(x)$ 的一系列折叠，通过投影就可在 x 空间中造出所有的突变超曲面，修正场就是在这种突变超曲面上出发和终止的。我们甚至可让这种往往是不连续的修正动力学系统本身去重复上述过程。

12.4.3 涉及到作用成分的突变

假定调节图是从二次势函数的逐次折叠中产生出来的，因而就有办法生成大量的调节图。但是，关于生物还有其他方面的问题，例如，在此就有一个调节图再生的问题。在这一方面，动物具有一个基本的修正性突变——“捕食”，利用这种突变，动物给自己喂食，满足自己对化学能的经常性需要。但在这种突变中，食饵是与动物本身密切相关的一个必不可少的元素。由此可以得出一个基本的结论：修正性突变要求有一个外部对象（又称为作用成分）存在。性生殖中的交配也属于这

种情况。

但是，在一个初等突变中，在基础空间的每一点处都存在着作用成分间的冲突，每个作用成分都是用局部势函数的一个极小点确定下来的。在这一理论中，有一个极小点（如用麦克斯韦约定就是最下面的极小点）优超于其他极小点。作一自然的推广就可以断定，所有作用成分都是靠分割"内变量"的纤维空间存活的。在基础空间 B 中给定一条路径 c，我们就可用下列办法给它配上一个作用成分的互作用图：对于路径 c 上的每一点，都用图中一个分支上的一点代表极小点，图的顶点相应于分支点。在分支点上，有一个极小点失去稳定性。因此，可用一条特殊的线（例如，用一条虚线）来表示失去稳定性的各个极小点。所以，与 B 中分支集横截地相交的每条路径 c 都会产生出有限多个互作用图（见第十章）。

这就提出了一种非常一般的方法，用它可在几何上表示作用成分间最常见的空间互作用类型，特别是生物学调节中出现的那些类型。

例子　假定我们希望用代数式表示"capture"（捕获）这个词的语义学内容，那就可以这样做：考虑势函数 $V=x^4/4$ 的奇点，相应开折为 $V=X^4/4+ux^2/2+vx$。基础空间（u，v）的分支集为尖角 $4u^3+27v^2=0$（图 12.5）。

竖直线 $u=-k$ 在点 J 处与抛物线相交，点 J 的坐标为 $u=-k$，$v=-(4k^3/27)^{1/2}$。若沿此直线向下移动，那末点 J 就是利用最下面的稳定极小点捕获亚稳定极小点时发生突变的地方（图 12.6 a）。原则上，用这样一个"程序"描述的一切过程对应着相应突变的万有开折中路径的一个同伦类（在分支集上横截）。这样，我们就有一种有效的算法，用此算法即能

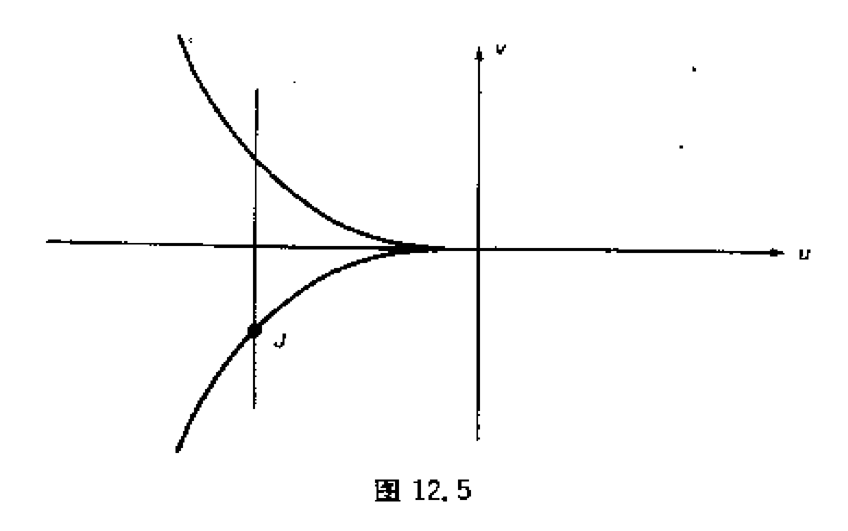


图 12.5

把空间行为改制为几何学形态。

12.4.4 程序的发生

现在我们来建立发生这种代表性路径的方法。在上例中，用圆心在O处并与尖角横截相交的圆周来取代直线$u=-k$，并取定圆周的正方向(图 12.6 b)。我们再次注意到，圆周 C 与尖角下面一条分支线相交于点J'，并在J'点加上了一个零场(或非常小的正数场)。因此，代表点长时间地停留在J'的邻域中，这就表明捕获过程是非常重要的。然后，可让圆周 C 向原点收缩，最后成一点(突变的组织中心)；反过来，也可让点 O(假定它具有吸引的作用)在平面 Ouv 上经受霍普夫分支，从而创造出圆周 C。在语义学中，与生物学的情况正相反，一个意义的创造和消灭是互为可逆的两个过程。

我们还要进一步指出一种有趣的现象：发射式突变可用 C 与分支尖角处上方那条分支线的交点 K 来表示。因此，我

们在几何上证明了索绪尔公理：任何意义都不是孤立的，每个意义都是公共语义场中一个完整的元素，其互作用图处于逐

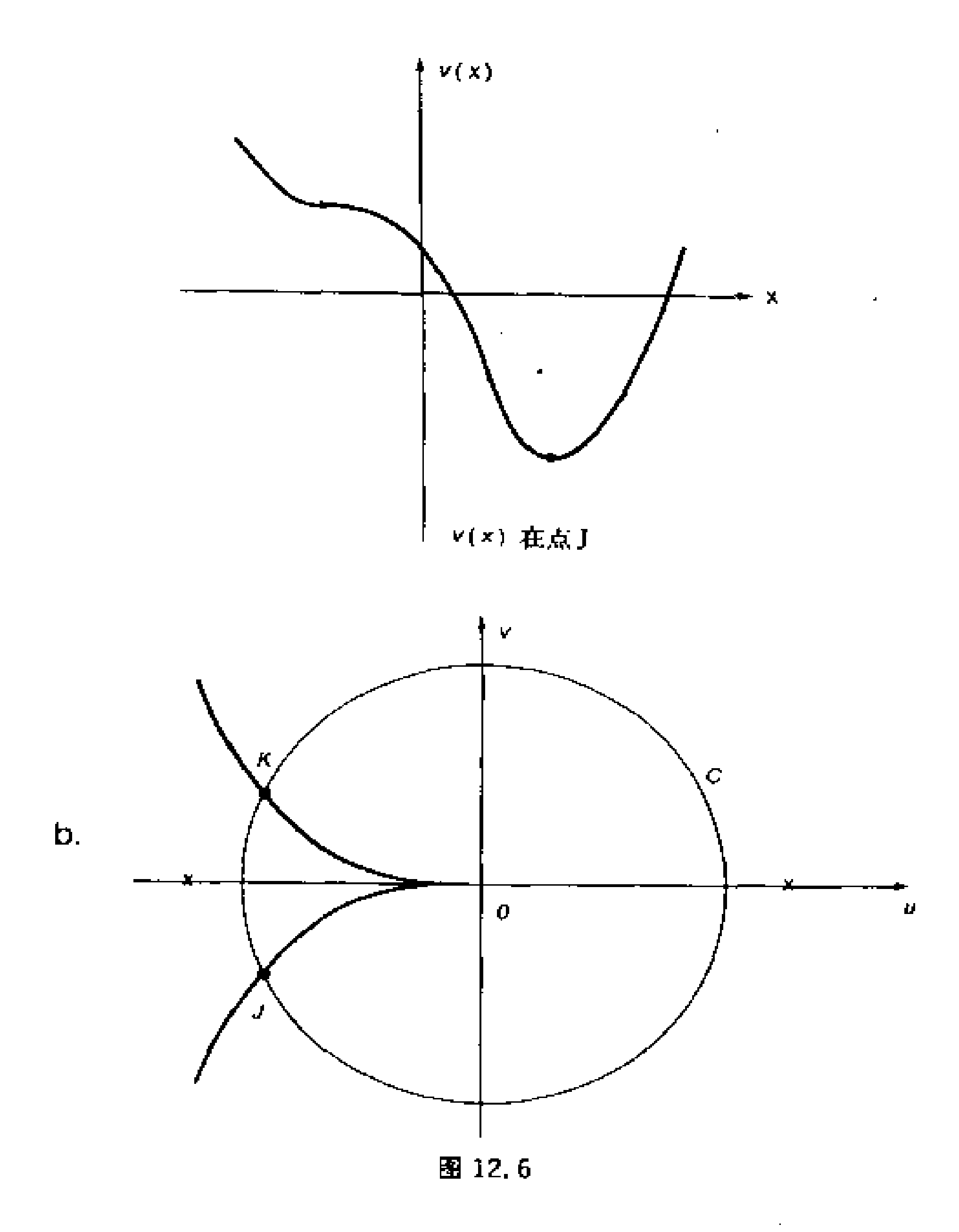


图 12.6

渐消失的那个圆周的上方。与此同时，此图显示出作用成分发生紊乱的情况，这一现象初看起来似乎是令人不安的（图 12.7）。例如，关于捕获圆周 C，可以证明，捕食者在 O 周围转过

一圈后成了自己的食饵。这听起来是相当别扭的，但在“父-子”这对关系的语义场中，经过一代人以后，儿子成了父亲，这是一件平常的事。

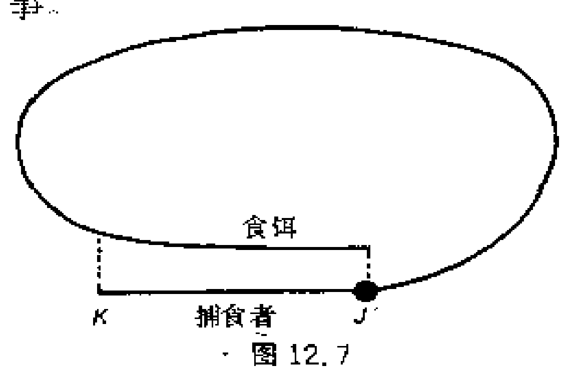


图 12.7

作用成分发生紊乱的现象在创造（或消除）一个动词意义的过程中是不可避免的，但它在语义学上却令人讨厌。这种现象也许正是魔法式思维或带有原始思维特点的“参予”（participation）概念的根源。为了对空间的整体表示作几何式思维，人们附加了一条公理，即同一物体不能在空间中同时占据两个不同的位置，并从那时起就对分支集交点处的奇点作了严格的控制，终于逐渐消除了上述这种紊乱的现象。

现回过头来讨论生物调节的问题。可以表明，修正性突变的“程序”是形成遗传性的一个主要因素，它控制着所有动物的胚胎发育的过程。这种突变首先在胚胎中使形态发生，然后在成年体中建立起有关的功能。例如，神经胚就是动物将一种符号性食饵吸收的过程，这种食饵将成为它的神经系统，这也证实了捕食者实际上是自己的食饵这一种说法。毫无疑问，这对于语言学也是成立的：每个概念都有一个调节图，在创造一个概念的时候，这种调节图就以一种真正的胚胎学风格开始形成了，而其控制的模式是由广义的修正性突变给出的，后者还影响到概念的稳定性。

12.4.5 弱调节点

在大多数情况下(特别是有高级中枢神经系统的生物),修正的机制是根据"或是一切、或是全无"的原理发生作用的。因此,一个系统不可能对两种不同的"修正性反射"同时作出响应,由此可知,调节图必然会产生一些较弱的点;这些点位于将修正性反射的两个洼隔开的周界上。在这种点上,系统对选取哪一个修正性反射犹豫不决,可造成致命的后果。我们还可找到其他的解决办法:如外部刺激是一种局部现象,那就可采取分散的方针,将回答刺激的任务留给局部调节机构。采用这一方法,原则上就能对同时发生的两个不同刺激作出反应。不过,此时的修正性反射就可能发生问题,因为这种反射在空间上未加以规划,弄得不巧就会发生碰撞而占据空间的同一区域,从而失去修正的作用。由于存在着拓扑学约束,因而在每种情况下都必然会产生弱调节点。然而在生物学和社会学中,调节图能不断地修正自己,以填补这些空缺;它们能在这些弱调节点周围围起排斥性的保护屏障(犹如路口信号"停"),使它们的调节能力增强。类似地,在语言理论中,含糊不清的意思就是一个经常性变化的因素。

12.4.6 语言与社会形式

在研究动物的社会群体时可以注意到,原则上有着两种主要的社会形态。

(1) 军事社会:社会体是空间上的一个球;每一个体占据

一个确定的位置，规划着自己的行动，因而整体的形式是不变的。有一个正函数可称为权威(authority)函数，它在球的边界上取零值。各个个体根据权威函数梯度的轨线将自己组织起来，并根据自己上级的行动来确定自己行动的模式。一般地说，由于稳定性方面的原因，权威函数总有唯一的一个极大值；这就是领袖，领袖的行动带领着整个社会体行动。

(2) 流体社会：犹如一群蚊子，每一个体可以随机运动，直到他看到所有同伴处于同一半空间为止。然后，为了重新进入社会，他会用突变的方式修正自己的运动。

在军事社会中，仿照上级的运动就可确保社会的稳定性。在此，存在着一个缓慢的机构，但激烈的争斗可使整个社会采取迅速的行动。另外，领袖不可能明察一切，因而需要派遣专门的情报员驻扎在社会的前沿，后者向他传送关于环境的信息。有声语言可用来向社会成员传送信息和发布指示，因而大大加快了行动的速度；与此同时，借助于语言的手段，社会群体的稳定性也大有改善。

虽然语言已经取代模仿，但我们应当看到，在我们的社会中，在未取得语言能力之前，模仿仍有重要的作用。例如，1岁至3岁的小孩在学话过程中，模仿无疑是非常重要的。

12.5 关于语法功能的理论

12.5.1 关于词的语义结构的一般论述

一个词的意义可认为是一个振子，或在 12.3 节的意义上，是中性动力学系统的一个被调节系统。这一系统在两类物理学活动之间形成一条不可缺少的沟通渠道：一方面是感觉活动，也就是由感情引起的活动，它促使我们想说点什么；另一方面是身体有关部位的运动，因为每个词的发声最终都是一个肌肉运动场（也就是沃丁顿所说的一个育径），它将引起胸部、声门、声带和嘴巴的运动①。我们可将“进入体”（L'aspect entrée）②看作为语义形态的一个胚胎。这一胚胎完全形成后，也就进入了性成熟阶段，从而在调节图的一个专门区域（类似于生物的性腺）中形成一种形态，然后经过逐步简化，再回复到结构的组织中心（类似于生物的配子）。在这个局部振子消失的过程中，耗费的能量被用于启动肌肉的运动场。作为一级近似，我们可将语义形态的构成和破坏看作两个互逆的过程。在发出一个词后，语义形态就不再稳定而发生破裂（也许它会在直接记忆中停留一段时间，就像不能生育的老年个体那样记忆衰弱）。

这样，关于语义形态有两个因素要考虑：一个是作为一种

---

① 在此，我们并不是指意义中直接包含运动的词（如祈使句中表示运动的动词）所说的运动。

② “进入体”是指通过上述渠道促使单词生成的那种流动。

几何图形的调节图所具的结构("逻各斯"),另一个是调节图所在之基底空间的结构。令人遗憾的是,至今还没有一种理论(哪怕是不完全的理论),可以用来描述语义学论域在互不相交的"语义场"中的结构。不过,我们可以说,最深一层基底的基础必定是通常的时空(更确切地说是我们能直接看到的局部表示)。这一空间可以衍生出一系列次要的空间,如:感知颜色的空间,借助于微分运算(如速度、力等)从欧氏空间中导出的抽象空间,关于人类活动品质的空间(如大胆、谨慎等)。

现介绍一种非常一般的现象:语义形式的基底愈深,即愈接近物理学空间,它的调节图就愈复杂。另一方面,若基底空间是抽象地定义出来的,那末它的调节图一般是简单的。因此,我们可以根据语义最深的一层基底来排列词的主要语法学类型。一般说来,欲将范畴 X 中的一个元素转换为范畴 Y 中的一个元素,但不影响其意义(至少不影响它在句中的有效用法),语法已为我们提供了标准的方法。仅当 Y 是比 X 更深的一个范畴时,才有可能将 X 转换为 Y。如果实践中对 Y 的调节图发生作用的本质未加什么限制,那末它就会毫无困难地满足对 X 的调节图所加的条件。

说了以上一番话后,接下来我们要按照语义深度由浅入深的次序,介绍几个主要语法范畴的"逻各斯"。

名词　在此,我们要研究一个完全稳定的调节图。基底空间是任意的,调节图机制的复杂性也可有变化。一般说来,会产生悬崖状修正性突变和涉及到其他作用成分的生物学类型的突变①。

---

① 但是,名词具有较强的代谢作用,而且这种作用带有某种不确定性。

根据定义，专有名词涉及到自身在时空中的定位；普通名词一般并不定位在时空中。

调节形态涉及到生成过程（胚胎学）及其导致单词形成的逆过程（配子生成理论）。

形容词　在这种情况下，有一个相对来说比较稳定的调节图，但调节机制是简单的（一般不涉及作用成分的突变），基底空间是属性的一个语义场。由于调节图很简单，这一形态（及其发射）的胚胎学过程是比较迅速的。

动词　一般说来，动词应表示为空间突变的万有开折中的一条轨线。这一突变还伴随有一个转变点（a point of arrest），也就是动力学过程缓慢下来的一个区域，其中的轨线与内空间（即突变的语义表达式）中产生的分支集横截相交。胚胎学和形态发射的机制已在前面说明过（12.3 节）：轨线变成了圆周，并在原点处消失。但此圆周一旦消失时，原点处芽的势函数将不再稳定；在沿着一条确定的轨线离开原点后，则又重新获得结构稳定性。因此，内空间中将出现最大个数的作用成分。于是，利用局部吸引子（作标记）就可指出这些作用成分在突变中的功能，也就是确定它们在动词形态的互作用图中的位置。

我们看到，动词的语义不稳定性有两种根源：一种与程序轨线上转变点 J' 的结构不稳定性有关，另一种则是由过程中有关作用成分的不确定性引起的。

副词　在此我们研究的是一个比较含糊的范畴。大致上似乎有两类副词。一类是一般副词，如程度副词（very，很）和定量副词（much，多；few，少；too much，太多；enough，足够），这些副词是用奇点，或者说是用一般调节图中确定的一

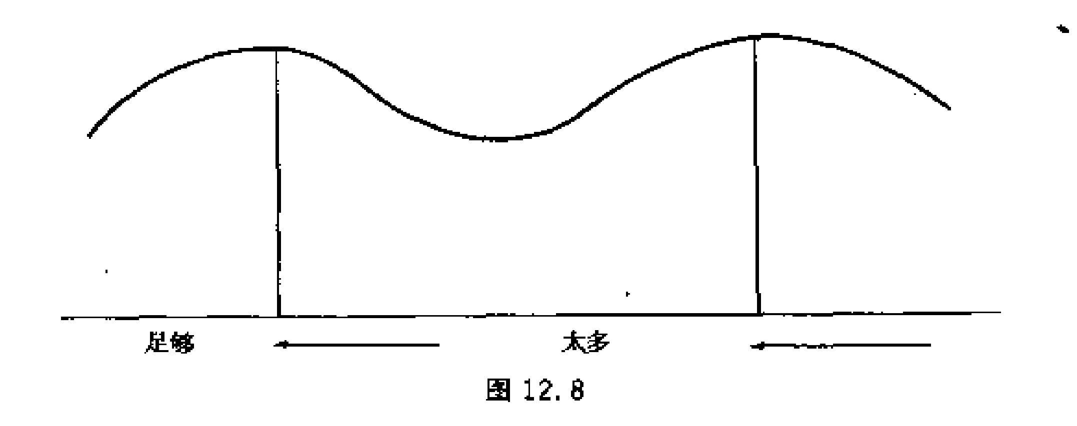


图 12.8

维区域表示出来的。例如,“enough-too much”(足够-太多)这对副词可用势函数的低谷区表示(图 12.8)。

另一类副词与形容词有关。这类副词的作用是从定性角度将语言过程定位。我们知道,地点副词和时间副词都是实实在在的时空定位子。

接下来我们还需说明这些范畴是如何发生作用的。应考虑两类过程:语言的产生和语言的接收。

12.5.2 语言产生的理论

关于语言产生的每一种理论(心理语言学),都必然会提出是否存在前语言思维(pre-verbal thought)这个哲学问题(语言只是前语言思维的外部表现)。如果坚信我们的思维在大多数情况下只是内部的独白(也即实际上未曾说出的话语),那就同样可说,人也具有与动物一样的非语言思维的方式。在这类重要的活动中,对周围世界产生的感觉形式是非常基本的活动。我认为语言的基本机制正是由此产生出来的。

我们在 12.3 节末尾已经看到,说话人 L 使用语言可以向听话人 A 介绍自己可看到但 A 看不到的一个时空过程

（这是有效地进行社会调节的一种不可缺少的手段）。语言学中带有假设性的"深层结构"主要体现在我们感觉对外界的反映中；而在另一方面，它的表层结构却是由语言的自动机制构成的。表层结构中含有一层空间，这些空间在外表上都与"深层结构"相关，但就其演变过程来说，它们是在不断剥落的过程中产生出来的。这就好比我们的皮肤，它由一层层细胞构成，这些细胞是由深层皮肤制造的，经过硬化而上升到外表面，然后逐渐剥落。

现假定我们希望描述一下我们正在考察的时空过程。在每一时刻 t，过程状态都被贮存在直接记忆中，然后在那里一点一点地淡忘。但在记忆所保存的每一宽度为 t 的时间带上，可以将作用成分相互作用的拓扑奇点的孕育性作为局部特征一一分开，每一局部特征都能通过共振产生一种具有相同原型形态的语言模式（按第十一章的术语）。这显然要求对粗略的观测资料作些比较精细的考察。为了分辨原型形态，我们应当检查一下作用成分（这种情况中，它们在空间中是球体）间的相互联系，并力图消除视觉场中的偶然巧合因素。这在概念上可借助于从第三维的角度不断监测的方法来实现这一要求。

能在与原型语言过程有关的结构中分辨出有关现象，这是不同类型的图之间发生竞争的结果。利用副词进行若干次参数变换（同胚），终将使各个形态更好地叠加起来，从而为有关共振（参见 12.3.7）给出最大的"熵"，相应的语言振子也将从深层结构的动力学过程（局部记忆）中汲取能量。从这种能量转移现象中可知，转变点 J' 将会在轨线程序上销声匿迹：先是沿着圆周 C 匀速前进，然后在结构的组织中心 O 处消

失。此时，由于过程极小点再次出现，不稳定势函数将会向稳定情况演变，因而出现了作用成分。借助于一个确定的吸引子，二次作用成分在内空间中沿着固定的轨线行进；这也是处于衰落中的语言的格标(case marker)。除此以外，由于圆周 C 在 O 处消失，在动词的运动场中就会激起肌肉的运动。这一发射过程在通常情况下处于抑制状态，更确切地说是被推迟，因为很少有语言会有这样一种拓扑结构，以致动词会出现在词组的开头(阿拉伯语是不是这样的情况?)。

从直观上说，语言振子受激，在一组作用成分中爆炸。与此同时，这些作用成分将与深层作用成分融为一体。表层作用成分开始变得复杂起来，相应的调节图进入"胚胎发育过程"，这将有利于这些作用成分与深层作用成分发生最大限度的能量交换。当表层作用成分形成的结构与深层作用成分同构时，"胚胎发育"就将停止，深层作用成分所具能量发生转移，表层作用成分也就成了"配子"：圆周将消失而成为结构的组织中心，振子能量也将促使相应名词的运动场处于受激状态。从语言节点破坏处发出的每个作用成分都会发生上述情况。用这种方式发射的每个名词都会接收到动词结构中的格标，而名词的发射次序主要取决于语言的类型。

若深层作用成分代表具体的人，那就没有必要定位，因为位置已由专有名词给出。普通名词的情况则比较复杂，因为相应的作用成分需要进行时空定域，才能使听话人将它区分出来。这一过程称为"指示"过程(deixis)：首先，表层作用成分 A 穿过激波，欧氏空间将其语义空间剥落。随后激波一分为二：作用成分 A 发射出哑作用成分 D，其轨线位于代表欧氏空间的思维空间 E 中。这一空间依附于带动身体运动的肌肉

运动场的空间 M。作用成分 D 再次穿过激波，激波使 M 所代表的空间分离，而 D 本身也分裂为 $D'+D''$，其中 D'是发射指示形容词(如 *this*，这)时的肌肉运动场，D''则在手臂的运动场中诱导出一种不确定状态，使其能在空间任一方向上伸缩自如。随后，我们可以设想，对于 A 来说，真实物体 O 就是深层作用成分 B，它将能除去这种不确定性。处于手臂终端的手指为了抓到物体 O，将使自身与物体 O 间的距离极小化。因此，指示性动作只是肌肉运动意向的延长，而在现实空间中，它又是深层作用成分吸引表层作用成分这一抽象过程的延长。

深层作用成分在谈话中出现以后，用肌肉来表现指示性动作的愿望将受到抑制，我们将乐于发射出一个哑的表层作用成分，也即用定冠词来表示谈话中前面已经出现的成分。最后，若碰到一个新出现的成分，谈话者又无法用手指指示，那就会使用不定冠词。

在句子发射的这一模型中，生成(结构)语法图就是在头脑中有效地出现的一种迸发过程的象。当然，深层作用成分吸引表层作用成分的过程机理还不清楚，我们只是用它来控制表层作用成分调节图的演变。为了理解这一点，我们应掌握名词的语义学，这可算作一个真正的“尚未发现的新大陆”。

12.5.3 语言接收的机理

假设说话者发射出一个 SVO 式句子(主语-动词-宾语)，这是一种常见的句子结构。当 S 为听话者识别和理解时，就会激发起相应的调节图 $E(S)$。若再分辨出 V，那就会

在一个空间突变的万有开折中构造出相应的图程序。如若词段 SV 有意义，那就表明突变 V 属于概念 $E(S)$ 的突变调节系统，从而将发生共振，使主语 S 进入与 V 的形态有关的格局；类似地，宾语 O 在这一格局中也有自己的一席之地。于是，句子的意义也就确定下来了。又若作用成分已经定位，并且与先前的作用成分建立了联系，那末，句子图所确定的形态就能将自身与先前谈话中所采用的形态联系起来，并且渗透到深层结构中。用这一方式可以得知，语言的接收过程比发射过程不知要容易多少倍。其实，这也没有什么大惊小怪的，因为发射是对意义作分析，而接收却是对意义作综合。在热力学中，将一种化合物分解成各个成分，这要比用这些成分重新组成化合物更加困难些。

关于语言发射的一种更加难以驾驭的特点明显地出现在失语症中：[按韦尼克(Wernicke)的说法]语言接收能力的丧失往往伴随有语言发射方面的严重障碍(胡言乱语、唠叨不休)，而语言发射能力的丧失(完全失去说话能力)在实际中却不一定会影响到一个人的理解能力。这里给出的动词调节图模型使我们有可能对这一事实作出一种解释。若希望圆周 C 上的动力学系统能正确地给出转变点 J'，则应给相应点以适量的能量，使其能跨过定位在 J' 的势函数阈。如不能给它足够的能量，原型形态就不会持续一段足够长的时间，以致共振也不可能发生，发射也就无从谈起了，这就意味着完全丧失说话的能力。另一方面，若所给的能量太多，寄生形态(它们与同一语义场中的"联想"有关)就会激发振子，从而发射出一个不同的单词，也就是犯韦尼克所称的多语症。

12.5.4 语言学模型的应用

下面我们将指出上述语言学模型的几种可能的应用。

变格理论 上面给出的几种原型形态说明了下列各种格的格标的存在性：主格，宾格，与格，工具格，伴随格。真正难以解释的格是所有格，这是因为所有格相应于一个概念的破灭，以致最后只剩下一个元素（多数情况下是时空的位置）。例如，在“Paul's dog”（保罗的狗）这一用语中，不再存在人的因素，在语义学上，“Paul”这个人所保留的全部东西只是他的时空定位。因此，所有格是将调节图与其概念分开的一种方法，其目的是从中提取能够用来确定受支配名词的元素（参见第十三章）。

关于动词体的理论 动词的体可以理解为圆周C上转变点J'处奇点的一种局部变形。将转变点在时间的正方向上外推，就可发现突变产生的形态，而不是发现突变自身，因而就有动词的完成体。我们还可将祈使语理解为在J'的将来方向上的稳定化（此点可分解为极小点J_0和极大点J_1），而主语

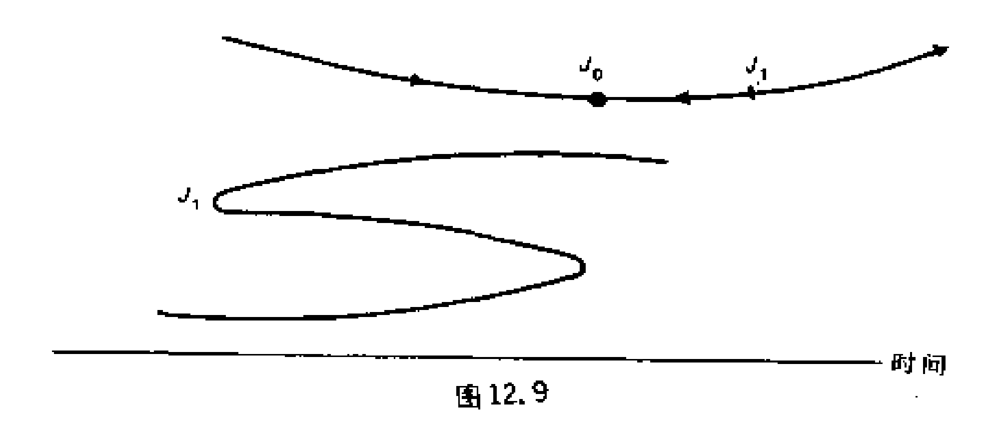


图12.9

对于听话者来说是不言自明的(显然是第二人称)。这样,我们就能在语义学上解释祈使语气的稳定性(图 12.9)。

关于表语句的理论(动词"to be") 在如"The sky is blue"(天空是蓝的)那样的修饰语中,应考虑黎曼-雨戈尼奥特突变的开折。动词的爆炸解放了两个表层作用成分。一般地说,一个成为名词,它受到深层作用成分的吸引;另一个成为形容词,它仍处于表层。但是,为了替自己说话,这两个作用成分都应予抛弃;因此,动词"to be"是语言上的一种虚无,等价于函数分支空间中的零层。余维数为无穷大的层并不是在每一种语言中都能实现的。可以看到,性质形容词(如"blue")可以理解为一个吸引点 S 在动词"to be"的圆周 C 上的有关资料(例如,此点位于尖角的对称轴上:$4u^3+27v^2=0, v=0, u=k^2$)。在发射"the blue sky"时,此点被拉向原点,从而使两个作用成分分离,但动词"to be"却没有发射出来(图 12.10)。

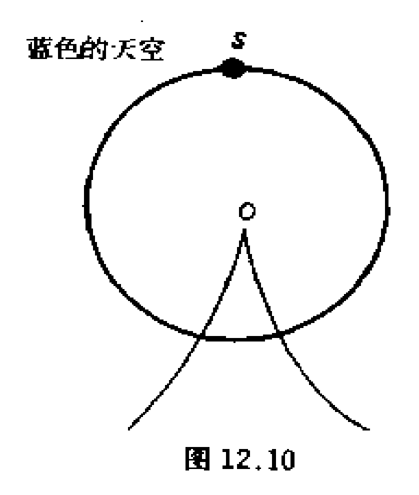


图 12.10

这一模式也是作用成分发生紊乱的一个适当例子。在"the sky is blue"中,"the sky"在圆周 C 上兜圈子时,它将自己连续地转换为"blue"。

13 自然语言类型学与心理语言学解释

本章① 介绍的内容也许会遭到专业语言学家的全盘否定，但我仍坚信这些基本观点是正确的。关于“语义复杂性”这一概念，在第十二章开头提到的《通用语法中的二重维数》一文中，有更加清楚的论述。

13.1 语言的通用概念

本章是对格林伯格(J. H. Greenberg)1968 年的文章“语法的几个通用概念”(Some Universals of Grammar)所作的一点评述，因此我们在本节标题中也采用了类似说法。我们将借助于语言学通信的理论，力求对格林伯格这篇文章的丰富内容作一系统的介绍。这一理论建立在关于意义的一种几何(动力学)模型的基础上(参见第 12 章)。当然，我们可以思考一下，这种模型怎么能代表精神生理学或神经生理学的

① Gros, M., Halle, M., Schützenberger, M., *L'analyse formelle des langues naturelles*, Mouton, 1973.

全部过程，而使语言活动发生作用的呢？不过，让我们把这个问题放一放。有一点似乎很简单，那就是：使用这种模型使我们有可能采用一些新的观点来研究语言类型学，这些新观点将会给专家们在进行语言学研究时带来耳目一新的感觉。

13.1.1 发射与接收

设 C 是说话人打算向听话人说出的一句话 S 所指的内容。无论 C 具有怎样的形式，我们总可认为，C 是用一种特殊方式构成的一个独一无二的对象，是头脑中一种在整体上设想出来的形态。为了将它传达给别人，这一形态应首先经历一个分析的过程或分解的过程，使其变为由各个元素 X_i 构成的一个有限集，而这些元素则可通过许多单词或词素各自分开地传送出去。根据听话人的想象，这一系列单词 X_i 会涉及到一连串的基本振动图，将这些振动图组合起来（也就是综合），通过共振就会在听话人心目中重组形态 C。因此，一切语言交流都离不开两种不同的过程，这两种过程关于所得的结果是互逆的：一种是分析过程，也就是将意义的形态 C 简化为由元素 X_i 构成的一个集合，每个元素都经过编码，因而可各自分开地传送出去；另一种是综合过程，也就是在听话人的心目中将说话人在分析过程中得出的各个元素重新组成形态 C。目前，人们还很不清楚最有利于完成这两种过程的元素 X_i 是否具有相同的序（order）。在我们的模型中，可以假定它们的序是可逆的。因此，从根本上说，共有两种类型，即发射型和接收型，原则上，这两种类型是互逆的。

13.1.2 化学类比

为了介绍分析过程的思想，我们要从物理化学中借用一条比喻。当化学家希望将一种化合物分解为有关成分时，最简单的办法是对化合物"加热"：此时，各种成分将按照其挥发性的强弱先后从坩埚中逸出。一种物质愈不稳定，挥发性就愈强，也就愈容易挥发。在这种化学反应的末尾，只有最稳定的物质剩下来，由于它最不容易溶解，故将沉积在坩埚的底部。在这种类比中，语言学与化学成分的"挥发性"相当的东西是什么？显然，一个"词"最不易"挥发"，因而语义密度最密集，它的意义将在头脑里留下一条痕迹，也就是留下一种更为长久的印象。于是，作为开始，我们将认为具体概念比抽象概念更"密集"。以下我们将要为名词、形容词、动词等等传统的语法概念估算其"语义密度"。

不同元素 X_i 经过分析后，应重新组成原先的"化合物" C。走这一步要容易些，因为只要减少自由能并让熵增大即可做到这一点[①]。在化学热力学中，从理论上说来，形态的最终平衡状态是唯一的，因为各个 X_i 参加反应的先后次序并不影响最后所得化合物的性质。但是，达到平衡的速度却主要取决于各个 X_i 参加反应的先后次序。说得具体一点，若不小心将两种元素放到了一块，通过反应产生了一种在混合物中不可溶解的沉淀物，那末要达到最后平衡，就可能要等上很长的时间了。在语言学上，可以这样来理解：排错 X_i 的次序而得到的

① 参见韦尼克关于感觉失语症的论述(12.5.3)。

部分意义可能与整体意义 C 不符，甚至最后状态也可能不唯一，因为某些句子可能会含糊不清，这与封闭化学系统的情况就不一样了。

13.1.3 动力学模型

在此，我们将一个句子 S 的所指内容 C 与一个经典动力学系统相比较。现用下列方法来直观地表示这一系统。设 F 是三维空间 $Oxyz$ 中的一个曲面，方程为 $z=f(x,y)$。假定质量为 m 的一个质点无摩擦地在此曲面上运动。F 在外形上可大致地被想象为一个火山口，火山口内部的地形较复杂。质点 m 具有动能 h，其数值还不足以使它跳出火山口外。现用 m 的运动来表示 S 的内容 C，m 的势能由基准线 $z=z_0$ 确定。在坐标为(x,y,z,x',y',z')的相空间中，点 m 在等能量超曲面 $x'^2+y'^2+z'^2+gz=gz_0$上运动。若等值曲线 $z=z_0$ 的内部是连通集，则此超曲面本身也是连通的，于是就可假定 m 的运动在此超曲面上是遍历的(为了表示意义的整体性)。形态 C 的分析过程可以这样来解释：随着能量 z_0的逐步减小，谐振子 m 的运动逐步消失。当质点 m 的最大值 z_0开始减小时，能量超曲面的拓扑类型也随之改变，动力学系统的定性特征也肯定要变化。当 z 通过函数 f 的临界值 c 时就将发生这样的情况。如果只对能量超曲面分解为连通分支感兴趣，那就会有两种类型的变化：

(1) 临界值 c 相应于函数 f 的一个鞍点。此时，等值曲线 $z=c$ 的一个连通分支在经过鞍点后，将形成两个连通分支。

(2) 临界值 c 相应于函数 f 的一个极小点 p。此时，当 z 趋向于 c 时，等值线 z 的一个较短的连通分支将在 p 处消失。要是当 z 这样地变为 z_0时，在一点能找到能量超曲面的一个连通分支，那末最终就能找到一个图，其中具有最大值的顶点相应于 C，其他顶点相应于图中各边端点的极小点。此图就是用内容为 C 的句子 S 的生成语法确定的树。f 的极小点 p_i相应于终点 X_i（也即为这一个句子的"单词"）。鞍点 q 相应于树中一条边分裂为两条边的那一点；在语言学上，这可理解为一个意义分裂为两个不完全的意义，它们互不相交且互相独立，就如两个系统间的共振最终要消失一样。

这一模型表明，生成语法树不但在形式上是存在的，而且对于一个句子的反射和接收，也可用来刻划有关的神经生理学过程的拓扑学中一个重要的部分。这一模型是在描述胚胎学发育的一个类似模型的启发下提出的（后者就是后成论的水力学模型，参见托姆著的《结构稳定性与形态发生学》，1975 年版，第 216 页）。在这一类比中，一个句子的发射相当于配子生成，接收句子相当于谐振子的激励，相当于外成的"火山口"的喷溢，因而也相当于胚胎的发育。

作为一级近似，我们可假定，方程为 $z=f(x,y)$的势阱的地形是与 S 有关的语言学和语义学不变量，这对用有关语言说话的人来说是一个公共的特点。为了用单词 X_i重建图形 F，最有把握的方法是根据 z 增大的情况将这势阱 F 完全除去。在此以后，则有必要将各个 X_i按倒过来的次序重新排列，使它们能按分析过程的次序出现（f 的每个极小值 p_i都相应于用词 X_i确定的一个"逐步消失的谐振子"）。

对此模型应说明下列两点：

(1) 一般说来，各个 X_i的接收次序（z 增加时的次序）与“发射”次序（z 减小时的次序）相反，但未必一定是重建意义 C 的唯一可用的次序。我们在前面关于化学反应的类比中已经得知，综合工作从根本上说要比分析工作容易些，因而在综合时单词的次序也有更大的灵活性。与发射次序相反的次序既不是唯一可能的次序，也不一定是最好的次序，但它不失为重组所指内容的一个可靠的保证。

(2) 在上面介绍的那种模型中，含糊因素是无法考虑的，因此我们应设法用一种不那么单纯的“代谢”式模型来取代这种过于死板的模型。事实上，该势阱的局部地形是由谐振子的激励状态决定的。例如，假定相应于两个极小点 p_1和 p_2的洼为两个不同的鞍面相隔。当 z 增大时，鞍面上方的两个洼的并可以理解为两个谐振子间形成了共振，此时，头脑里开始形成意义的一部分。如果将两个洼隔开的两个鞍面具有相同的高度，那就可以任意选取其中一个鞍面作为首先到达的地方，因而就有语义上的含糊性。实际上，这种含糊因素是可以消除的，我们可以为相应于 p_1和 p_2的单词 X_1和 X_2规定一个先后的次序，也可以按上下文的具体情况来确定句子的意思。现代理论家用来大做文章的含糊性，在日常语言中却是极为罕见的个别现象。事实上，根据句子的上下文情况，理论上有可能产生的含糊现象几乎都是可以消除的。换句话说，我们这个势阱的地形并不完全是一组单词 X_i决定的，如两个鞍面的相对高度那样的细致特点也可能取决于外部因素。描述这种现象的严格理论，也即关于动力学系统间发生共振竞争的理论，还有待于人们去建立。

13.2 动力学模型与语义深度

在上一节所考虑的动力学模型中，每个词相应于一个次要的势阱，这个势阱位于用来描述 S 之形态 C 的"火山口"中。作为一级近似，我们一开始就应指出，词 X_i的"挥发性"正好与这个势阱的深度（也就是"语义密度"）成反比。诸如名词、形容词、动词等等这样的普通语法范畴的相对语义深度又应怎样估计呢？解决这一问题有两种方法：一种是语义学方法，也就是假设在精神机制与物质机制之间存在着一种同构。精神机制确保了一个概念 Q 的稳定性，而物质机制则确保 Q 所代表的实际物体 K 的稳定性。另一种方法是结构形式法，也就是考虑将一个语法范畴转换为另一个语法范畴的可能性。

在语义学方法中，一个概念的势阱深度代表了将此概念化为符号时进行分析的精神机制耗费的时间。由此可知，概念愈"复杂"，它的稳定性就愈需要调节，它的"语义密度"就愈大。一个名词代表一种物质，代表一个真实的物体，它是最稳定、也是最不易挥发的语法范畴。这一点也许是相当明确的，但要说所有名词的语义密度都相差不大，那就大错特错了。一个动物为了生存，就要周期性地重复自己的整个活动谱：进食、睡觉、运动……等等。除了这些基本的生理活动外，（对于人来说）还要加上人的一生不可缺少的精神活动：说话、思考、信仰……等等。这些活动构成的调节形态一开始就附加在人或动物的身上。因此，动词对于名词的稳定性是必要的。确保

动词稳定的几何机制隐含在确保名词的几何机制中。于是，动词的语义密度在原则上要比名词的语义密度来得低。动词描述的是一个“过程”，它显然是主语的一项瞬时性活动。为保证精神映象的稳定，需要大脑作出持久不懈的努力。精神映象当然是容易产生的，但其稳定性可不像名词那样完全取决于调节机制的效率(调节机制是用属于一种辅助范畴的概念表示的)。因此，动词在其相应动作的几何中本身就应当是稳定的。例如，投掷、摇动、下落、滚动等等表示运动的动词，它们在力学和物理学中都应当是稳定的。会不会有一个动词能在一个失重的世界中“下落”呢？所以，动词的稳定性在原则上可用一种比较简单而又能够很快重建的几何代数结构来表示。

形容词在其语义密度上介于名词和动词之间。它与名词一样，也具有独立于时间的不变性。表示颜色的形容词，如“red”(红色的)，在感知颜色的三维空间中确定了某一个区域。对这种区域的调节可不像调节一个固态物体那样严格。这种区域的边界很不精确，而且会变动：红色从哪里结束？橙色又从哪里开始？我们可知，像势函数那样一种比较简单的代数结构已足以保证形容词的稳定性。因此，形容词的语义密度本身并不会超过动词的语义密度，但它在语义场中具有一个实实在在的空间，这一空间要比支撑动词的时空又深入一层。

副词是用来调节动词动作和形容词强度的语法范畴，它也具有与代数结构非常相近的调节结构[特别是定量副词，如“very”(很)、“much”(多)、“enough”(足够)等]。由于副词作用在动词上，因此可认为其支撑更为表面化。

最后要考虑一大类辅助性语法范畴：代词、词缀、词尾等。如有必要，我们当然能将它们的语义密度由大到小排出来。作

为例子，让我们比较一下拉丁语指示词“ille”和由此而来的法语冠词“le”。借助于适当的手势，指示词“ille”可用来将说话人所指的事物置于上下文一定的位置上。在通常的用法中，定冠词“le”则用来表明，接在后面的名词在前面的句子中已经出现过。因此，它是一种比较含糊的指示词，所指内容就是谈话中略去不说的有关事物。我们还有更为表面的一层范畴，它们比所指的直观内容更为接近形式化动词。在语言最外表的一层上，可以找到逻辑学家的法宝，那就是诸如“or”（或）、“and”（与）、“not”（不）等等那样的系词，这些词的用法差不多已全被形式化，相应的明显代数结构作用在语言材料上，与所指内容已“几乎”完全无关。

还可用另一种方法证实上述语义学分析结构的正确性。这种方法所依靠的一条结构规则称：若范畴 A 中的一个元素可以规范地转换为范畴 B 中的一个元素，则 B 的密度就大于 A 的密度。动词可以规范地转换为形容词（分词）或名词（动词不定式），但其逆变换“名词→动词”和“形容词→动词”一般是没有意义的。同样，形容词可以名词化，但名词不能形容词化[①]。

当然，没有必要将语气密度变为大小可以估算的定量参数。在同一范畴的内部，由于在定性角度上的差别，不同元素可以有不同的语义密度。所以，表示动作的抽象名词，如由“to dance”（跳舞）变来的名词“dance”，由“to race”（赛跑）变来的名词“race”，其语义密度并不比原来动词的语义密度更大。

---

① 照泰斯尼埃的说法（1965 年），“所有格”的作用就是要将名词变换为形容词。但是，众所周知，这是泰斯尼埃系统中最易受到非议的论点之一。不过，这种解释也确实包含着某种真理：例如，我们在 13.4.3 节中已经说明，所有格会使一个概念的语义遭到破坏，从而要用语义密度较小的一组概念来取代这一概念。

名词愈抽象，其语义密度就愈小。如"end"（终止）、"edge"（边缘）等等名词，其语义密度等价于在其时空内容上用不等式 $x \geqslant 0$ 来确定的语义密度。介于生物和抽象事物之间的是无生物（inanimate beings），特别是固态物体，它们的调节机制在空间上带有排他性，对它们只能应用表示运动的动词。

13.3 初等句子的类型

现考虑一个简单的 SVO 型（主语-动词-宾语）句子："The cat eats the mouse"（猫吃老鼠），如何将这几个不同的成分按其语义深度由浅入深地排列起来呢？我们已经知道，动词最容易"挥发"。两个名词成分（主语、宾语）中，宾语最不稳定，其语义密度也较小。事实上，在用动词描述的这种过程中，宾语在行动中完全消失，但主语能保存下来。这种现象并不少见，例如，"Eve eats the apple"（夏娃吃苹果）。在 SVO 型句子中，实际上决不会发生这样的情况：在行动中，主语消失了，宾语却仍然存在。这就是说，至少在与动作有关的局部"景色"上，宾语 O 不如主语 S 那样稳定，语义上也没有那么"深刻"。

从上述分析可知，在为 SVO 型句子分解意义的动力学过程中，发射时各个成分的正常次序为 VOS；另一方面，接收时的正常次序却与此相反，即为 SOV。查阅格林伯格表（1966 年）就可确知：SOV 型句子几乎是俯拾皆是（格林伯格 III 型语言：日语、土耳其语、巴斯克语等等），但纯粹的发射型 VOS 在实际中根本就不存在。

纯粹发射型 VOS 为什么会无处可觅的呢？其原因是不难想象的：大脑理解了 V 后，就会竭力将它与动词联系起来的模式保留在印象中，而动词与主语的关系比它与宾语的关系来得密切。事实上，我们经常看到"省略宾语"的情况（如"The cat eats"），但主语是从不省略的。VO 一旦给出，就将在头脑中引起共振，从而会阻碍基本共振 VS 的形成。无疑，利用词尾变化（O 的所有格）在原则上可以避开这一麻烦，但即使在那种情况下，将 O 作为一种语义势保留，再加上由于主语空缺造成的"鸿沟"，大脑将面临着极为艰巨的任务。另一方面，为了将发射次序 VOS 变为接收次序 SOV，需要用 III 型语言，这对说话者的记忆是一个负担。正是在这个问题上，我们可发挥通信动力学中一条基本原理的作用。一般说来，说话人希望被听话人理解，往往更甚于听话人希望理解说话人。为了说明这一点，只要考虑一个人在整理一天中收到的邮件时的情况就够了。他会根据各种不同的要求将邮件分类：公文、票据、出版物索取单、约请阅读的手稿、……等等，然后进行比较，决定哪些邮件真正是受欢迎的或有用的。另外，通信过程是由说话者发起的：Is fecit, cui prodest，其结果是，在发射型和接收型之间调和折衷的大量任务都由说话者承担①，因而就有这样一条"支配"原理（principle of dominance）：与发射型相比，接收型总占压倒的优势。

事实上，纯粹发射型并不存在。另一方面，两者兼而有之的混合型倒不乏其例，大多数语言都是混合型。在发射型

---

① 与发射型相比，接收型占优势，这与 13.1.3 节中的结论并不矛盾：热力学上可说，接收比发射容易。分析所指内容的过程需要耗费许多能量，与此相比，将发射次序重新排为接收次序所需的记忆功夫也就不值一提了。

VOS 中逐步将主语移向句子的开头，就可得到格林伯格的类型：Ⅰ．*VSO*；Ⅱ．*SVO*。

在类型Ⅰ中，听话人一开始就应注意并记住动词 *V* 的很不稳定的形态；但由于与主语 *S* 发生共振，这一形态很快就会稳定下来，只是宾语留下的"缺口"依然存在，直到句子结束时才能填满。类型Ⅱ对听话人的要求就不那么严格了，因为动词形态可以依附于已经给出的主语，仅在一段很短的时间里因缺少宾语而有一个缺口，但它很快就会被填满。事实上，在这两种类型中，到底哪一种使听话人感到更容易，那倒是比较难说的。

由于纯粹的发射型不存在，因此可把兼有类型Ⅰ和类型Ⅱ的混合型称为发射型，而把类型Ⅲ称为接收型。

13.4　形容词、所有格和词缀：修饰语

元素 *S*、*V*、*O* 只是构成了初等句的骨架而已，一般说来，一个句子还会有更加复杂的结构，它可以带有一些在结构上并非必不可少的元素——"修饰语"。我们完全有理由区分两类不同的修饰语。某些修饰语在结构上和语气上局限于修饰句子的核心动词，这种修饰语称为粘着式修饰语。

另一方面，有些修饰语在结构上和语义上修饰名词性成分，这种修饰语可称为自由式修饰语。在传统的意义上，从句可视为自由式修饰语，但性质形容词和所有格是句子内主要的自由式修饰语。

13.4.1 修饰语的类型

一个修饰语总带有具独立意义的一个成分，对它进行研究时，同时可以应用讨论核心句时所用的理论。作为首次近似，这一成分可用逻辑学上的"主谓结构"或霍基特(Hocket)的"话题-说明"(格林伯格，1966年)来加以描述。显然，在这些情况下，主语(也即话题)的语义密度要比谓语(也即说明)的语义密度更大。因此，"谓语-主语"是发射型，而"主语-谓语"是接收型。将这一规则应用于修饰语(包括定语形容词 A、所有格 G、前置词和后置词)，可得下表：

	发射型	接收型
动词宾语	VO	OV
形容词	AN	NA
所有格	GN	NG
	前置词	后置词

开始时，我们似可按照核心句的类型来研究修饰语，但格林伯格表却向我们表明，情况并非如此：关于类型Ⅰ，唯一的一个例子是"Milpa Alta Nahuatl"语；在类型Ⅱ中，则有斯堪的纳维亚语系；类型Ⅲ中却无例可举。这就说明会有一种有力的因素可使一种语言同时起到发射型和接收型的作用。关于修饰语的类型学原理可叙述如下：

一般说来，粘着式修饰语的类型与"动-宾"结构的拓扑相符，自由式修饰语的类型则正好相反。

从这一规则中，可以得到两种主要类型的语言：

发射型	接收型
VO	OV
NA	AN
NG	GN
前置词	后置词

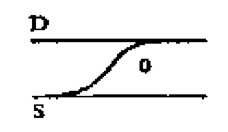
在这里，上述两种类型已能将格林伯格表中大多数语言都包括进来了。当然也有例外，其中最有名的就是日耳曼语系：在从早期接收型阶段留传下来的英语和德语中，发射型的次序为 AN，属于接收型的巴斯克语的次序却是 NA。

将语言从整体上分成发射型和接收型两类，这种做法显然带有离心式语言和向心式语言的标记（参见泰斯尼埃 1965 年的著作第 32—33 页）；不过，他虽然已经意识到这两种类型之间普遍存在着相互渗透的现象，但他并未找到一种合理的解释。

下面，我们打算阐述一下关于自由式修饰语的逆向类型学原理，同时还要列举一些用以说明的例子。

13.4.2 粘着式修饰语的类型

一个初等句的核心动词 B 除了主语 S 和直接宾语 O 之外，一般还可用其他成分来修饰。例如，下列几个三价动词就还带有间接宾语 D："give"（给），"say"（说），"show"（表明）等。粗看一下相应的作用方式：



就可明白，宾语 O 是一个短命的成分。这个成分由主语发射出来后，就为间接宾语 D 捕获。为了减小“挥发性”，分析时应将次序 $VODS$ 当作发射次序，于是纯粹的接收次序为 $SDON$，这也是我们在拉丁语以及在德语的从属句中一般可以找到的次序。最经常用到的混合型次序为 $SDVO$，下列德语句子即为一例："Das Kind gab siener Mutter einen kuss"（那孩子吻了他母亲一下）。如能对这种类型作些统计学研究，那倒是很有意思的。

一般地说，核心动词还可带有更多的成分，例如，可以有一个“信使”或一个“工具”。从类型学的观点出发，我们有理由认为，这些次要成分也具有直接宾语 O 那样的命运。而在另一方面，主语 S 一般会以一种特殊的地位直接附属于动词。

说了这些话以后，最好还应讲一讲英语中的前置词（或介词）是怎么一回事。前置词的主要功能是为动词表达的全部动作或部分动作定域，某些成分就被取作定域的参考点。一般说来，前置词主要用来控制动作，它对名词的影响则要小得多。例如，“John walks in front of the church”（约翰在教堂前走过），在这个句子中，整个过程对“church”（教堂）几乎无影响。前置词 Q 及其跟随语 J 可看作为一个成分，它用来说明动词所指动作与 J 之间的关系。就其语义和结构来说，Q 的位置介于核心动词 V 与跟随语 J 之间。在发射型句子中，自然次序为 VQJ；在接收型句子中，自然次序为 JQV。由此可知，次序 VO 要求用前置词，次序 OV 要求用后置词。

令人遗憾的是，情况并没有那么简单。在语言学中，粘着式修饰语和自由式修饰语的区别乃是对两者之间的过渡情况进行准连续分类的研究目标。在下列句子中："John walks by the top of the village(约翰在村头走过)，"of the village"可看作为一个粘着式修饰语，它通过前置词短语"by the top of"与动词"walks"相连；它也可看作为名词成分"the top"的自由式修饰语。我们还不难发现这样的情况，那就是前置词短语要求取得愈来愈独立的地位。例如，可比较一下以下两个法语句：

Jean a été nommé général à la tete de l'armée.

(让已被委任为带领这支部队的将军。)

Jean a lancé un vase à la tete de Pierre.

(让将一只花瓶向皮埃尔的头上扔去。)

在一种语言中，欲让名词脱胎换骨而造出前置词，有关的所有格类型就应满足一定的条件。也就是说，*VOPre*(发射)型语言应有次序 *NG*；*OVPost* 型语言(也即III型语言)应有次序 *GN*。但是，这一切将有助于我们弄清楚所有格语义倒装的庐山真面目。下面我们就来研究这种非常复杂的现象。

13.4.3 所有格：语义倒装

我们来研究如"le chien de Jean"(让的狗)那样的所有格。显然，"le chien"(狗)是主语或话题，"de Jean"是谓语或说明。事实上，"le chien de Jean"归根结底是"一条狗"，除了"约翰是狗的主人"这一概念之外，其他关于人的因素在这个复合映象中已全消失。这一原理有助于我们为这条狗定位。

所有格的一般形式为“X de Y”（Y 的 X，在英语中是“X of Y”或“Y's X”）。在此，概念 Y 遭到“语义学破坏”，所指内容几乎被一扫而光，只留下与 X 的时空联系了。在动力学上，我们可这样来看待前置词“de”（或英语中的后置符“s”）的作用：在听到单词 Y 后，利用基本谐振子与代码 S_j（语义学家所说的义子）之间共振的组合，Y 的所指图｜Y｜被再次刻在头脑中。一旦形成共振 $\prod S_i \to |Y|$，前置词“de”的作用就是返回到 $Y \to \prod S_j$，从而产生一激励而使其破坏。于是，义子 S_i 中将有一个义子与 X 的义子 S 发生共振，形成与概念 X 的所指图｜X｜有关的“调节式变突”。若此共振是足够清晰的，那就会吸收掉 Y 的其他谐振子的全部能量，从而阻碍听话人在头脑里生成形态｜Y｜。与此同时，共振的形成使形态｜X｜的支撑空间相对于形态｜Y｜的支撑空间定域。

我们还要对一种似乎是极其复杂的情况作一说明。所有格最明显的作用之一是对 Y 的时空定位从 Y 向 X 推广。

我们已经说过，法文中的定冠词“le”在非永恒的意义上通常用来指明前面句子中已定位的一个成分。例如，我们不得不吃力地说“le chien d'un berger”＝“Un chien de berger”（一位牧羊人的一条狗）。

次序 NG（话题-说明）原则上是一种接收型次序，故当被说明语 X 的语义深度超过说明语 Y 的语义深度时，相应的所有格是正常的。但令人奇怪的是，竟然也有一定数量的非正常所有格，甚至还有不确定的所有格，其中被说明语 $\check{X}$ 的語义深度小于说明语的语义深度，例如，“the end of the road”（道路的终点），“the top of the tree”（树顶）。介于其中间状态的句子有：“le trou de la serrure”（锁孔），“la tete de

Pierre"(皮埃尔的头)。

在"the top of the tree"这一用语中,"话题"显然是"the tree","说明"则是"the top of"。将"the top of the tree"译成拉丁语,就有"summa arbor",此时情况也一样。被说明语"the top of"是一个抽象的几何结构,它的语义学厚度(semantic thickness)固然是不值一提,但它在形式|Y|的支撑空间中却扮演了算符(或定域子)的角色;而"the tree"却在本质上仍然保留了自己的语义内容。不过,当用到如人这种语义非常密集的事物上去时,我们就得小心谨慎了。例如,"the top of the man "(人的顶部)就是一个不合法的用语。"man"(人)这个概念的语义结构非常复杂,不可能完全为算符"the top of"吸收。但我们可说"the top of the body"(人体的顶部),因为"the body"(人体)本质上是一个空间物体,在语义学上我们已将它的精神因素抽去。另一方面,也可以说"the end of the man"(人的终结),而"the end of the body"(人体的终结)在实质上表明了一个空间物体在语义学上不再受到时间规律的约束(时间规律渗透在生命体的精神活动中)。"人体"总被设想为一种空间的瞬时(语言学家称为共时)存在,我们并不关心它的历史演变。在此,我们看到,对所有格的可接受性的讨论将为语义学研究提供一种强有力的手段。

现来研究语义平衡的所有格:"la tête de Pierre"(皮埃尔的头),"le trou de la serrure"(锁孔)。在此我们就很难说哪个是"话题"、哪个是"说明"了。翻译时可能需要将归属关系"主语-谓语"反过来。例如,拉丁语"Contunelia maledicti"可译为法语:"Une injure blessante"(一次创伤)。有时,一种语言的连接词可能被译为另一种语言的谓词:

"spectator et test"译为："un témoin oculaire"（见证人），"ratio et facultas"译为："un talent oratoire"（演说的天才），……等等。①

日语中有一种双主语句，"Nippon wa yama ga oi"（在日本有许多山），两个主语（一个后跟"wa"，一个后跟"ga"）之间的语义关系实际上就是一种平衡所有格关系。

我们不应当由此得出结论说，在平衡所有格中，元素次序可以任意调动。事实上，我还找不到这样一例，其中"Y de X"和"X de Y"具有同一意义（尽管中间的联系词相同）。例如，"le médecin de la clinique"（诊所的医师），但"la clinique du médecin"（医师的诊所），两者意思不一样。X 和 Y 间的非对称因素就是（时空中或更抽象的语义学空间中的）定域子，这种定域子总有一定的次序。

所有格从根本上说不具对称性，这就说明了在法语和英语中，"X de Y"（或"X of Y"）的结构为什么在一些语义异常的情况下也可以存在，如"le haut de l'arbre"（树顶）。拉丁语基本上是接收型语言（SOV，GN），但在用前置词（以及附于所有格末尾后置词上的词）时却颇为别扭。这也许表明，拉丁语并不像法语那样可以将 N 的语义内容抽去而求得所有格的不平衡性，而在此时，得到的是后置词而不是前置词。

利用所有格语义倒装这种不可避免的现象就可说明，在将粘着式修饰语连续地变为自由式修饰语时，为什么前置词相应于次序 NG，后置词相应于次序 GN。于是，使用自由式修饰语时，在句法上所加的类型正好与核心动词的类型相反。

---

① 泰斯尼埃引用的这些例子（1965 年）取自黎曼和格尔策（Goelzer）的《拉丁语语法》（*Grammaire latine*）。

13.4.4 所有格中的主-宾关系

现在还剩下一个困难的问题：在所有格“X de Y”（或“X of Y”）所指的方向“$Y \rightarrow X$”与其中未明确说出的“主-宾”关系之间，是否存在一种普遍的关系呢？让我们再次回到所有格的两个例子：“A man of great character”=“A man who has great character”（一个品格伟大的人=具有伟大品格的一个人）；“le chien de Paul”=“le chien qu'a Paul”（保罗的狗=属于保罗的狗）。在这两个例子中存在着“主-宾”关系颠倒的情况。

在“主语”所有格中，“the fear of the enemy”（敌人的惧怕），等价于“the fear which experiences the enemy”或“the fear that grips the enemy”。在这种情况下，我们似乎可以随便地决定其中一个是“主语”，另一个是“宾语”。不过，我们可以作出如下的解释：在所有格“X de Y”中，原则上是Y“说明”X，但“说明”一词是什么意思？语义学上，说明X就是在一个合适的语义空间中将X的所指图定位。但在传统的宾语句SVO中：“The cat catches the mouse”（猫捉老鼠），及物动词几乎总包括用主语捕获宾语的结构，但捕获不就是将宾语定位的一种特别严峻的形态吗？

从这一类比中可以得知，“X de Y”中将X与Y联系起来的那个未明确说出的动词就以Y为主语。那么，又怎么会有倒装次序的呢？为了将这一点搞清楚，让我们回到概念的一个动力学模型。

在动力学系统中，概念X的结构空间是形式$F \times U$的

积空间，其中 F 是内变量空间，也就是确定 X 所指内容的空间形式 F 的支撑空间。如果不破坏意义，那末用 f 的许多超曲面边界将 f 限制起来的某些阈值仍是无法逾越的。另一方面却与此相反，U 是外参数空间，即便 f 的稳定性不变，U 也随时会发生变化。(用动力学语言来说，纤维化 $F\times U\rightarrow U$ 至少是近似地给出了系统的一组初积分。)例如，对于一个普通物体，当伽利略群为不变群时，整体时空 R^4 就是一个外部空间，而此物体作为空间形式所在的局部区域(对于动物来说就是活动的"领地")就是一个内部空间。对于如人那样的语义复杂的事物来说，除了存在着层次各不相同的一整套纤维表示的内部空间之外，还存在着外部空间。

现设 Y 是另一概念，G 是内部空间，V 是外部空间。在"X de Y"这一用语中，概念 Y 受到一个激励，致使生成 Y 所指形态 g 的共振受到暂时性破坏，内部空间 G 的某些因素得到解放，并与 F 的外部空间 f 的某些因素发生耦合，其耦合作用的强弱取决于 f 在空间 U 中的定位，因而 f 在 U 中定位的方式应使这种相互作用增强到最大的限度。于是，Y 的语义确实受到破坏，而 g 则被化约为乘积 $g\times f$ 的一个混合式互作用熵，V 就是它的外部空间。总之，在"X de Y"这种相互作用下，X 在 Y 的内部空间中发生作用，Y 的意义被简化为 $X\times Y$ 的一个共振熵；另一方面，Y 则在 X 的外部空间中发生作用，并将 X 的所指形式定位在这一空间里。我们根据这种研究模式(即语义空间)，就能在 X 与 Y 间未明确说出的那种关系中，将 X 作为主语，Y 作为宾语，或者反过来将 Y 作为主语，X 作为宾语。"主-宾"关系可以互逆这一特征，在 X 和 Y 间存在瞬时可逆的相互作用时犹

为敏感，这也是用印欧语系的中间语气来表示的语义学的核心内容。

13.5 形容词

关于名词-形容词短语 NA 的理论与所有格理论非常相似，但两者之间也有重要区别。在概念上，形容词 A 的所指图 a，是在与感觉特性或精神特性有关的内部空间 I（如：感受颜色的三维空间）中的一种特定形态。在 NA 这对耦合关系中，A 的内部空间与 N 的内部空间相同；利用共振，A 将 F 的所指图 f 定位于 a 在叠合映射 $I \to U$ 下的映象中。这可能是办不到的，例如，“the blue frog?”（蓝色的青蛙）就没有意义。与所有格 NG 的情况正好相反，A 并没有经受语义破坏，耦合作用在实际中也不会影响到 A 的内部图 a（不过，在颜色的情况下，可能会影响到 A，从而会形成“颜色”的深浅，如天蓝、草绿等）。因此，定位作用几乎总发生在方向 $A \to N$ 上。如我们希望明确说出 N 与 A 之间耦合的动词，那就会将 A 当作主语，将 N 当作宾语。但短语 NA 在语义学上往往等价于一个动词短语 SV，其中 N 是主语，如“Peter sleeps”等价于“Peter is asleep”（彼得在睡觉）。就理想来说，最好能创造出一个完全可逆的及物动词，使其主语和宾语可以互换。显然，动词“to be”（是）就是满足这一奇特条件的唯一动词。

在句子“The sky is blue”（天空是蓝色的）中，连系动词“to be”的用法使形容词的动词色彩减弱了，名词色彩却加重

了。在法语中，句子“Le ciel est bleu”（天空是蓝色的）的类型与 SVO 式句子的类型相同。由于发射型 VO 具有局部的优势，因此，名词-形容词短语作为一种自由式修饰语，将会取相反的接收型 NA。有些语言（如俄语、日语）不用如“to be”那样的连系动词，因而相应的类型为接收型 SV；性质形容词将取相反的发射型 AN。

13.6 自由式修饰语的类型转换

自由式修饰语原则上不依赖于核心动词（也即句子的组织中心）。此外，自由式修饰语要求使用一种连系词来取代不明确说出的中心动词（这对于所有 NG 是显然的，但对于形容词短语 NA 则不那么明显）。这种取代可能带来有害的结果，因为在产生了含糊不清的现象后，句子的整体意义就可能变得非常松散。因此，应认为这些修饰语在稳定性上比中心动词要差。为此，最好的办法是使这些修饰语的类型与核心句的类型相反。事实上，正如疑问变换［“Vient-ils?”（他们来吗?）］所表明的那样，类型转换在听话人头脑中产生了一种激波效应，从而使一个句子失去了稳定性。根据这一观点，自由式修饰语类型的转换对于中心动词来说起到了符号联系的作用。我相信修饰语的类型转换将会增强一个句子的语义稳定性，从而减小出现含糊现象的可能性。比方说，比较一下两种类型：（VO；AN）和（VO；NA），假定直接宾语 O 能够接受性质形容词 A，那末在第一种情况下有 $SVAO$，在第二种情况下有 $SVOA$。在此，组合 OA 构成了一个隐含的动词核心，

我们认为在 O 与 A 间插进了一个记号 v，故有结构 $SVAvO$ 和 $SVOvA$。在第一种情况下，形容词 A 被压在两个阈值之间，如在外部扰动的作用下，它跨过了阈值，那末，它就会被 V（含糊性）或 v（正确性）俘获。在第二种情况下，介于两个阈值之间的是名词 O。到此，我们已经明白，形容词的语义深度一般要比名词的语义深度浅一些，故可认为结构 $SVOA$ 在语义学上比 $SVAO$ 更稳定。乔姆斯基和米勒（Miller）列举了一个关于含糊性的有名例子（1968 年）："They are flying planes"（他们在开飞机），在这个句子中，A 是可为 V 捕获的一个分词。

有些语言（如德语）的句子结构比较严密，修饰语的类型转换发生在从句中。从句属于接收型 SOV，主句的类型则为 SVO。

接下来还要对上述原理的无数例外情况进行系统的研究。首先应当考虑延滞效应（delay effect）。核心类型（nuclear typology）的某些变换尚未有足够的时间在修饰语一级上发挥自己的影响。英语即为典型一例，其中既有古代的类型 GN（撒克逊语所有格），也有近代产生的与此相反的类型 NG。芬兰语也许有着同样的情况。关于类型 SVO，它具有一系列变格的规则。巴斯克语尽管属于接收型 SOV，但它仍然采用类型 NA，这就需要作出不同的解释了：其中的形容词好像与一个核心成分有联系，但这个核心成分却无力与中心动词相抗衡，因而接收型占优势的一般规则对于修饰语也能发生作用了。

13.7 对语言演变的探讨

如有人要我在上述两个原理的基础上，概括一下语言历史演变的情况，那我就要指出：句法结构与记忆一样，永远处于不断扩张的状态。为了追求精确，人们热衷于将大量粘着式修饰语一层层叠置在核心句身上，同时还把邻近的句子捕获过来，将它们化为自由式修饰语，非要等到句子的语义结构在众多修饰语的重压下破裂，才会让这种句法上的堆砌过程停下来。取得独立地位的修饰语可以组织成核心句，同时也将其类型继承下来了。这就在语言演变过程中产生了一种让修饰语脱钩的周期性现象。在一段较长的时间里，让句子充实变长，接着是一段短时间的突变，中心句分裂为若干修饰语，同时也发生类型的转换。在句子破裂的这一阶段中，显然会产生各种各样的替代性元素（人称代词和指示代词），它们的任务就是要重建各个成分在句子爆炸时的连续性。接下来又是一段较长时间的凝聚过程，核心句再次臃肿起来，将邻近句俘获过来作为自己的修饰语，上述那种替代性元素也就失去了自己的效用，在形式上成了动词和形容词的附属语。这样，句法结构前后呼应的现象也就能够作出解释了。

由于人类语言记载的历史并不长（只有三千年左右），而且只涉及到很少几种语言，因而我们在此只能作一点探索而已。

14 符号学

《图像符号》(*De L'icône au symbole*)①是我在符号学方面的第一篇研究论文。在新近发表的另一篇论文《空间与记号》(*L'espace et les signes*)中，我对皮尔斯(Peirce)分类(图像，标引，符号)又重新作了时空的解释。遗憾的是，这篇刊载在《符号学》(*Semiotica*)杂志上的文章却没有收进本书。

但是，我相信，这里介绍的关于图像的思想是很有价值的。

14.1　从图像到符号

符号活动和概念思维通常被认为是人类才能的光辉成果，许多哲学家将其归功于"信号功能"(facultas signatrix)的存在，只有人才会有这种功能。不过，我们将会

---

① 此文首次发表于1973年。

看到，在分析符号学的基本原理时，我们尚未发现什么在无生命物质或生命的初级形态中不适用的情况。原始人语言的出现也许不是我们所希望的那种突发的不连续过程。事实上，从动物进化到人，这是一个巨大的变化。我们将在14.7节中表明，这一变化不大可能是大脑机构中一种突变式创新，而更像是个体发育阶段中一种渐变式改进。与此相应的是存在着一种社会环境，它不但捍卫着而且也教育着新生的一代。

论述符号学，必须从记号的分类出发。这种分类法既简单又深刻，它是皮尔斯首先提出的。按照皮尔斯的观点，总共有三种类型的记号：

(1) 图像(icon)：也即用图形表示的记号，它们在不同程度上与原事物相像。

(2) 标引(index)：也即与所代表的事有着某种联系或赖以存在的事物。例如，烟就是火的标引。

(3) 符号(symbol)：可指任一形式，它与所指事物的关系是根据在一定范围和时间内有效的社会约定规定下来的。例如，一个词就是一个符号，其发音形态与所指事物的形式之间并无内在的联系（也就是索绪尔所说的“符号任意性”）。

哲学家倾向于将第一类记号（也即图像）当作一种平淡无奇的概念来看待，因而认为它们对于符号学没有多大的意思。我们有理由相信，他们的看法是错误的，对形象（或“复写”）产生的动力学过程作精细的分析，必然会碰到对于“所指⇄能指”关系来说是一个具有根本意义的核心问题，而这一关系显示了符号在形式上的全部特点。

14.2 像的发生

在许多情况下，像是自然地出现的：人在地面上的影子，人在水中的倒影，沙地上的脚印，等等。这些像的形式除了少数情况以外，都未配上符号值，但对其中发生作用的物理学过程作一分析还是非常重要的。

第一点要说明的是，像 A'及模型 A 必然都是展现在空间中的形式。如果已经在空间形式上定义了一个等价群（也即定义了一种“几何”），那就可以只说形式的“同构”或等同了。更确切地说，假定模型 A 定义在欧氏空间的一个开集 U 中（像 A'定义在开集 U'中），那末利用几何变换 $\tau: U \to U'$，就可得到对应关系 $A \to A'$。在最完美的映射下，这是一种度量上的全等（如镜像和脚印），或者是一种仿射射影（如影子）。

我们注意到，两个空间 U 和 U'中，任何一个都不属于另一个；上述对应关系（至少在第一种情况下）是可逆的。这种对应关系的产生是物理学上一种“耦合”过程的结果，这种耦合关系可用度量相等关系 $\Phi: U \to U'$来表示。在镜像或影子的情况下，相互作用元素是光，而光的传播是完全可逆的（改变时间箭头的方向时，它具有不变性）。这一对应的正则性特点，最终是用物理学家维格纳（Wigner）所说的物理学定律的“过度精确”（unreasonable exactitude）来加以解释的。

因此，在技术上说来，若 S 和 S'是两个哈密顿动力学系统，它们有一个作为对称群的李群 G，再用哈密顿相互作用将它们耦合，而且这种作用本身又是 G 不变的，那末，这两个

系统在李群的代数 L_G 中(至少在局部上)有初积分。在这一耦合下,初积分(动力矩)用向量相加($X+X'=$常数),因此我们在构成像时,可将与 S 有关的空间 U 看作为与 S' 有关的空间 U'。不过,即使用到的物理学定律是可逆的,构成像的过程从根本上说却不可逆。为了形成影子,在附近应有一个光源照射的模型。从光源发出的光首先遇到模型,然后再形成影子的轮廓线。镜子成像的情况也一样,物体先要有光去照射,而且反射面应当完全光滑和平正。那西索斯(Narcissus)①倚立在清泉池旁,如只有太阳神的光线照射,那他也只能在地球重力影响下形成的液面上看到自己的孤影。

在上述这类光线照射的例子中,像不会永久地存在,一旦模型消失(或光源消失),像也随之消失。沙地上的脚印则为我们提供了一种新现象,也即接收系统显示出"可塑性"。由于这种接收系统并未加以充分的控制,因此可容纳大量的平衡形态。使用一种不可逆的激励就可生成像,这一激励对接收系统反复刻写模型形态的印记,从而使系统的平衡形态发生变化,此时,像也就变成了记忆。为了刻下印记,接收系统应当具有非常特殊的动力学特性:相应的哈密顿函数不但有为数众多的初积分(它们与一个对称群有关),而且有可能产生不可逆的相互作用。我们将这一非常特殊的动力学状态冠以"胜任"(competence)一词。假如影子不是投射到普通屏幕而是投射到一张感光底片上,那末由于这种接收系统胜任,形象就会永久地保存下来。

在塑性接收系统的情况下,可看到形成的像与模型是同

---

① 那西索斯系希腊神话中一美少年,因自恋水中倒影,最后变得十分憔悴而化成了水仙花。——译者

样稳定的，有时甚至还会更加稳定些。例如，在阿克斯省附近，人们只有根据岩石上的印记才会识别出恐龙蛋。这也是生命运动可以达到的一种状态：一个生物 V 可以在某一距离之外形成一个生物 V'，V' 与 V 同构，且不久就会取代 V。局部动力学的塑性因素无疑是原始代谢（在"原基硅藻软泥"中）的一个特点。生物体 V 发送出定位的刺激（即配子），配子开始发育，也就是在邻域中有控制地爆炸。在照相底片的感光乳剂中发生的情况即具有这一特点。这种情况从胚胎发育中可以看得更清楚：胚胎发育产生了与亲本同构的结构，但在时空中发生了一个平移。在分子水平上，这一机制表现在 DNA 的复制中：DNA 的一个片段复制出一个对偶片段，这个对偶片段就是一种印记。这里，胜任的动力学系统就是细胞质环境的集合，它包括亲体、酶、化学能等等。

现来谈一谈生命现象的另一方面。如果不认为概念思维是外界作用于感觉而对有效动力学状态所作的修改，那末又能作怎样的理解呢？柏拉图在《泰阿泰德篇》中已将观察到的事物给我们留下的印象比拟为一个固体在蜡上打下的印记。我们注意到，这里的有效系统（如视网膜、视觉神经等）在每一时刻都能再现原始的形态，而这种原始形态对于系统保持全面永久的有效性是必不可少的。但是，由于感觉会存贮在记忆中，因而也具有某种可塑性。

总起来说，由模型形成像，这体现了通用的动力学过程的不可逆性。模型本身会生成与自身同构的像，但这一过程也往往借助于可逆性的作用。正是这一点使我们能够清楚地说明符号动力学过程的机理。热力学理论动摇于两种观点之间：一种是保守派的观点，即认为在哈密顿动力学中能量是守恒的

(第一定律)；另一种是赫拉克利特的观点，认为时间流是不可逆的，其表现形式就是熵的增大(第二定律)。要调和这两种观点，唯一的办法是求助于造物主以及造物主手指的第一次扳动(一百亿年前的大碰撞……)。在"所指-能指"的相互作用下，伴随着宇宙的变迁，"所指"连续不断地生成五花八门的"能指"，而每当我们对记号作出解释时，"能指"又再生出"所指"。正如生物形态所表明的那样，欲将能指(后代)再次变成所指(父代)，只要经历一代时间即可。

我们需要在两种形态之间保持微妙的平衡，并要求同时存在可逆性和不可逆性，正是由于这一原因，符号系统的动力学过程包含了科学世界观的一切矛盾。而这恰恰就是生命的写照。

14.3 像的消逝：物理学孕育态

我们从各种系统之间的相互作用中看到，借助于物理学定律的高度精确性，有可能根据实体模型造出各种尺寸都完全相同的复制品。如果对这一完美的复制品只施加一个微小的随机扰动，那又会发生什么现象呢？像将发生扭曲、紊乱和模糊。但在发生扭曲时，某些形态比另一些形态具有更强的抗"噪声"能力：这些形态就是结构稳定的形态，也即物理学上的孕育态①。因此，在这种扰动下，形态就可能分裂为若干局部稳定的元素，其中比较脆弱的联络将更容易破裂。这一进程

① 参见12.3.6节正文下面的注。

的第一阶段未必会生成无法识别的形态。与此相反，这种扰动往往使形态更为"因袭"(stylisation)，这当然不会影响人们将它识别出来。事实上，"因袭"一种形态就是找出它的基本结构特性，因而这只能使它更为引人注目。

给定一种塑性形态，若将它与原来模型分开，并让其不断承受时间的侵蚀，那末它必然会走上自身分裂的道路，这是一种分支扩散型分解。由于一系列随机事件的生成，这一形态逐渐退化，不久也就面目全非了。在此可以提一提勒热纳(Claire Lejeune)所做的摄影实验，他利用太阳光处理影像，使之退化，从而找到了艺术研究的一种绝妙工具。

对于生物学形态，我们关心的是衰老现象：与自己的遗传模型分开的生命形态，在一些无谓的偶然事件的重压下只能逐渐衰亡。我们有可能找到一种关于孕育态的理论，这是心理学中格式塔理论的重要论断。科勒(W. Kohler)曾经自信而又毫不含糊地捍卫了这一理论。定性动力学的现代思想(突变论、结构稳定理论)就能为这一论断提供目前尚未找到的理论根据。但是，格式塔理论的错误也许在于没有区分开相互有着紧密联系的两个概念：一个是物理学孕育态，意即这种形态具有抵御噪声的能力；另一个是生物学孕育态，说明这种形态能够生成其他重要的生物学形态，因而在(概念或语义)查询场中很容易将它识别和分类。

我们也许认为，一个生物学孕育态必定也是物理学孕育态。一般情况下，这是正确的(至少在局部上是正确的)。但不能像我们一度想象的那样由此得出结论说，符号学可以单单建立在消息的物理学孕育态的基础上。其原因在于，记号的形态是不能(至少在历史上)与其使用动机分开的。关于物理学

孕育态的具体结论本身是没有多大意义的；事实上，它是从结构稳定性理论中推出的一个结果，因而是形态传输中不能再分的“原子”，所以只具有生成自身的能力。另一方面，一个形态的“能指”特性总与它在形态上的不稳定性有关，这使它有可能通过传输并利用开折的方法生成更多的简单形态来。

区分物理学孕育态和生物学孕育态的这一做法之所以美妙，其原因之一是：生物学孕育态与生物特有器官的生成有关。对于动物来说，识别捕食者和食饵乃是一种基本的需要；因此知觉系统对于这些典型形态也就特别敏感。一个器官的形态或多或少是由其功效表现出来的，只有那些功能具有“突变”模式的形态才有机会变成具体的器官。但是，需要在时空中引入的一种机构的功效本身又要求结构稳定性具有一种动力学上的物理特性。由此可知，在原则上说来，生物学形态在很大程度上会受到同源物理学孕育态的制约，这也是通过空间耦合来保证通信稳定性的需要。随着生物体不断进化，出现的形态将更加精细，更加巧妙，更具有整体性和度量的特点，因而意义也会更充实。其区别在于，生物学形态会产生“动作”，而稳定的物理学形态只产生自身。

现以箭号为例说明以上这些结论。在我们的社会中，记号“←”可用来表示从右向左的方向。

这是一种社会约定呢，还是与其图像形态有关的一种内在特征？我倾向于赞成第二种假设。根据布卢姆(Harry Blum)提出的一种认识论，要认识一个物体，那就应当立即设法去更好地抓住这个物体。现若希望用手抓住上述箭头的两条分支线，那末为了找到能够抓稳的位置，“假想”的手指必然会向左方滑动。在生物学中，这一情况可以用来解释用符号

表示的方向。我们还可以像希尔施(Guy Hirsch)所说的那样考虑处于流体环境中的一个活动箭头，它在自己的“正常”方向上遇到的运动阻力比在相反方向上遇到的阻力要小。事实上，将一根杆子在液面上沿轴向推动，相应箭头的“两翼”就是尾流曲线的模型，但根据布卢姆的理论，尾流曲线能够确证不稳定形态的某些特性。这样，生物学孕育态和物理学孕育态就在这里统一起来了(这当然不是偶然的)。

此外，我们还知道，动物自身也会产生视觉上的错觉，这似乎表明，我们在此正在触及一种非常基本的机理，如果直说，那就是所谓的“下意识”(infra-psychic)!

动物心理学中存在着“超常释放”(supranormal releaser)的现象，这也许可算是证明“原型”形态存在的一个最为引人注目的实例了。例如，对于一只刚孵出来的雏鸡来说，要使它释放出张开嘴巴的反射，让它看一个呈红色锥状的人造鸡喙(“原型”鸡喙)，要比看见母鸡张嘴更为有效些。我们可以设想，确定这类“原型”形态并在理论上作出解释，这将有助于揭示人类符号系统的奥秘。我认为，与此相应的是，这类原型形态将会在符号的外部形态(也即“怎样”使用符号)中起到重要的作用，但它们无法说明符号的内在动机(也即“为什么”使用符号)。后面我们还会进一步看到，符号来源于生物体和社会的调节机理。我们可以赞成这样一个想法：一条消息愈是“索然无味”，产生消息的动力也就愈弱，它对物理学孕育态的需要也就愈为迫切，从而也就能愈益显示出原始来源的形态结构。另一方面，如果消息“意义重大”，代表了生物学或社会的紧迫需要，那末它在形态上就会很不稳定。有时，“受激”强度会在局部上将它置于这样的境地：形式化和内部组织的

所有良好规则都将拒之门外。在感叹句、命令句、插入语和诗歌中错用句法规则就是明显的例证。实际上可以认为，自然语言的句法规则就是时空中原型形态在时间上的复写方法，因为它们都来源于保留物理学孕育态的需要。

14.4 标引

在用自然语言中的名词 A 来定义一个事物 a 时，我们可以注意到下列事实：为确保事物 a 处处都有相同的意义，它应是一系列重复性活动的中心，这些活动对于它的物理学功能，对于它的意义在时空中的实现，都是极为重要的。例如，一个动物为了生存，必须为自己制定一张生理活动谱：运动、进食、饮水、呼吸等等。非生物也要参与一系列与自己功能有关的运动：扫帚扫地，汽车行驶，石头下落，火焰燃烧，等等。所以每一个名词都通过一种标准的方式附上了一张动词的“谱”，这张谱指明了实现其意义所不可缺少的活动。但是，每个动词本身就描述了一种“原型”形态，其中还夹杂有其他事物。例如，“吃”需要有食饵或食物；“喝”需要有饮料以及盛装饮料的容器；火焰在燃烧时还产生出烟，等等。参与这类形态的每一事物，在语言学上可以是动词的直接宾语或间接宾语，它也可称为事物 a 的标引 α。在经典语言中，事物 a 和其标引 α 之间的关系通常是用所有格“α of a”（a 的 α）表示出来的。例如，“the smoke of the fire”（火焰的烟），“the beak of the duck”（鸭的嘴），“the tail of the squirrel”（松鼠的尾巴），等等。英语中还可用“a's α”的形式来表示上述关系，如

"the fire's smoke", "the duck's beak", "the squirrel's tail", 等等。

鉴于每一语言形态都描述了保持联系的各成分之间相互作用的过程，因此，标引即使不是相应物体的一部分，至少也是与它保持着联系或发生过联系的（在此顺便要加一句：标引在语言突变中一般不具有主语成分的地位；对于相互作用的拓扑，存在着具体的形态学准则，我们可以用它来指明哪一个作用成分是主语）。我们往往用一种标引来代替相应的物体，同时给它赋予一种符号值。在语言中，这一方法乃是许多隐喻现象（特别是用部分来比喻整体）的基础。

但是，有必要指出，在一个事物及其标引构成的这对元素(a, α)中，标引α本身并没有值或符号的功能。仅在下列两种情况下，它才能做到这一点：

(1) 事物a本身就是用作主语成分b的标引，而且a与b间的突变联系在生物学上或语义学上都极为重要。

(2) 事物b通过偶然的因素与α发生了联系，使α成为b的一个突变中的作用成分时所产生的语言突变，它本身对于b的语义稳定性并非是必不可少的。（换句话说，α本身不是b的一个"标引"。）

例 1　a为一只瞪羚，b是一只老虎。突变$a \to b$就是捕食，它对b具有重大的生物学意义。a的标引α可能是瞪羚在地上的足迹或粪便。在此情况下，$\alpha \to a$是一个标准的发射式突变。如果老虎偶然看到了标引α，它显然会深受影响，故我们有理由认为，α对于它来说就是瞪羚的一个"符号"。"遗弃物"(rejected)成了"投射物"(projected)。

例 2　a是一种饮料，比方说是酒，α是装酒的瓶，b是酒

徒。在此，突变是明显的。注意，空瓶对于 b 来说仍有一种符号值，当然，它比不上装满了酒的瓶那样明显。

巴甫洛夫的著名实验表明，一种虚假的标引 α' 对生物 b 也可具有符号值，为此，只要突变 $\alpha \to b$ 在生物学上具有重要性即可（"捕食"即为一例，α 是真实标引）。因此，$\alpha' \to a$ 只要在时空上与 $\alpha \to b$ 相近即可（如开饭时的钟声）。有些人可能会感到，这种时空上接近于因果性的假设乃是明显低于人类的动物的标引，但是，他却忘记了这样的事实，即根据休谟的经验主义或现代基本粒子物理学的观点，要将因果性与时空接近性截然分开，在实际中是办不到的。

最后，从这个符号功能的简单但却实在的例子中可知，在生物学或语义学上相当重要的一类突变具有一种平滑的特性。b 偶然碰见 α，这一事实本身并不重要，但若 b 知道 α 在语义学上或在生物学上与 a 有关，而 a 是 b 的一种不可缺少的标引，那末 α 本身也有可能成为 b 的一个"标引"，这就好像通过中间物 a 的存在，关系 $\alpha \to b$ 也获得了一种内在的重要性。这一切似乎表明，"α 是 a 的一个标引"这一关系成了一种序关系。

这种分析表明，符号活动在实质上本来是与生物控制系统联系在一起的；借用一些先辈思想家的话可以更确切地说，符号活动是与生物学终极目的（finalité）联系在一起的。这有两个方面：一方面，符号活动是一些复杂控制机构的有效性的扩大（对 b 有利的突变洼的扩大，对 b 不利的突变洼的缩小）；另一方面，利用符号活动，我们可以假定，作用成分 b 在自己所处状态（精神状态）下能够模拟 a 与其标引 α 之间的联系，因而是智能的一种形式。正如在巴甫洛夫的实验中那

样，这种刺激原因只是一种简单的联系，但我们并不会因此而放弃这样的想法：在关于 b 的精神活动的塑性而又有效的动力学系统中，我们碰到了关于外部时空联系（也可理解为因果关系）的异常结果。如果说，在巴甫洛夫的实验室里，狗为了生存而繁衍了许多代，那末要是狗作出了与此不同的反应，也许早就完蛋了……

经过特殊训练，实验信号 α' 每次都起到了真实标引的作用。由于 α' 的形态与 a 的形态之间的紧密关系带有随意性，两者之间的联系只是通过人为设计的实验建立起来的，因此我们在此找到了一种"符号"。关系 $\alpha' \rightarrow a$ 是作为训练的结果为 b 获得的，而训练乃是按照人的意志发生的一系列事件，因而是一种"社会效应"。因此，这种情况一开始就与语言的情况大相径庭。我们将会看到，每次训练取得成功时，都有必要调动一些生物学因素（如食物、异性等）来"增强"效果。只有这些具有生物学终极目的的基本"突变"才有能力在动物中产生符号。这对人却不再有效，因为在人的情况下，平滑特性（也即标引的传递性）可以扩展到物体以及其他与生物学无关的概念。

14.5 人类的符号系统

如在动物中一样，人类的符号活动也起源于调节的需要（保持生命体内的平衡以及整个社会的稳定）。对有组织的系统来说，生物体（或社会）在受到外界刺激而发生"反射"以后就会重建平衡状态，也就是说，在系统的状态空间中存在某些

优先的吸引轨线(也就是沃丁顿的“育径”)。不过,对这类系统(生物体和社会)施加的控制总是不完全的;由于受到拓扑条件的限制,在这种“调节图”中总存在着薄弱点,例如,在两个反射洼分界线(即阈值)上的点就是这样的薄弱点。在这些点上,到底选取哪一种反射,生物体会犹豫不决。此外,在状态空间中,在一些特殊点处甚至还可能释放出不利于生物体但范围较小的突变。最后,调节图还受到一些致命的不可逆突变(死亡)的限制。每种生物学(和社会学)发展进程都涉及到一个系统,这种系统能充分利用调节图的作用,从而保证在给定环境中,有利于生物体的突变将使其洼增大,而不利突变则使其洼缩小。洼的扩大就是通过情感(痛苦或欢乐)和符号实现的。因此,我们立即可以看出,共有两类信号:吸引信号(用来增强有利突变的效果)和排斥信号(用来防止不利突变的产生)。

这样,符号从它诞生的时刻起被带上了一种强制的特点,一般人却没有意识到这一特点的存在。这种特点与一种信任感有关,也与我们下面将要说明的关于符号的原先假设有关。同样,我们还会看到在命令句中动词在句法上和语义上的独立性。

承认这一点以后,接下来还应解释一下,为什么目的论观点能够产生信号的真实形态和内部结构的规则,原则上,这也正是“符号学”的宗旨。在这一方面,我们可以给出一种规则,称为逆路径原理(principle of the inverse path),它既简单,又有很大的普遍性。确切地说,这一原理并不能决定记号(图像、标引、符号)的真实形态,但它能为记号在时空中定位。不应忘记,记号首先是时空中的形态,因此,对记号作时空定位,

乃是首先需要我们考虑的因素之一。

为了阐述这一原理，必须介绍几个微分拓扑的用语。给定 n 维欧氏空间的一个区域，令 U 表示一个系统的状态空间。导致系统局部和整体破坏的“突变”点构成的集合形成了一个 $n-k$ 维空间，它是余维数为 k 的一个子流形。在发展过程中出现不利或危险突变这种情况还是比较少见的，否则系统内部的平衡状态就无法保持下去了。

将这一点表示出来时，我们可说，这些突变点构成了余维数有限的一个子流形：这一情况虽不多见，但也决不是个别的例外。接下来我们考虑 J 上用作边界的轨线集 Γ_i。由突变前的初始位置构成的这一集合形成了一种锥面 Γ_i；同样，突变的各种可能结果构成的集合形成了轨线锥面 Γ_0。此外，突变的最终状态一般会构成空间 U 中的一个确定的紧子集 W_0（作一个不太恰当的比喻，就是：不管是瓜是豆，最后总有结果）。实践中一个非常重要的因素就是突变的不确定性：初始条件的细微改变都会在阈值和临界点的邻域中产生巨大的影响。第十五章中将要提到的交叉路口发生碰撞的情况即为一例。假定两条道路在平面上 O 点处垂直相交，取平面上的 Ox 轴和 Oy 轴为这两条道路的方向。又设两辆汽车在这两条道路上行驶，坐标分别为（x，速度 x'）和（y，速度 y'）。如在初始时刻 t_0 有 $x_0'/x_0=y_0'/y_0$，则两辆汽车将会相撞。因此，方程 $x_0'y_0-x_0y_0'=0$ 代表了突变的进口锥 Γ_i。

突变的出口锥 Γ_0 却无法作简单描述，这是因为汽车在碰撞以后的轨线很不容易计算。但是，最后状态集 W_0 完全可用在一系列碰撞后散落在 O 点邻域中的碎片集来表示。此时，我们可认为 $\Gamma_i+\Gamma_0$ 浸没在与突变相切的轨线集中。这一整体

动力学结构使我们有可能连续地将基底集 W_i的一个邻域 τ_i 变换为 W_0的一个邻域 τ_0（参见图 14.1）。设 $h:\tau_i\rightarrow\tau_0$就是这一变换。

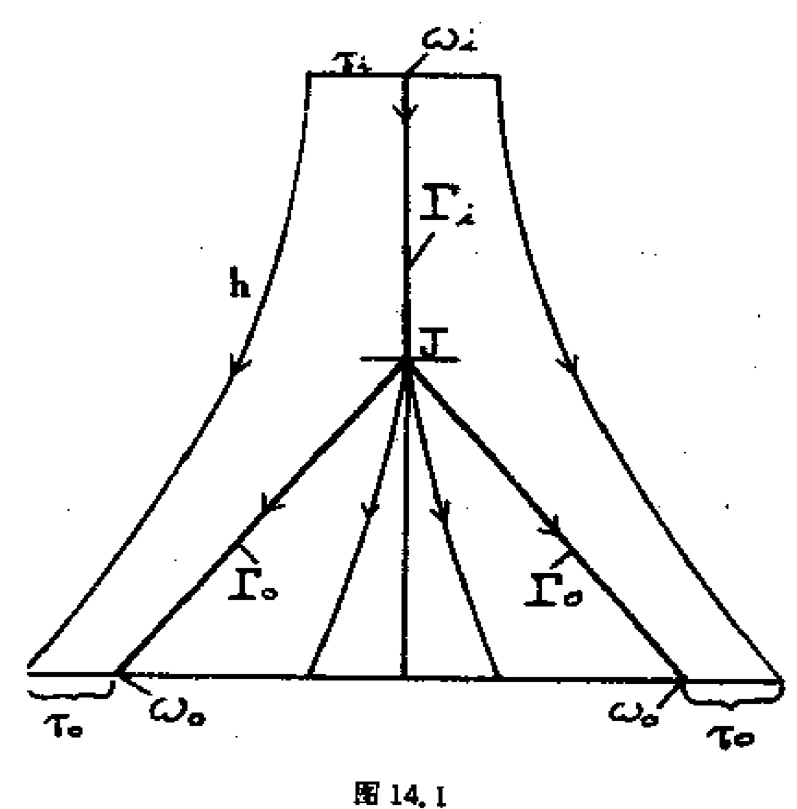


图 14.1

此外，原点 O 处的突变一般还涉及到有关作用成分的形态变化，而且这种变化往往是不可逆的。由此可以得出一些标引，它们都是从突变中发出的作用成分，或者是突变形成过程中所包含的作用成分。

为了预测不利的突变，我们考虑从突变发出的标引 α_0；而最后状态是在流形 W_0的一个邻域中发现的。

利用逆变换

$$h^{-1}\alpha_0\rightarrow\tau_i,$$

可将这一成分送回初始状态的一个邻域中，并让其实现。为促进有利的突变，也可让突变形成过程中包含的作用成分通过同样的途径在 r_i 的一个邻域中实现。

例 1　在法国，表示“危险”的路牌上往往画上了一具骷髅：这也是这类突变可能造成的致命后果的一种极其委婉的表示方法。通常的危险记号（惊叹号）则是渲染一种不稳定情况（犹如“千钧一发”）的手段。

例 2　公路旁“饭店”的招牌是一张位置示意图。此时，这种示意图充当了进食型突变的预备性标引。这种招牌往往竖立在通向饭店的道路旁。

例 3　有时，我们甚至不用标引而代之以一种简单的“潜在性障碍”(potential barrier)使人们后退。例如，若在路面上有一坑洼，则可在坑洼前数步处设置一盏车辆可见的“信号”灯。

在上述几种情况下，使用者的语义论域中都有突变参与其中。设置信号的当局其目的是要在使用者的心目中激起一种刺激，表明可能发生的突变要比通常考虑的那种比较含糊的一般性突变更严重。这一估计也正是设置这类警告信号的出发点。一个突变可以有无数个作用成分，有些存在于突变发生之前，有些则产生于突变发生以后。选择代表性的标引也是相当任意的，我们将把注意力集中在所选图形的（物理学和生物学）孕育态特性上。正是从这种任意性中，我们看到了索绪尔所称的记号任意性。

14.6 定位与意义

在对社会机体进行控制时，需要避免或诱发的基本突变数还是较小的。为了防止或引起突变的发生，使用有限多个符号代码也就足以使人满意了。但是，我们接下来很快就会碰到区分一个记号的内在意义和它的时空定位这一问题（所谓时空定位，也就是确定记号具有强制性影响的时空区域）。为了使记号的影响得以充分实现，记号的“定位”应当“合理”，也就是说，应当受到逆路径原理的约束。在一块甜菜地中央又有什么必要竖立一块“停止”信号牌呢？

从上述分析中可知，欲使符号活动有效，就有必要对力求避免（或激发）的突变在头脑中进行模拟。我们已经看到，接受巴甫洛夫式训练的动物在精神上大致已有这一种模拟。利用符号论来防止突变发生，这一“开放”性特点也是人类精神的一个典型方面。虽然社会结构能够保护人类免遭迫在眉睫的生物学突变的危害（如饥荒、战争等等），但是精神动力学仍须预防罕见的异常突变的发生（使用上述几何术语时可说，这种突变的余维数较大）。如果我们类似地将这种罕见突变当作普通突变之间发生的“偶然碰撞”（在几何上就是横截相交），那末在进行描述时就要用到一些更长而又更为清晰的符号了。

于是，我们有了语言，同时也就有可能对周围环境的时空过程（至少是定性地）作出比较精确的描述。如果符号较长，那末其中各个元素就会失去强制性的特点，但同时也就取得了描述性的功能：事实上，强制性特点仅与整体性符号有关，引

入部分性符号时，这种特点就被冲淡了。因此，语言起到了感觉延滞的作用。利用语言，说话人 A 就可以向听话人 B 介绍自己所见的事物。即使 B 本人无法见到所讲述的事物，他仍能从 A 的介绍中将它想象出来。所以，精神模拟原先是在生物学调节的突变基础上发展起来的，现在也可能推广到一切宏观世界的现象中。这就使我们的头脑能够愈来愈忠实地模拟外界的现象。但这一飞跃又是怎样实现的呢？

14.7 从动物到人

对于人类出现的进化机理，我们在目前还很难说得清楚，但要对这一巨大的变化作一更为精确的描述，那还是可能的。为此，我们应当钻进"内部"去看一看动物的精神活动。我认为，与人的精神活动相比，动物的精神活动有三点重要的区别。

14.7.1 事物的异化

可以设想，动物的精神生活经常不断地受到某些自动机制(某些"育径")的调节，这些自动机制与动物对一些生物学上重要的事物(如食饵和捕食者)的知觉有关。事实上，从我们对胚胎学原理所作的分析中可以推知，饥饿的捕食者不但在符号上、而且在实体上"是"他的食饵。仅当他在外部世界里看到一个实在的食饵时，才会发生知觉的突变。捕获食饵的运动过程一旦结束，他又恢复了自己的本来面目。采用这一观点，也就不难解释与捕食过程有关的原始符号论。因此，要是捕食

者 B 就是食饵 A，那就易知 A 的标引实际上就是 B 的一个标引，因而也就不必动用"……的标引"这一关系的传递性了。(事实上，这在生物体形态的水平上也是正确的：如七鳃鳗那样的动物，其舌尖犹如一条虫子，可用来当作诱捕小鱼的食饵，这些小鱼也就成了它的食饵，此时，我们可说，食饵乃是捕食者的一个形态学标引。)

14.7.2　主观的间断性

由于客体对动物具有迷惑性(enthralment)，动物的"自我"(ego)也就不再是一个永恒的概念。只有在产生低级反应时，以及在本能需要得到满足时，才会重新确立起"自我"来。具体地说，动物对自己躯体在空间中占有的有利区域，一般并无永恒的意识。(另一方面，就运动的有效性来说，对躯体的机械状态作出永恒的内部模拟则是不可缺少的。)鉴于这一点，对于动物来说，"主观-客观"的区别并非总是存在的。

在动物中，空间的内部表示并不以欧氏空间为映象，空间是不同地域的并集，每一地域与一个确定的"自我"有关，并且配上了一种特定的运动或生理方面的行为(如捕食区、睡眠区、交配区、筑巢区等等)。借助于确定的空间参照物，动物就能从一个地域进入另一个地域(当然，对于如候鸟那样的某些动物，这样的地域有时是非常广阔的；同样，我们可以断定，每一地域都有与某一特定生理功能有关的一个中心点)。

至于人，则形成了如下三个特点：

(1) 事物所具有的那种迷惑性已经溶化在人类精神之中。而在此发展过程中，符号活动和语言的出现很可能是影响

全局的关键性因素。人设法给事物命名，从而将自己从事物的迷惑性中解放出来了。人类精神确是通过某种方式培育起来的：对空间的原始表示逐步发展，而人对此却若明若暗，并且创造了一个或多个属于同样类型的空间——语义空间，在这些语义空间中安置了各种各样的“作用成分”，也就是概念。在有关的真实语义空间中对这些作用成分施加控制，这是通过类似于控制生物体自身的“反射”式机制实现的。随着空间表示进一步向表面推进，语言的自动机理也就创造出来了。这些就是对概念施加控制时所碰到的几类通用的作用成分。

(2) 人类从事物的迷惑性中解放出来以后，“自我”也就以空间中对真实躯体的表示作为基础永恒地确立起来了。

(3) 人类精神能将一个个具有原始功能的地域统一起来，构成空间几何的整体表示。(例如，以一线段为长度单位作无限多次的度量，就能弄清楚无限直线的概念；将一支直尺放置在一条线段的端点处，这也是联系两个地域的一种精细而又自由的方式。)

在原先的几种异化现象中，现在只剩下依附于某些事物的一些神圣感情了(禁忌语、迷信物等等)。

人类思维从整体上重建空间的概念以后，经过很长时间才认识到事物的基础在于其空间定位：“同一时刻占有不同区域的两个事物不可能是同一事物。”对于这一推想，现代人简直就没有当作一回事，但它扎下根来却费去了漫长的岁月。依莱维-布吕尔(Levy-Bruhl)的意思，“分身术”(participation)这种“原始”思想(或魔法思想)，现已成为原始异化现象的最后一条线索。从上述现代人几乎意识不到的推想中容易得知，既然对一个事物的识别原则上总取决于对它的空间定

位，那末一切本体论观点和语义学结论也就必然会依赖于对空间几何或拓扑所作的研究。

我们知道，儿童发育的最初三年是一个关键时期。如果孩子在这一阶段里听不到父母（或周围其他人）说话，那末他在语言和智力方面的发展就会受到难以补救的障碍。新生儿的头脑相对说来不够成熟，这就在一段长时间里使他对空间的原始表示带有很大的可塑性和灵活性。在语言发展的开始阶段，重要的运动生理格局的形成过程比较缓慢。我们有理由认为，根据重演律(law of recapitulation)的原理，孩子总要经历一个原始异化的阶段，在这一阶段中，某些生物和事物对他来说具有极大的迷惑性。外界口头语言的刺激，再加上某些生物的出现，这一切在孩子的感受结构中，也即在原始空间场中，起着（胚胎学意义上的）诱导器(inductor)的作用。通过开折并找出相应单词的听音和发音的规律，上述这些形态就会从原始空间中发现自己的真实空间，从而使主体从事物的迷惑性中解放出来。同样的开折方式和分支方式继续作用于语义空间，最终也就形成了成人的语义空间。动物幼崽生下不久就得到处奔走，因而不可能出现原始空间场不成熟的情况：某种假想的外界语言还来不及发挥诱导器作用，运动生理的格局就已形成并且固定下来了。

人类挣脱了这些异化形态的独裁统治以后，人类精神中的空间也就成了几何学和力学的公开框架。于是，时空平移群作用于语义空间，借助于语言就能描述（空间和时间上）离得很远的一个过程，这就将人的头脑从“此时此地”这一王国的束缚中解放出来了，然而动物却仍听命于这一王国的统治。

也许，在这一点上，生命只是将其基本机理之一推向了极

限而已。一个卵一旦生成，一个生命体也就开始了划定自己在空间和时间中活动的范围的一项工程，从此，它就把自己局限于“此时此地”的束缚之中。人类智慧的主要功能在于模拟外部世界的规律和结构，但这只是上述那样的原始设计的一种推广或阐述而已。

在最精巧的人类精神活动（如数学发现）中，看到这种符号创造机制的直接推广，那该不是荒唐可笑的空想。事实上，在探索一种新理论的过程中，在为新材料翻弄花样的过程中，数学家有时会看到一种新迹象或新关系多次重复地出现，这就促使他引进一种新的符号，使其凝结为一种单一的形态，并在新的基础上继续工作。这一简单做法有时取得了成功，但更常见的是，他又会有新的想法需要去总结，新的图形需要去描绘，新的名称需要探索其特性。引进一种新符号，也就在纸上写上一个新字母，那就要抹去一个过时的符号，从而建立起一个新的语义场，这一语义场将成为新成分的基础。这样，精神活动也就从禁锢它的外壳中解放出来了。

我们知道，生下 18 个月的小孩就开始牙牙学语了，他还懂得自己能发出一个个声音。所以，专家们称这一时期是形成世界上一切语言的音素的阶段。但父母用自己的语言回答孩子的问题，不久孩子也就只用这种语言的音素发音了。至于掌握词语和语法，那得再过几个月。我将会非常高兴地看到在数学家中出现了一个永远在自然界前牙牙学语的新生儿。只有那些懂得要倾听自然界这位母亲的回答的人，才有可能在以后与自然界母亲作对话并掌握一种新语言，其他人却只能徒然唉声叹气了。你也许会问：数学家在哪里可以听到自然界的回答呢？现实的声音还得从符号的意义中去找寻。

15 一条语义学的变色龙：信息

本章内容是一种准结构式的练习，也就是对信息这个到处都会碰到的单词就不同用法作一次分类。这一研究方法算得上是完美无缺的，我敢断定，如将它应用于其他概念，也一定会“大获全胜”的。

15.1 信息的含糊性

联合国教科文组织曾约我提供一篇关于信息论的论文①，我答应下来了。我原先打算在报告中从学术真实性的角度（在许多情况下恐怕就是普通的诚实态度），谈一谈人们对信息这个单词某些新用法提出的疑虑，但经过进一步思考后，我发现用某些使用者的兴趣和动机来解释并不能充分说明信息这一用语带来的某些语义学漏洞。当然，这类动机是客观存在，其中不少实在不值得称道；但是，这仅涉及到少数人，然而

① 此文是应奥梅松（J. d'Ormesson）的请求为联合国教科文组织讨论会（1973年5月，威尼斯）撰写的论文。

为什么语言学家大多数人却接受这种明显违反自己意愿的错误用法呢？所以，我们面临着一个非常有趣的语义学问题，对此，我根据自己关于初等突变的原始形态的思想（见第十一章），提出一种解决的办法。在第一节中，我将为信息的普遍概念给出分析的形态学（结构的？）类型。我要解释一下这一单词的各种不同的用法，特别是在法律、新闻、宣传以及科学技术方面（如信息论和生物学）的用法。在第二节中，我要论述一下信息和语义之间的关系，说明现在的信息论用处不大的情况，我还要指出在哪一方向上可以建立起真正的信息论。这种真正的信息论将介于语义学和符号学之间，可以用来刻划形态的真实热力学过程，它将促使我们对消息这种形态作一次实在的形态学分析。

15.2 信息的概念

15.2.1 信息概念的结构分析

首先我们来考察需要用到信息的一种典型的情况。有一位旅行者（假定他的名字叫彼得）发现自己来到了一个陌生的城市。他希望到一个朋友家里去作客，朋友家的地址（街名和门牌号码）是知道的，但他却找不到这条街在哪里。因此，他拦住了一位行人（比方说是约翰），向他打听路该怎么走。如果约翰是一位很有礼貌的人，并且知道彼得想去的街道，那末他就会告诉彼得从他们此时所在地如何走到那里去。彼得得知这些详细的情况（这就是“信息”）后，又继续赶自己的路了。如

果约翰提供的情况是正确的，而且还足够详细，那末彼得就会毫无困难地找到自己想去的地方。

这一过程的整个模式涉及到两个主体，也就是语言学上的两个作用成分。一个是信息需求者彼得，用符号 X 表示；另一个是信息提供者约翰，用符号 Y 表示。为了采取行动，X 遇到了困难；有些情况不了解，这是形势图中的一个缺口，妨碍着他采取行动。提供者 Y 能填平这一缺口，在一般情况下他会自愿地回答 X 的询问。这就是社会性帮助的一种典型的格式，这好比是一只工蜂，从自己的口囊中吐出一点食物，奉送给提出请求的一个饥肠辘辘的伙伴。因此，让我们使用第十一章说明的方法，绘制 X 与 Y 间的相互作用全图 G。我们记得，在过程的这种图形表示中，分支线表示有关的作用成分或它的消息，顶点表示一个作用成分发送或接送一条消息。

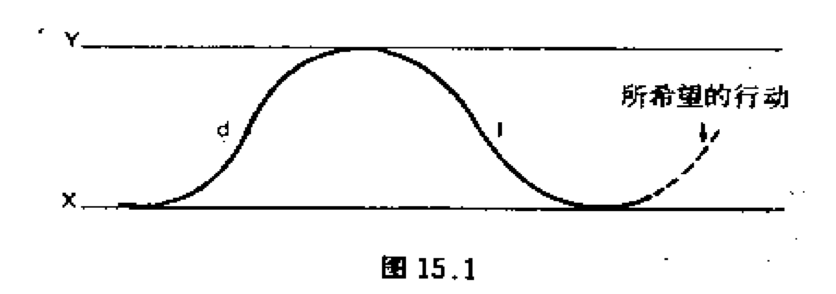


图 15.1

我们一定注意到，这一图形是比较复杂的，它比第十一章中介绍的初等形态要复杂得多。我们看到，图上标出了作用成分 I，它代表了提供者发送给需求者的消息。严格说来，正是在这一作用成分上集中了“信息”这一术语的意义；图形的其余部分则是一种预想的环境，这种环境包围的核心就是将消息 I 从 Y 传送到 X。正是这种复杂性才解释了“信息”一词

在语义上的不稳定性，由于大脑无法想象如此复杂的全过程，因此为了将注意力集中在传送这一主要环节（提供者$\xrightarrow{I}$需求者）上，大脑就会拨开重重迷雾，抵御部分或全部预想的环境。我们将要指出的那种意义上的歪曲在本质上就来自将要消除的那部分预想环境。

事实上，我们知道，在用动词刻划的一种相互作用过程中，相应的相互作用是极其简单的（A 的 16 种原型形态之一，见 11.5 节）。因此，这些形态将会在简化预想环境的过程中产生一种吸引力。使用英语中的动词“to inform”（通知）差不多已经表明有信息需求者出现。一个人往往将一种不愉快的事情或对另一人不利的事情通知给他。不用说，在“通知”这样的行动的意义上使用“信息”（动名词）这个词，这与下面将要讨论的用法无关。注意到这一事实是非常重要的。

15.2.2 逐步消除信息需求者所获得的意义。法律学意义上的信息

消除信息需求者的第一种方法是将他作为一个集体成员来看待，也就是将说话者看作为一个社会团体的成员。这也是法律上使用“information”（起诉）一语时发生的情况。此时被抹掉的是间接宾语 X，这是理所当然的，因为间接宾语和需求者乃是同一回事。这个词的意义有时以信息接收者 Y 为中心，以致使它成了一个真正的“切除式突变”的主语；从 Y 的特征中利用暴力手段（威胁或虐待）求得详细的资料。警察或间谍关于“information”（情报）这个词的用法就属于这种情况。在此，“information”对社会团体的稳定或“调节”，

亦即防卫，是可以大有作为的。

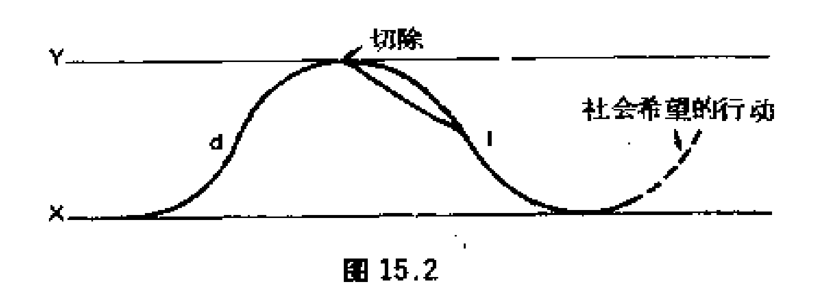


图 15.2

15.2.3 新闻学意义上的信息

在此，信息的社会调节功能减弱了，它不再有严格意义上的“需求”。奥梅松(Jean d'Ormesson)注意到，新闻工作者实际上创造了需求(或者是假定需求是存在的)。这就涉及到信息的各种各样繁多的语义内容了。

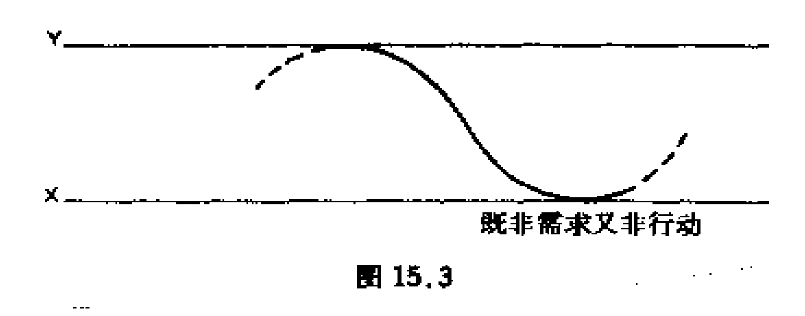


图 15.3

15.2.4 宣传和广告技术意义上的信息

在这一方面，滥用信息已是众所周知的事。信息强加在并无需求的间接宾语 X 上，而其内容则对信息提供者 Y 比对信息接受者 X 更有利。一般图形由图 15.4 给出。

上述几种关于“信息”一词的用法都属于普通的非技术领域，现在我们来谈它在科学方面的用法。

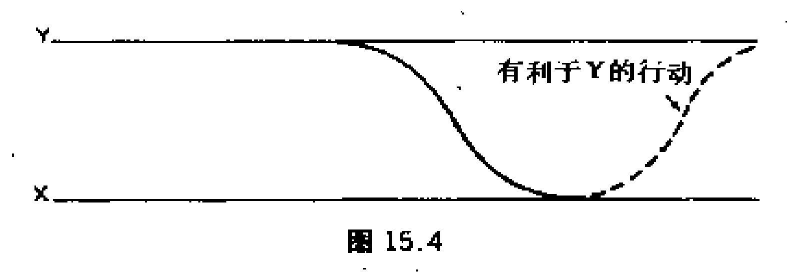


图 15.4

15.2.5 香农-韦弗信息论意义上的信息

众所周知，信息论作为一门技术，实际上是关于通信的一种理论。图 15.1 的所有预想成分都已经抹去，最后只剩下干巴巴的一张图了：信源-消息-信宿。更精确地说，我们利用了信道 C 的存在性；所以，需要考虑的只是关于信使的图 15.5。这一理论的目标是将收到消息的形态与发送消息的形态作比较（亦即要研究噪声对信号的影响）。

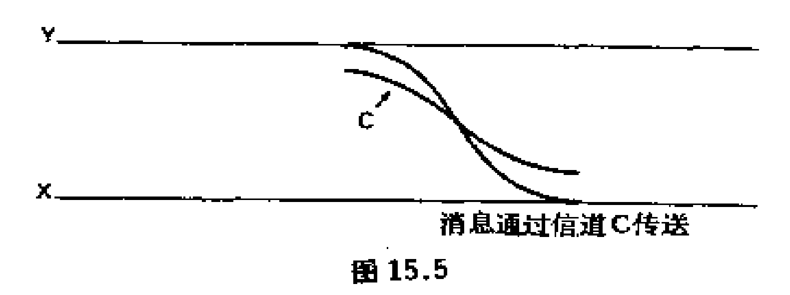


图 15.5

在本章第三节中，我们将要考虑信息这个词的概率论意义以及它与负熵这个热力学概念之间的关系。

15.2.6 生物学中"信息"这一术语的用法

在此我们主要研究物种的"遗传"信息，例如，从华生-克里克(Watson-Crick)的中心法则(central dogma)中就可发现这种信息概念："生物的遗传信息是通过 DNA 的核苷酸

结构进行编码的”。

对此可以提出两种解释。第一种解释将卵看作为亲本 Y 发送的一条消息；信宿就是卵本身产生出来的胚胎；因此，在这种情况下，消息就是它自己的信宿。以这种方式观察问题是很难自圆其说的。

第二种解释赢得了生物学中一些信息论学者的支持[如丹科夫(Dancoff)和夸斯特勒(Quastler)]①。在这种解释中，生物被看作信息的提供者(X)，观察者就是间接宾语(Y)自身。更确切地说，我们可将每一种自然形态看作为假想信源(X)向科学家(Y)发送的一条消息，(Y)就是信息需求者。于是，一个古老的想法复苏了：上帝借用世界的出现来说话，而我们的职责则在于理解这种语言。当然，观察问题的这种方式会带来严肃的本体论问题。如果我们希望从中看到比诗歌隐喻更多的东西，那就会问一问是否能给符号学以一种特殊的地位。要是每一种实物形态或自然形态都是从上帝那里传来的一条消息，那为什么还要为人类消息留下专门的一席之地呢？此外，在所有这些例子中，除了强调人有兴趣理解自己看到的东西之外，过程的终极目的似乎都不是非常明确的。

在卡里厄斯(M. Carrears)所引用的例子中，X 射线通过病人的身体后带有的“信息”，无论在提供者(病人的身体)

---

① 我们在第五章中曾经介绍过丹科夫和夸斯特勒的方法。应用这一方法可知，当生物体和观察者之间存在信息传输的时候，作为经典信息论的信息传输理论即可应用于生物学系统。不过，在这种信息传输的过程中，应将每个排好次序的元素或生物体(大分子、细胞器、细胞、生物体)看作为通信路径的输出，但相应的输入却不必指明。参见阿特朗(H. Atlan)的《生物学结构与信息论》(*L'Organisation biologique et la theorie de l'information*, p255, Hermann, Paris.)

和需求者(接收者或观察者)方面，还是在过程(诊断说明)的整体终极目的方面，都是含糊不清的。这种含糊不清的现象只与“信息”这个词所指内容有关。在我看来，这种信息只不过是记录在感光底片上并由观察者作出解释的一种消息形态。

总之，在信息这个概念中，必定存在着一个需求者和一个提供者。对需求者来说，了解信息是有利可图的，而提供者一般也愿意将信息提供给需求者。在用信息这个字眼时，如果分不清它的下列四要素：需求者、要求、提供者、需求者在获得信息后的好处，那就得认为这一用法存在着某种虚假性。要是没有明确的要求，信息对接收者来说很少或者根本就没有意义，那当然就会发生上述情况。广告宣传代理商假意声称自己是在向公众提供一条信息，他们的良心难道是清白无瑕的吗？信息这个词的意义受到了难以容忍的亵渎：在宣传某种信仰时，倒是宗教对自己的意图至少还是清楚的，而且也能直言不讳地说出自己的目的。

在“信息”这个词的科学用法中，特别是在生物学中，需求者或提供者(信源)都是不明确的。不过，这种虚假性(如若存在的话)只是为了运用智慧的需要。在“遗传信息”中使用“信息”一词，有助于证实一个心理学结论。在胚胎学形态过程的极为复杂的展开中，分子生物学揭示了蛋白质合成的重要机理。专家们的一个自然倾向是将它看作为基本的阶段，而其他阶段都只是这一阶段的简单结果而已。在这种情况下，信息这一字眼显然是一种通词，它被用来掩盖我们对其他所谓的附属机理一窍不通的情况，与此同时，人们又能利用这个词的主观色彩确保一切生物学思想最终目标的实现。在这一意义上可说，信息是因果关系的一种伪装起来的形态。

15.3 信息、语义与形态

关于信息这个词的一切含糊不清的用法，我们首先都应问一下：这条信息所指内容的本质是什么？一条信息归根结底总要传达一条消息，而消息总会有意义。然而，上述分析表明，我们并不能将一条消息简单地归结为所指内容，因为这会把附属于这一字眼的主观想象统统抛开。在这一意义上，信息就是意义加上孕育该意义并使之传播的主观愿望。在这一点上，我们可从词源学的角度出发，认为所有信息的目标（或功能）都是要将接收者置于某种确定的状态或形态。一般说来，这也是所有通信过程的出发点：多数情况下，通信过程都是发信人根据自己的需要起头的。祈使句中发出的命令将这一点表现得特别明显。照亚里士多德的说法，再也没有别的方式比一条命令能包含更多的"信息"了。但是，一个命令决不是一条消息，因为命令是根据说话人的需要，而不是应接收者的要求发出的，此外，一条信息所指内容一般不会局限于一时一地的情况，而一个命令却只是在此时此地才有效。在大多数典型的情况下，如在本章第一节开头介绍的例子中（彼得请约翰指路），信息所指内容是一次空间定位。时空定位乃是典型的信息：开往罗马的火车何时出发？开往罗马的火车在 21 时 13 分离开里昂车站。定位就是要确定一个事件在时空中离"此时此地"的位置。

当然，要将一条信息所指内容全部叙述出来，那是不可能的；因为这将涉及到整个语义学。原则上，一条消息总可用语

言说出。但“遗传信息”和“X光的透视信息”(克里厄斯所举例子)所指内容却极为复杂,很难用语言说明清楚。实际上,这是一种几何图形的代谢形态或几何形态的问题,此时,在许多情况下最好还是用“形态”一词来替代“信息”这个字眼,至少作为一种治学的严谨态度应当如此。

我们也可以不同意这一观点,因为香农-韦弗的经典信息论就用了一个正数作为一条消息的“信息”量。不过,应当明白,将信息定量化的这种做法不但与消息所指内容毫不相干,而且还用到了一条未明确说出的假设,那就是认为消息的出现可以比拟为从一系列等概率事件中抽出一张彩票(比方说,消息是由一只猿猴打字员打出的)。也就是说,香农的理论仅用了一条物理学信道作为通信的模型,因而实际上没有能力具体说明意义有待明确的一条消息的形态。像在物理学中那样,虚假地认为它适用于一切自然形态,那就无异于承认上述假设,即认为所有自然形态都发源于一场骰子游戏,而且我们能说出上帝给我们玩的是哪一颗骰子。这一理由同样也可用来批驳信息的概率定义及其负熵概念(热力学熵的相反数)。这类热力学概念仅对封闭系统有效,但关于通信的发送形态和接收形态却不在封闭系统之列。此外,从消息形态的宏观上看,与每种空间形态等价的热力学过程一般都是未知的(甚至根本就没有定义……)。

在现实中,“信息论”的美梦是要建立一种算法,利用这种算法不但能评估一个系统的复杂性,而且还能根据各种“杂乱无章”的结构计算出系统的组织程度。只有在一维形态中才有这样一种算法存在:从字母个数有限的一张字母表中取出字母能组成有限多个序列。对于自然界的多维形态,这种算法并

不存在，而且复杂性、序、结构、无序等概念甚至可以没有定义。

对于符号学来说，这个问题无疑至为重要。要是符号学连自己的目标都说不清楚，它岂能成为一门科学？在自然形态和人工形态的集合中，又怎样识别哪些是记号，哪些曾经是而且仍然是信息载体呢？在此，让我们回忆一下古生物学家在面对被认为是人类工业的第一批证据时所处的尴尬境地吧：这些石片所取的形态是人工加工出来的，还是地质力作用的结果？我们可以给出一些初步的材料作为回答这一问题的基础。在一条消息的形态中，总存在一个动态不稳定的元素，我们在原则上总可使其不可能是自然生成的形态。沙地上留下的脚印，泥块上刻下的刀痕，人类行动留下了许多这样的易遭损毁的痕迹。一旦观察到这类痕迹，相应的不稳定结构就会重新获得普通的稳定性，从而在头脑中产生出消息所指的内容。在此，我们又再次找到了信息的概率论定义：从定义可知，当有一个概率为 p 的事件发生时($0 \leqslant p \leqslant 1$)，“信息”就增加一个量 I，其中 $I = -k\log p$。若说我们知道某一事件已经发生，那是因为我们已经观察到了确定这一事件的过程所处的最后状态。但概率在其中到底又有什么作用呢？它用来在动态不稳定情况下，即实际的不确定性情况下对我们有某些制约。用公理化思想武装起来的形式主义者认为，公式 $I = -k\log p$ 只是用概率来定义信息的一种方式而已，但是，在这一公式的背后却隐藏着一种非常深刻的拓扑动力学关系，这一关系式将一个不稳定过程中罕见的初始条件与最终结果(亦即初始不稳定性在稳定化后所得的最终位置集)的拓扑复杂性联系起来了。这一公式表达了某个随机事件的初始

不稳定性与稳定化后的位置集的几何复杂性之间的关系。我们正是在这一意义上说信息与某种“含混的因果关系”有联系。因此，如有一支铅笔通过笔尖立于 O 点上，那就可说这个位置是有关的稳定位置集的一个“代码”(这个稳定位置集就是以 O 为圆心、铅笔长度为半径的一个圆)。在纯粹的动力学情况下，一个“突变”事件的非概率特性一般是离散的，因为它与两个或更多独立事件链的偶然碰撞有关。例如，两辆汽车在十字路口相撞，两条道路分别以 Ox 轴和 Oy 轴来表示，(x_0, a)表示一辆汽车的初始横坐标和车速，(y_0, b)表示另一辆汽车的初始纵坐标和车速。假定两辆汽车可用点来代表，若有关系式 $x_0/a = y_0/b$，则两车就会相撞。此式在表示初始条件的四维空间[坐标为(x_0, y_0, a, b)]中定义了一个余维数为1的三维超曲面。三元碰撞将需要两个方程，相应地就可定义一个余维数为 2 的流形。但是，如果这些汽车的宽度为 $2u$，那末当初始条件处于流形 W 上的一个半径为 u 的(管状)邻域内时，就会发生碰撞。若此流形的余维数为 q，那末可引起突变的初始条件的区域其总体积为 Ku^q。

因此，整数 q 是衡量突变之稀疏度(rarity)的一个指标，而在两个独立突变同时发生时，(在乘积中横截相交的两个流形的)余维数应当像概率的对数那样相加。在数学中，我们知道，对于一个孤立奇点处的势函数所确定的突变，奇点的余维数等于由此突变得出的稳定函数的拓扑复杂性①。

---

① 在此，我们有下列定理：设$f(x_i)$是一个在原点有孤立奇点的函数。在O点处的形式序列$[IRx_i]$用偏导数f_i的理想J相除所得的商代数是一个有限维代数，其维数为q。这个数q(米尔诺数)可认为是奇点的余维数(在形式理论或解析理论中)，它也是由芽$f(x_i)$的一个稳定变形给出的非退化临界点的最大个数。现在，这个临界点个数可以看作为衡量函数芽的拓扑复杂性的一个指标。参见第三章。

由此可知，(在“纯粹”的情况下)由突变生成之形态最大的拓扑复杂性，等于导致突变的初始条件区域的体积取对数再乘上一个倍数所得的结果。为了作一点探索，让我们描述一下一个观察者注视某一事态的发展时所经历的心理活动。开始时，这位观察者一无所知，他希望改变这一状况。他在此时的精神状态，可说是处于势函数峰顶上那种不稳定的情况，随时都会倒向这边或那边，这就需要取决于有待作出的抉择。大脑会把这种动态不稳定特点投射到现实上去。这就等于说，大脑将其实际的无知理解为现实回到了原始的不确定状态(即使在预定要发生的事件还没有发生时，这种原始不确定状态也可能存在，就像骰子仍停在盒子的底部不动一样……)。不管事件是否真正发生(骰子是否掷过)，也不管大脑是否通过更好的观察途径(例如，他人提供了有关信息)注意到了实际状态，心理学上的结果总是相同的。不稳定性将会消除，虚幻将变成现实，并在大脑中构成一种永久的形态(作出抉择)。由于初始事件不可能发生，因而真实形态的复杂性也就有一定的限度。我们可以有把握地说，信息这个概念意味着我们中每一个人，不管离此事件很近还是很远，都能“理解”这一过程，也即在头脑里能重建整个过程。我们还可以说，信息这个概念隐含着微观宇宙相似于宏观宇宙这一古老思想，我们有可能用思维去模拟真实世界的事件。

信息这个概念还表明，思维能够创造出算法，能够为非常普遍的动力学状态建立起模型，借此即可预测某些事件的发生(这也是相应形态的复杂性的一个上界)。事实上，前面用数学类比介绍的“纯粹”情况在实际中是罕见的，所以在此就有一个能不能将这类情况推广的问题；也就是说，能不能用某种

方式创造出形态的一种热力学模型，以便把经典力学中提出的某些概念推广到开放性的局部情况中去。只有将来才能回答这种科学乌托邦是否能够实现的问题了……

可以毫不夸张地说，人们对形态的神圣力量所持的信念(包括魔法式信仰和理性的推断)，归根结底取决于信息这个词的含义。在这一领域中，形态的威力也就是思维和精神活动的威力，这是显而易见的事。发布一条命令，下面的人就会服从你；大家知道，在思维领域中，形式推理就是通过形式进行的。与此对照的是，在物理世界中，形态的神威也就大可怀疑了。显然，一个物理事件的发生，必定会受到时空、能量和物理化学特性的限制，仅仅通过一次形式的处理是无法实现一个物理事件的。但是，一旦满足了这些限制的条件，那末几何形态本身就会对物理事件的实现产生很大的影响。这也正是物理学的情况。例如，透镜将太阳光聚焦，可以点燃易燃的物质，这也是说明屈光度这一几何形态之威力的一个适当的例子。在生物学中，形态的威力更明显。例如，在动物器官发生现象中，一个器官的形态往往是由它的机械和代谢方面的功效决定的。确定在哪些情况下可在自然环境下显示出形态的神威，这应是我们希望加以发展的形态热力学的宗旨。为了对形态作比较，应当满足时空、能量、物理化学等方面的要求，忘记这些约束条件，那就真的是在玩弄魔术和胡思乱想了。在生物学中，像在“遗传信息”这样的用语那样，滥用“信息”这一术语，而且使用者又像大多数分子生物学家一样，都是坚定的唯物主义者和还原论者，没有意识到自己正在玩弄古老的魔术(这种魔术最终也会借重于形态的威力)，这一切正是我最为担心的事，因为那样做既不利于语言的改进，又无益于我们的思维。

16 逻各斯的再生鸟

本章原是为《评论》杂志撰写的一篇文章:《关于通用语言的神话》(*On the Myth of Universal Language*),其意图是要表明:如果真有神话的话,那末这是一个难以消除的神话。

16.1 通用语言

为什么要谈论关于通用语言的神话呢? 现时,我们至少已有一种通用的语言,那就是科学。我们将局限于讨论所谓的精神科学,以免招来激烈的批评。为了防止出现在人文科学中可以经常看到的那种"意识"受到污染的现象,我们将要阐述一系列论点,这些论点的正确性是无可怀疑的,其有效性也已由其实用性得到确实的保证。毫无疑问,现代认识论相当强调许多科学论断的暂时性、局部性和相对性。理论当然会过时,但理论所描述的事实却永存,这些事实的有效性是万古不变的,因为它们与我们在其中生活的现实宇宙的规则性和稳

定性有着千丝万缕的联系。

很可能有人会提出反对意见说，介绍这类事实所用的方法并不总是始终如一的；人们不屑于使用像索绪尔提倡的那样一种前后一致的语言来说话。实际上，有些人口若悬河，海阔天空地谈论着大大小小的事情，有些人则舞文弄墨，不可自拔地陷入了无聊的文字游戏。所有这一切都还缺少一种能够组织语言并生成语言的语法体系。不过，至少对于科学的一部分（力学和物理学），我们已经找到了这样一种体系，而提供这一体系的就是数学。

16.2　数学是一种通用语言吗？

在数学中，实际上已经找到了一种有希望提供通用语言的理想结构：借助于数学的几乎是纯粹的语法规则，通过自身的构造方法就能产生出意义来。让我们重温一下昔日莱布尼兹所做的美梦：为了找到任一问题的答案，那就请走到黑板跟前作计算……。在做这种莱布尼兹美梦时，我们对于牛顿力学所起的作用也许没有给予足够的重视。在牛顿力学中，至少在理论上可说，每个问题都可通过计算得到有效的解决。

有些人相信，从19世纪布尔(Boole)的工作中产生出来的形式逻辑，可以用来作为一种通用的语言。这是一个莫大的误解，事实上，这一例子本身就已充分表明，莱布尼兹美梦是无法实现的。逻辑作为一种绝对严格的形式语言，已经和现实世界脱钩。从康托尔(Cantor)的超限理论中可知，运算经过无限多次的迭代，就能创造出虚幻的对象。欲使语言具有绝对

的普遍性，形式表达就会失去与所指内容的联系，因而自身也就失去了意义。我曾经用一警句解释过这一情况。这一警句似乎可被认为是量子力学“互补”原理的一种非常的形式：“一切严密的东西也就是没有意义的东西。”

通用语言如果不只是儿戏，那就必然是有意义的，因而就应有不符合原则的例外。但实际上真的会有这种例外情况吗？能不能一方面保证其严密性、另一方面又是有意义的呢？具体地说，是否应当责备数学本身就是没有意义的呢？作为一名激进的数学工作者，我很难认为数学只是脱离现实世界的一块得天独厚的宝地。物理学定律毕竟也会有“奇迹”，采用维格纳的恰当说法，就是用数学描述物理世界时存在着一种“不合理的精确性”。但是，我们又如何解释数学可以代表现实世界呢？

我认为，从连续性的直观中可以找到问题的答案。作无限多次迭代，有时就会得到一个可以直接掌握的概念：无限的作用。从中我们似乎可以找到一种方法，来解释爱利亚学派的阿基利斯和乌龟赛跑的悖论。这个悖论将无限和

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2^n}+\cdots$$

看作为阿基利斯追上乌龟时走过的实际距离。几何连续性也能使一个需要进行无限多次运算的对象具有一种具体的意义（例如，可以为一个实数写出它的所有小数位）。这种几何直观的奇迹恰巧又碰上了物理学定律的一个奇迹，这些物理学定律经过推广而产生了力学和物理学的定量科学。在人类周围的宏观世界上建立起来的几何空间中，在我们的几何-力学直观与符合动力学经典定律的物体运动之间，存在着一种准完

美的等价关系(quasi-perfect equivalence)，这可不能算是奇迹，因为在直观上过分的不平衡都不可避免地会揭示出潜在的禁区(inhibitor)，从而保证我们的生存①。引进连续的基质后，我们就能揭示出许多数学定理的重要的非平凡特征。如要举例说明的话，可考虑微分学中两个经典的定理。

(a) 隐函数定理　若两个变量 x 和 y 的函数 $f(x,y)$ 在平面区域 D 中具有直到 r 阶的连续偏导数，且在 D 中的一点 (x_0,y_0) 处，有

$$f(x_0,y_0)=0,\qquad f_y(x_0,y_0)\neq 0,$$

则在 $x=x_0$ 附近存在一个 r 次连续可微的函数 $y=g(x)$，使 $f(x,g(x))=0$。

(b) 泰勒级数　若实变量 x 的函数 $f(x)$ 在区间 $a<x<b$ 中有直到 m 阶的连续导数，则在此区间内每一点 x_0 的邻域中，$f(x)$ 可写成：

$$f(x)=\begin{array}{l} f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)+\cdots+\dfrac{1}{j!}f^{(j)}(x_0) \\ (x-x_0)^j+\cdots+\dfrac{1}{m!}A_m(x)(x-x_0)^m, \end{array}$$

其中函数 $A_m(x)$ 的绝对值不超过导数 $f^{(m)}$ 的模。

在这两个定理中，关于函数 f [第一种情况下的 $f(x,y)$，第二种情况下的 $f(x)$] 的整体性知识改换成了 x_0 点附近的更加明确的局部性知识，在此过程中，我们显然丢掉了一些信

① 事实上，在研究通常大小的物体时，伽利略力学(或牛顿力学)定律并不是真正直观的。开始时，由于技术上的需要，要求消除摩擦的作用，因而就有亚里士多德定律 $F=kV$ (力与速度成正比)。炮弹的高速运动无疑使人们看到了惯性现象的存在，后来就产生了新的定律 $F=ma$ (力与加速度成正比)。拉普拉斯和哈密顿对这一定律作推广，其优点是使我们有可能对运动状态作出易于理解的描述，也就是说，它为刻划时间箭头的运动提供了一种永久的几何学基础。

息，因而我们是付出了代价的。事实上，在这里我得到了最基本的两个解析定理，大家知道，从中可以得到极为丰富的结果。正是因为引入了“局部-整体”这一矛盾，才使这两个定理变得有力，使它们获得了一定的意义。我们还可以举出一个例子，说明通过迭代方式应用局部定理可以重新确定使 $f(x,y)=0$ 的零点集的整体特性（为了避开使 $f_y=0$ 的点，可能需要改变射影的方向）。

在数学中，如“在区间 $[a,b]$ 中存在 x，使……”那样，以存在性形式表示的定理是举不胜举的。这是因为数学已经跨入这样一个天地，它因代数运算的自动化而后退到与语义学发生分离的地步。

16.3 自然语言

若用普通语言来考虑数学，就能揭示出一种非常类似的情况。生成语法学学派认为有可能赋予语法一种无限生成的特性，也就是说，凭借语法就能生成含有无限多个短语的句子。这显然是一种设想而已，真正具体做起来的话，生成句子的这种能力就会大打折扣，以致在作了少数几次（至多四五次）迭代以后，生成过程就会自动停止。如果我们无法用无限的方法作出几何连续统，那末相应于句法构造的代数机理也就很快会流产。语法生成树可用来说明语法上正确的句子是怎么构造出来的，如果在这种树中很快就到达终结符，那末根据其扩展的形式，就可用指示词（或专有名词）将终结符所指对象在时空中定位。而谓语（动词或形容词）本身就具有定域

性(或比喻性;例如,形容词所描述的属性一般都可按其程度来分等)。我认为由此可以得出一个必然的结论:语义总是与表示空间位置的形式化表示联系在一起的。在每一条有意义的消息中,都会有一个不连续的部分与语言的生成机制有联系;还有一个连续的部分,它就是不连续部分刻下自己位置的基底。孩童学语时使用的那种类型的消息——"指示词-名词"(如"There is Dad"),实际上也是承载意义的聚合体。

目前在巴黎流行着一种非常时髦的理论,这种理论认为:"不存在所指,只有能指"。所有记号都与其他记号有关,组成了一张自相关的语义网。这一理论结构的有效性是不成问题的,但它对语义的刻划还不够完整,它忽视了空间定位的基础,在这种基础上任何语义终究要消亡。只有这种最终的定位才有可能使我们摆脱因节节后退而消除一切语义的境地。

16.4 普遍的需要

莱布尼兹的美梦已寿终正寝,而且失去了东山再起的希望,但通用语言的神话至今仍在困扰着我们。这是一种普遍的需要,其出现的形式则五花八门。如果不像我以前那样对认识论弊端作实际的分析,那末要想象出隐藏在内部的联系也就比较困难了。这个问题不但显示出"客观的"科学的一面,而且还显示出更加以人为中心的"主观的"哲学的一面。就客观方面来说,应当指出,多学科交叉的情况愈来愈重要,"系统方法"(亦即"一般系统论")也受到人们的珍视。明智的科学舆论却认为,在这个一般系统论背后,除了一堆关于系统的空洞概

念外，再也没有别的货色了；至于说到控制论，大家也知道："在控制论中连一条象样的定理都没有"。然而，这些幽灵般的学科却忙于召开学术报告会，办专门杂志，甚至还建立了自己的研究机构。应当怎样解释这种奇特的情况呢？我想，答案是相当简单的：现代科学精神急切地感到有必要理解事物稳定性的内部调节机理。我们需要懂得关于控制和调节的"一般"理论，因为这种理论将使我们有可能掌握自然系统和人工系统在稳定化过程中的相似性，也只有这种理论才能使我们真正开展多学科间的对话，而不是进行实际上会捆住我们手脚的那种彬彬有礼的社会对峙。德拉特尔(P. Delattre)在他的报告中指出，要真正开展多学科的合作，那就必须创立一种共同的语言，并用它来表达彼此相距甚远的学科所用的各种理论和手段。数学借助于它传统的定量手段，只能在现实的一个很小的角落里(力学和物理学)，亦即在直接依赖于时空的几何的地方，发挥出上述作用。"系统"方法自告奋勇地承担起建立这种语言的任务，其目标更具普遍性，既准确又灵活。这样我们是否可以感到放心了呢？要做到这一点，我们还需要一种更为灵活的数学，少一点"生成性"，多一点定性的特点(这也是突变论的一个粗略的说明)。除此以外，在建立理论的过程中，纯粹的硬科学(力学和基础物理学)和"软"科学能不能携起手来合作呢？这样一种语言到底应当怎样建立起来呢？

生物中的调节有时(在更易观察到的方面)会呈现出自动机式的刻板特性。在此我要谈一谈"刺激-反应"这一模式。应当明白，这一机制已经包含一个连续的部分和一个不连续的部分。事实上，由于刺激来源于生物体的外部空间，因此它一

般都依赖于几个连续的参数(如光线照射的方向)。另一方面,调节反射一般都是很有规律的,它是一个“运动生理场”,具有内部稳定性,一般情况下变化都很小。由此可知,作为“刺激-反应”模式的模型,可将连续空间分解为若干吸引子的洼,并用在此空间中创造世界的某些互相冲突的机制来分割相应的基底空间。我们已经看到,语言作为人类的符号活动,就是这样一种发源于内部的过程。

事实上,如能创造出一种多学科的公共语言,那我们也就获得了一种强有力的手段来对描述机理作分析,并将现实整理和分类(这两项工作早已成为通用语言的任务)。正是在这里我们发现了从主观方面入手解决问题的方法。这种方法包括两个步骤:

(a) 重新进行创造通用语法的尝试。

(b) 重新提出(从康德起就被忘记的)确定“人类精神范畴”的问题。

通用语法问题乃是语言学理论的主要课题之一,因而其重要性也就不言而喻了。不过,很少有语言学家敢于闯入这一领地。毫无疑问,这一领域中需要有朴素的想法(naiveté),需要吹进一股新鲜的空气。我们有理由认为,在大家所熟悉的印欧语系中,主要的语法范畴“名词-动词-形容词-副词……”应是普遍有效的,在每一种语言中都应能找到类似的概念。但这些概念只能在使用中而不是在形态学中存在。因此,企图根据形而上学地看到的差别来建立理论,必然会碰到困难。不过,生成语法采用了树形图来描述句法结构,许多语言学家都认为这是普遍有效的。自从格林伯格关于语言类型学的著作(例如,在包含及物动词的句子中,各个成分的次序为:主语-动

词-宾语)发表以来，非常有用的一些几乎是通用的概念已经深入人心了。人们对通用语法的迫切期待可谓是有增无已，而形式主义语法学家的反对却使这一领域的争执没完没了。

语法的作用主要与语言活动的不连续部分有关，相应的动力学形态将其连续的基底分割为几个不同的区域，每个区域代表一个单词。可以看到，对于这种分割的方式，基底的具体性质是无关紧要的，在我看来，它是与基底无关的几何-拓扑对象，而在生物学中则表现为诸如捕食和交配那样的主要调节形式。借助于这种分割方式在形式上的通用性，我们才有可能为前述命题(即“不存在所指，只有能指”)赋予一种意义。但是，简单的谓词理论却要求推广这一观点。名词与形容词间的区别促使我们区分开不同的基底。当名词代表展布在空间中的一个物体时，就需要时空作为它的基底(或说是它的精神映象，亦即“代表”空间)。对于如“blue”(蓝色的)那样的形容词，则要求考虑事物属性的空间(在这种情况下是色彩感觉的三维空间)。在此我们有一个语义空间，它与通常的欧氏空间是很不相同的：语义空间是在“基础水平”(base level)上嵌入欧氏空间的(也即每种颜色都是在这个扩大了的世界中实现的)。换言之，尽管句法与语言的不连续部分联结在一起，但它同样也需要连续基底的作用，而后者乃是所指内容的最终基础。为说明语法功能，我们有必要对独立基底作分类，因而也就有必要引进上面提出的第二个问题，也就是确定“人类精神范畴”的问题。搞清楚基底的层次分类，这对于概念的稳定性是必不可少的，从而也就必然会触及到弄清楚语义学的问题，因为语义学是无法与句法分开的。

16.5 范畴

现在我们来谈谈这个问题在哲学方面的特点。使人感到奇怪的是，自康德以来，在"人类精神范畴"名义下的一大类复杂问题几乎在哲学论文中销声匿迹了①。亚里士多德根据希腊语语法列出了一张范畴表，而他也因此受到了人们的非议（也许在他看来是很不公正的）。同样，哲学因为容忍自己受到语法的影响而遭到了责难；但语法学家却在哲学面前惊恐万状。只有采用一种综合的观点，也就是回复到原始公社时期的世界，依靠每个人对世界的想象，才有可能迈出前进的一步。而这同样得依靠调节理论来提供研究的方法。事实上，我们已经看到，经典的哲学范畴表对应着能用语言表达的几种主要问题的类型。我们向谈话人提问决不会无的放矢，其目的就是希望谈话人向我们提供为了生存和采取有效行动所必需的信息。换句话说，用问题（或从回答中得到的有意义信息）来分割连续的现实，我们就能更好地适应调节的反作用。不同类型的问题相应于许多不同类型的机制。用调节刻写出来的不同"基底"包括：时空、底空间、泛基底，还有"受激"状态空间。"受激"状态空间不但能激发反射，而且会构成许多语义学空间（属性空间），这种空间（语义场）与普通空间不同（用数学语言来说，语义空间是普通空间上的纤维化空间）。剩下来还有一个如何理解语义空间结构的问题。为此，唯一的途径也许是

① 在康德以后，似乎只有思想深邃、头脑敏捷的皮尔斯（C. S. Peirce）才提到过普适性问题。

刻划一下每个语义空间将自己“开折”为一层层底空间的具体过程……显然，这是非常重大的一步，它不但有助于句法的阐述，而且也有利于语义的澄清。

一方面，我们可以假定，一个概念（思维活动的一种稳定结构）的调节机制就是所指事物调节机制的模型（或同胚像），另一方面，也可以设想，语言能够为自然界多种事物间的（动力学或生物学）相互作用过程提供一种（相对）忠实的映象。语言是世界的一面镜子，但这并不是从事物和谐性中创造出来的奇迹，而是从一种内在结构中推出的必然结果。某些高等灵长动物依靠自己学会的符号语言，几乎能自发地掌握我们语言的句法规则。但是，理论家认为我们语言的句法结构是人类特有的功能，因此，当这些动物表现出上述能力时，他们就不能不感到大为吃惊了。不过，在我看来，最基本的句法规则只是生物学中重要的调节功能（捕食、交配）在抽象空间上定义的模拟复本。对于持有这一观点的人来说，上述现象也就不足为奇了……

我们在迈出这一步以后，就有可能创建与目前已经提出的一切语言迥异的抽象语言。这种语言既不是一种（缺乏生成能力的）形式公理系统，也不是通常意义下的描述性理论或模型。它首先是将稳定形态（也就是我所说的“逻各斯”，见第十章）的各种可能结构全部列出的一张清单，这张清单当然具有一种内部结构。事实上，将相互作用的稳定元素在空间上排列起来，就能形成稳定而又更加复杂的整体结构。因此，借助于一步步复杂化的做法，逻各斯就能通过自我改造的方式一个接一个地生成。每一个逻各斯都由一个连续的动力学实体来刻划，这些动力学实体则是“结构稳定的”（在数学意义下）。但

是，这一切仅能向我们提供各种可能情况的范围，而我们需要的是实际情况的范围，也就是尽量要找到一条形式化的判别准则，据此即可刻划现实世界真正实现的那些结构。这就首先需要确定自然形态（逻各斯），然后确定生物的形态，最后确定如人那样的具有思维的形态。在这类最终结构应当满足的条件中，有一条称为“双重输入”条件：对于内部结构，一方面有必要输入在某种程度上能全面真实地反映环境的一个复本，另一方面有必要输入在此环境中发生作用的自然规律。在此应提出一个颇使人头痛的典型问题：我们所知的世界是从先验的确定性中产生出来的，还是其状态完全受到偶然性的支配？谁也不会迫使科学去参加这场辩论；纵然我们倾向于赞成后一种观点，我们同样也可清楚地表明，并非一切都由随机性主宰，因为我们的世界毕竟不全是混沌，它更像是一个秩序井然的宇宙。因此，我们还须具体指出（物种和时间的）进化在某一时刻应当选取的方向，努力工作，以便一点一点地缩小那些未被认识的领域（也就是我们所称的随机性）。用这样的观点来看待通用语言，一切都不会是现成的结论，万事还得从头开始哩。

我不否认，这种观点是极冒险的，甚至有乌托邦之嫌；但是，如果极端工具主义（extreme instrumentalism）和目前正在大张旗鼓进行的科学实验活动（这种活动将来总有一天会威胁到社会结构）能拯救科学，那末我们就有必要对过去几十年里丢失的理论上的统一性表示关切。由此出发，可知上述那种通用主义的步骤是完全正确的。这也许不能算是“通用语言”，但至少称得上是那个历史悠久的神话的一次新的复苏吧。

17 走向人类能力的边界：对策

“科学园地”(Le jardin des.sciences)是在蓬皮杜中心(Pompidou Centre)举行的学术报告会上所作的系列性讲座，本章就是这一讲座的总结。译文最先刊登在美国刊物《物质》(*substance*)上。在此，系统论方法与对策论创造性地结合起来了。

17.1 认识还是行动

认识世界，并在这个世界中采取行动，两者无疑都是科学的目标。首先可以想到，这两个目标是不可分离的，因为要采取行动，一开始就得透彻地了解有关情况，反过来，要彻底认识这些现象，不是也无可避免地要采取某些行动吗？如果托马斯(St. Thomas)喜欢的那句名言“信仰与知识的和谐”(adequatio rei et intellectus)在我们这个世界上永远有效，那无疑就有这样的情况。然而，宇宙广袤无垠，我们的精神却如此脆弱，因而许多事情还远非完美无缺。事实上不乏这样的

情况：我们已完全明白有关现象的本质，但一旦要采取行动却感到束手无策（参见第七章中关于一个人站在房顶上看着洪水上涨的例子）。反过来也有这样的例子：我们有能力采取有效的行动，但对其原因却一无所知。可以毫不夸张地说，所有药物（不管是老药还是新药）都属于这一情况。例如，我们非常清楚阿斯匹灵的临床效果，这种药已用了相当长的时间，然而它在分子学水平上的机理却至今没有定论，直到最近才有人提出了一种看法。

在行动和认识之间出现的这种令人烦恼的不平衡状况，乃是人类"精神上感到不快"的根源。除了在某些活动中人对目的和有效性都非常清楚以外，人总得不到"精神上的愉快"，亦即不能充分实现自我。因此，人的能力问题也触及到伦理方面的因素。爱比克泰德（Epictetus）在他的《手册》（*Enchiridlan*）的卷首，要求我们在自己的工作中区分哪些事取决于我们（ta eph èmin）、哪些事与我们无关（ta ouk eph èmin）。我们只能对在其后果有充分认识的情况下所采取的行动负责，而在我们不能这样行动时，那就只能自认晦气，冷静地等待命运的判决了。

看待事物的这种态度显然有点过于简单了。现实世界千姿百态，即使我们对其后果不很清楚，我们仍是可以有所作为的。人际关系显然就有这样的情况：因为冒犯了别人而真心致歉，反倒招致相反后果而使事情变得更糟，谁没有经历过这样的事呢？即使对我们自己，我们也往往难以预料为未来行动所作的某种具体决策将会产生怎样的后果。

这类含糊不清的情况并不局限于社会心理学关系，它们还经常出现在自然科学中。正是基于这一原因，我们在系统论

中创造了“黑箱”这个概念。

17.2 系统论方法

一个系统装置在一只四壁都不透光的箱子里，我们只能根据系统的输入和输出了解它与外部世界的联系。可以假设，指定一个输入就是在 k 维欧氏空间 U 中指定一点 u（系统具有 k 个实数，比方说，k 个电学参数）。同样，输出是 p 维欧氏空间 Y 中的一点 y。原则上，我们可将输入的一个值 u 固定（显然，这也是理论上研究这一系统的唯一方法），系统 s 就以一个输出 y 作为响应。改变 u 的值，y 的值一般也会变化。然而，在多数情况下，我们无法肯定地预测这种输出变化的情况。通常，在空间 Y 中存在着一个增益函数 $G: Y \rightarrow R$，用它可以衡量观察者能够预期 Y 值增加的情况。此时，只需将输入 u 变到 $u+\triangle\mu$，便能使增益 $G(y+\triangle y)$ 取得极大值。

因此，在自然界中，人类发生影响的区域并不受到爱比克泰德方法所设陡壁的限制，事实上，划定这一区域的是一条宽阔变动的带子，也即一连串黑箱，我们可以修改对这些黑箱的输入，但无法直接预测其输出。人类活动的这种“无人区”边缘地带乃是赌徒的天地。

赌徒对伦理主义者的宿命论提出了挑战，无论面对何种情况，他总认为自己可以有所作为。我们很难说这种态度一无是处，因为我们在后面即将看到，人类今天之所以有这么强大的能力，无疑就是与环境成功地进行博奕的结果，而我们从

宿命论中能够获得的也许只有“信念的死亡”(*death in the faith*)。在对事物没有充分认识的情况下，任何可用的策略都带有风险。在此可以找到赌博游戏的好的一面，也就是敢于负责的精神。要是有人设法取得最好的结果，而又采取激发突变的行动，那末他难道不应当为自己的愚蠢或运气不佳而付出代价吗？

这就使人们对估计风险的方法产生了浓厚的兴趣。开始时谨慎一点，然后放开胆子，这种探索性策略生动地刻划了如何为系统的突变式输入定位的方法。突变式输入略有变化时，输出将会突然发生不均衡的变化。当前关于核动力和环境污染所发生的争论就与这一问题有关，在那种情况下，为我们当前作出的决策承担严重后果的很可能不是我们，而是我们的子孙后代。最后，在某种最为不利的情况下，博奕或对策游戏的局中人将会不知不觉地发现自己处于一个坑道作业班的境况中：在土层中寻找矿苗，弄得不巧就会使整个矿井爆炸。这种情况很容易在某些实验方法中找到，药品试验即为一例。

归根结底，为了揭开黑箱秘密，可以设想的唯一方法就是开动这个黑箱，这也是说明博奕态度合理的一个论据。人类的一切科技成就都是由秘密被揭开的一只只黑箱构成的。例如，“伽利略认识论革命”是现代科学之源，是已经取得的巨大成就之保证。再要说这是实验方法的结果，那就有点愚蠢可笑了。早在伽利略之前，实验就是一种非常有效的博奕或对策，人就是局中人，赌具可能是石头、火或金属。承认函数这个概念纯粹是数学上前进的一步。古代数学家还不懂函数概念，16世纪意大利代数学家提出了函数，但在17世纪中失传了，一直到莱布尼兹才明确地给出了现代形式的函数。

函数概念完全可认为是一种特别简单的黑箱：每个输入 $u \in U$ 都能完全（而又唯一地）确定一个输出 $y \in Y$。换言之，如若时间的流逝对系统的输出无影响，则此系统称为无记忆系统，或说是无"内部状态"的系统。一旦在头脑中确立起这一想法后，剩下来只需找出可用函数概念描述的现象了（如重物的运动）。因此，这种描述方法是通过所谓的"思想实验"而不是真实的实验本身发展起来的。此时，黑箱已被简化为一种纯粹的转换机构：输入→输出，而且它适用于更加复杂的现象。不过，对于一般系统，输出可能不是输入的单值函数，可以有多个作用的输入产生同一个输出值；关于一个输入，也可以有无数个输出与之相应。有的黑箱则介于这两种情况之间，只有有限多个输出对应着一个特殊的输入。这些就是要用初等突变论来研究的一种黑箱。

17.3　诠释法

我们知道，科学家的主要任务就是要揭示黑箱的秘密。这是一项解释性或诠释性任务。从这一角度看问题，科学也许就更有能力抛开海德格尔（Heidegger）在 1929 年所作的冷冰冰的声明了："科学是不会思考的"。科学家就像哲学家一样，试图揭示 α-$\lambda\acute{\eta}\theta\varepsilon\iota\alpha$ 这一单词的词源，这比简单地陈述这一严酷的事实要复杂得多了。

为了完成这一诠释的任务，到底有哪些方法可供使用呢？最容易碰到的就是分析法。这是一种还原论方法：也就是将黑箱打开，看看里面装的是什么。这种粗鲁的方法富于战斗性，

亚历山大(Alexander)斩断戈迪斯乌姆结(Gordian Knot),似乎就是使用这一方法的一个开端。毫无疑问,这种方法取得了某种程度的成功,但要成为真正有效的方法,它要求某些条件是能加以观察的,开始时,系统受到破坏后产生出来的因素应是稳定的,能够再生的,因而也是能够识别的。因此,为了能用近似手段使元素动力学过程形式化,这些过程应是充分透明的(然而这一条件乃是自相矛盾的,利用系统破坏时生成的能量来抵制系统破坏的元素,很可能比原先黑箱具有更不透明和更加密封的外壁;此外,谨防赝品!)。最后,这些元素间的相互关系应保证不会导致过于复杂的相互作用图,其中每个关系都应能用定量的方式来模拟。如若这些条件得不到满足,我们就不能肯定关于系统解剖学的知识能否为系统生理学提供较多的信息。目前关于大脑功能的神经生理学在理论上停滞不前的状况表明,为了认识一个系统的功能,光知道它的结构是不够的。

上述这种粗鲁的方法会破坏研究的真正目标,因而有时是很不方便的。为此,最好使用一种比较温和的方法,这种方法更加尊重有关事实和需要考察的对象。

我将这一方法称诠释法。这种方法大体上将有名的孔德(Auguste Comte)三阶段规律倒了过来:如果系统行为不能用明确地叙述出来的简单定律来刻划,那就首先试一试借助于倾向性(亦即支配着系统的抽象特性)来定性地刻划这一种行为。要是此时仍无法说明有关的数据,那末在绝望之余,就可想象有一种"精灵",即一种精神(机构中的幽灵)在支配着相应的系统(或系统的一部分),并试图钻进它的皮下。

有人可能断言这一方法是不合理的,说它显然丧失了现

代科学的全部威力。对此，我们可以这样回答：伽利略的物理学并没有抛弃亚里士多德的“属性”(qualities)，而是用数学形式将这种属性遮盖起来了。重物落向地面，或者是因为它具有向自然位置(亦即地心)运动的倾向，或者是因为它具有势：$V=+gz$(其中 z 是高度，g 是重力常数)。这两种解释在语言表达上相似，但第二种解释有着定量精确的优点。质点物理学传统上从质点碰撞(扩散)后的轨道出发，求其相互作用势(这是一个反问题)，这样做无非是要揭示隐藏在每一类这样的现象背后的“深刻倾向”而已。如重力那样的简单势($V=gz$)，可被理解为一种精神的意向：用亚里士多德的话来说，就是一个物体有着寻找自己的自然位置的倾向。因此，如有无数个倾向彼此缠绕在一起并发生争斗，那我们自然就会设法将它们归并成一种主观的意识，而其中每一个倾向就都只是一种瞬时分量了。从根本上说，我们有必要解决一个“综合”的问题，而在“数学综合”行不通时(“综合”一般是用解析延拓和群的解析作用等数学工具来加以定义的)，就只能像孔德本人发现的那样作“主观综合”了。

面对一种令人困惑的局部情况，只谈普遍原因(亦即逻各斯)那就不够了。此时就有必要求助于技巧或窍门了，也就是古希腊人所说的“Mètis”。数学家取得的重大成就在开始时都是运用“技巧”的产物。在数学这种典型的推理性学科中，运用技巧竟然比运用具有重要意义的一般性方法所取得的成果还要多，这实在是一种不合情理的现象。

计谋在对策中起着举足轻重的作用，只有经过深思熟虑才能求得取胜的策略。面对一只神秘莫测的黑箱，诠释的任务就可比作一场对策，局中人就是解释者和“黑箱中的精灵”。如

果解释者看穿了系统内精灵的策略，他就会得胜，黑箱的奥秘也就揭开了……

这使我们能从另一方面说明"主观综合"的合理性。事实上，语义学研究表明，最复杂的语义学概念就是(用专有名词定位的)具体的个人。例如，虽然在某些特定情况下有希望理解这一概念，但这是借助于人类精神的特性来考察它才能做到的。如若这样做也行不通，那就无望用心理学手段来模拟系统内部的机制了。

甚至在纯科学中，对诠释的任务作心理学理解也是非常合适的。我只要求验证下列事实即可：在科学中有两只黑箱(不考虑两者间直接的函数关系)在起作用，在某些特殊情况下，一只黑箱是初等突变的模型，另一只黑箱就是统计学解释。为了证明这一点，让我们来谈谈两人对策的基本模式。

17.4 诠释与对策论

两个局中人彼得和约翰，各有一个自己的空间，彼得的空间是 P，约翰的空间是 J。对策时，双方各自独立地在自己空间中选取一点：在 P 中选 p，在 J 中选 j。一旦选定，就有一个第三者(权威人士或"银行")决定双方的收益 G_p 和 G_j，它们均为所选点的函数：$G_p(p;j)$ 和 $G_j(p;j)$。双方的目标都是使自己的收益极大化。

现假定约翰不知道彼得的存在，也就是说，约翰面临着一只"黑箱"，其输入就是 J 中的点，输出是他的收益 $G_j(p;j)$。这一问题的反问题可以这样提：在怎样的情况下一只具有真

实输出的黑箱可用一场两人对策来刻划?

科学上，在两种大家非常熟悉的情况下，可对上述问题作出肯定的回答。第一种情况是：黑箱的特点可用初等突变论来描述。此时，系统具有一个内部空间 S，点 s 代表了一种状态，我们使它向势函数 $V(S;u)$ 的极大值演变。S 可被认为是内部的一方（彼得），他的收益函数就是势函数 $V(S;u)$。

这里，在此黑箱的解释中，内部"精灵"的永久意图是用势函数 $V(S;u)$ 表示出来的（这一势函数本身就可具有一种相当复杂的拓扑结构）。

现考虑这种情况的统计学解释。对于一个输入 u，在输出 Y 中有一组点与之相对应。这组点的中心为 $y_0=\phi(u)$，每次试验的输出都可以写为 $y=y_0+\delta$，其中 y_0 为"信号"，δ 就是"噪声"（一般总假定 δ 较小）。传统上认为噪声 δ 的分布服从正态分布。除了对应关系 $u\to\phi(u)$ 外，在黑箱中有一个精灵，它的时空是一个欧氏空间 S，精灵在其中"随机"地（也即用一种混乱的遍历方式）选取点 s，其随机性满足中心极限定理（或大数定律）。精灵的收益函数由函数 $\Delta: S\to \mathbf{R}$ 给出（一般取线性函数）。这样一个动力学函数可以用非常确定的方式生成[例如，用一种所谓的阿诺索夫（Anosov）系统……]。此时，人的头脑在试图作出解释时，认为这个假想的对手只具有非常初等的思维，是一个醉汉，其游走过程是布朗运动……

在这种情况和对手具有永久性意图（用势函数表示）的情况之间，还有一大类动力学状况有待于人们去发现。因此，置身于势函数那种难以驾驭的确定性和无缘无故的随意性之间，无疑更有可能模拟人类精神的真实行为。也许，今后几年中的定性动力学有可能在这一若明若暗的领域里作出创造性

探索来。

17.5 冲突的孕育

对“主观综合”的需要源出于一种基本的心理学现象，那就是冲突的孕育。

每一种显然是不确定的自然(或社会文化)现象都需要引起大脑的注意。如果不确定过程的确定性结局对于我们的诚实性是一种潜在的威胁，那末对于这种不确定性的要求最终就会使人产生一种心神不定的感觉。另一方面，即使过程对我们并无明显的影响，它对我们仍然会有极大的迷惑力。关于这种孕育“机会”的现象无疑有其一般的动力学原因：每种不确定情况都可比拟为处于不稳定位置的物体(如立于锥尖的锥体)。当它向一个稳定状态移动时(锥体倒在一条母线的位置上)，不确定性也就减小了。在这种“突变”中，能量较高的位置(亚稳定平衡)过渡到能量较低的位置时，就将释放出能量。这种能量在环境介质中扩散，根据“突变的传染性”原理，就会引起次要的突变，这种突变将可能对我们的肌体或利益构成一种潜在的威胁。因此，我们应当尽可能确切地了解不确定情况可能产生的后果，以便采取措施防止威胁性突变的出现，至少也能预计一下各种可能结果在空间扩散的情况。在考察这种可能结果的时候，我们自然会碰到“倾向”这个概念，选取最可能发生的结果就是系统固有的“倾向”。开始时，可以自然地将不确定情况理解为迫切需要考虑的各种“倾向”之间发生冲突所造成的结果。“冲突”是各种不确定情况的示例。人类具有

非常深刻的种系变化史和文化冲突史，但在长远意义上，这并没有穷尽在自然界和文化环境里可能出现的全部冲突。在这一意义上可说，对冲突的演变所作的观察总能为思维积累丰富的资料，从中既有对所作预想的证实，也有发现难解之谜的惊异。此外，将不确定性理解为各种对抗性倾向发生冲突的结果，往往有利于我们从整体上非常清晰地认识相应的过程。

在一个过程中，实际上总能找到各个抽象倾向间的一种冲突的结构，或更一般地说，总能找到人神同形的"局中人"之间的一种冲突的结构。因此，我们可把自己视为其中的一方，并设法为其找出获胜的策略。如果将所有局中人一个个孤立起来作研究，让头脑同时想象出所有的策略，那将是非常困难的。要是只研究一部分，那末对任何一方来说，问题都会大大简单化。我们可以注意到，在一场对策中，要同时考虑所有局中人的利益是十分困难的（例如，在对棋类比赛进行评价时，讲解人对输的一方一般都是非常严厉的，他时时刻刻都会站在胜的一方的立场上）。

毫无疑问，我们之所以需要参与这样的冲突，其部分原因是我们无法坚持一种客观的态度。将自己看作为一方，就能从一切潜在因素中得益，这就会理所当然地引导我们去考虑与人类文化活动有关的一切对策论问题。

17.6 对策与人类学

正如我在另外一篇文章中指出的那样，要是人类意识只是作为追求某种目标的意愿而存在的话，那末在一种自然

的目标消失后而仍要在头脑里保留其形象，意识就应创造出一种虚构的对象作为行动的基础，以便达到一种“愉快舒适”的境界。我们从动物身上已经看到这一点：将皮球当作一只老鼠玩弄的小猫，将食饵的像射影到了这个显然不能食用的物体上。在此应提一下自然界中的反常现象(jeux de la nature)，这类反常现象乃是一些例外的动力学情况奇妙地实现的结果(我们从中再次碰到了不确定性问题)。人类将自己作为外部冲突的一方，实际上是将自己射影到外部世界上，同时与冲突的另一方共处在这一世界中。更确切地说，首先要考察一下具体的情况，看一看是否有不利于我们的潜在危险。如果有的话，那就把自己看作为驱邪的倾向，促使其产生有利于我们的结果(例如，避开向我们身体飞来的投射物)。为了自卫，我们会自动地参与这一种冲突：在斗争过程中，意识将根据有无成功的希望而感到满意或不满意。但若冲突的形势对我们并没有什么威胁，我们同样也会对它感兴趣，并且往往将自己看作冲突的一方。这种想象给我们带来了无可否认的快感：“大海啊，你多芳香……”[卢克莱修：《物性论》(Lucretius: *De Natura Rerum*)]。

再向前走一步，就可看到社会中组织起来的纯粹冲突的情况(亦即机会性博奕)，其中各个结果(如轮盘赌中的数)发生的可能性全相同，且彼此间是完全可以交换的。参加者并没有将数这个高度抽象的概念当作“作用物”看待，而是通过抵押赌注的方式，将自己的部分钱财放到相应结果的位置上(赌徒将赌注放在轮盘的某一个数上)。毫无疑问，在抵押赌注这一行为的心理学机理的背后，赌徒总抱有一种几乎是异想天开的想法，希望能发生相应的结果。(在足球赛中，球迷可以通

过喧闹和呼喊影响自己所支持一方的运动员的士气。)

17.7 技能与对策

在此谈论一下技能与对策之间的关系是适当的。走钢丝演员的演技之所以扣人心弦，其原因在于我们自己也在和演员一起与重力作斗争。一件工艺品不就是对选择的一种否定吗？就技术上来说，这当然是正确的：工艺品作为"天桥"或"隧道"，将冲突双方真正联结起来了，一方是铁路线，另一方是河流或高山。在所有这些情况下，我们再次看到了"阈值稳定化"(threshold stabilisation)现象。艺术家就是抗拒致命性后果(亦即在最低一级上摧毁吸引子)的人："碰运气的事永远不能排除偶然性。"(马拉美)

我们还可以谈论一下戏剧这种让人观看的假想冲突。若在情节中产生了可逆的情况，那就是喜剧；另一方面，如果出现了不可逆结果，那末喜剧就变成了悲剧(赌徒破产了)。要是不可逆结果战胜了我们，那末根据亚里士多德的看法，可能有两条产生悲观的渠道：一条是恐怖(如果我们已被征服的话)，另一条是怜悯(如果我们还保留着安全感的话)。

眩晕是这种不可逆的摧毁现象的开端，它的确只是一场周期地进行的可逆性对策，否则的话，它将是死亡的先兆。

17.8 科学与对策

现在让我们回过头来，仍然认为对策具有诠释的功能，可用来揭开黑箱的奥秘。我们需要找到一种改变输入的策略，以便揭示输出的重要特性。鉴于目前尚无现成的理论，我们就只能漫无目的地在原地徘徊了，这也是如生物学那样的现代实验科学的重大缺陷。科学家不辞辛劳地修补着自己的系统，却没有什么远大的理想："若我这样做，系统就会那样做。"照此办理，我们几乎可以没完没了地对一个系统作试验，但在输出的特性中未必会看到什么重要的东西。因此，从来就没有将一种有效的理论付诸实践。有人为实验工作者辩解，说他们的目标完全是为了寻求对自然界作出科学发现的对策。要是实验成本不太高，那当然还是不错的，但科学家应当顾及到为自己实验所付出的社会代价。无法用来支持或否定一种已知理论的实验应被认为是毫无价值的。实验工作者表现出来的那种轻视理论的现象，可以归咎于他们所持的分析-还原主义的态度。但是，即使不说这一点，为了发现好策略，也有必要让自己了解系统的持久性因素，有必要通过某种方式"钻到皮下去"。这很像是一幅逗人喜爱的图景，然而一个人又怎能爱上已被自己无可挽回地打碎的东西呢?

一切现代科学都基于对手是愚蠢的这个假设上。如果说，这一假设在物理学中还是相当正确的话（在物理学中，理论上的困难大多数产生在研究对象的个数是无限的时候），那末在生物学中已不再是那么一回事（更不用说人文科学了）。某些

生物在面对我们奉行的化学和生物学方面的灭绝政策时，能够作出相应的调整，这就应该使我们头脑清醒一点了。为了迅速找到问题的答案，切莫把这种现象愚昧地归之于偶然性，归之于新达尔文主义的有利变异性。我们应当扪心自问，是否其中也有一种与人类智能相似的结构呢？在自然界中，有些生物的行为能够模仿、甚至超过我们人类的智慧，因而有时会威胁到我们设想得非常完美的计划，想到这一点也许能使我们产生一种真正的紧迫感，因为到那时，我们在神秘的自然界中再也没有能力前进了，那将是一个灰色的世界，已无对策可言，要是现在还想不到可能存在着一种凌驾于我们的“超人”，那就说不定将来有一天，这个世界上会出现一个埋葬人类的坟墓。目前，只要求我们能够想象到这样一点就够了：上述这种准柏拉图主义的抽象生物是存在的。一切内容充实的科学都应当承认这一可能性，并作出努力来迎接未来的挑战。